

DES DONNEES PROBANTES AU SERVICE DE L'ENSEIGNEMENT DIFFERENCIE DES MATHÉMATIQUES

Noémie Lacombe et Anne-Françoise de Chambrier, Thierry Dias

Université de Fribourg, Département de Pédagogie Spécialisée et Haute Ecole Pédagogique du
Canton de Vaud

Mots clés : interventions en mathématiques, difficultés d'apprentissage, dyscalculie, revue de littérature, données probantes

Ces vingt dernières années, l'augmentation significative des recherches dans l'enseignement des mathématiques et particulièrement auprès d'élèves en difficultés a permis l'émergence de plusieurs revues systématiques et méta-analyses recensant les interventions efficaces. Cependant à ce jour, peu d'articles en proposent un aperçu pour un lectorat francophone. L'objectif du présent article est donc d'effectuer une revue des revues existantes afin de fournir aux enseignant·e·s un aperçu des démarches et des outils efficaces en matière d'enseignement des mathématiques pour les élèves en difficultés. Sept pistes d'intervention sont détaillées : l'enseignement explicite, les feedbacks, l'enseignement de stratégies, la verbalisation par l'élève de son raisonnement, l'inclusion d'exemples, de représentations visuelles et matérielles dans les tâches et le tutorat par les pairs.

INTRODUCTION

La maîtrise des concepts mathématiques fondamentaux est cruciale pour la qualité de vie et la participation sociale des individus. Elle leur permet de gérer les situations de la vie quotidienne et de résoudre des problèmes dans des contextes réels. Les compétences mathématiques que les enfants acquièrent influencent non seulement leur réussite scolaire mais aussi leur future intégration socioprofessionnelle. Il a par exemple été démontré que les compétences en mathématiques mesurées en début d'école primaire sont le plus fort prédicteur de la réussite scolaire ultérieure (Duncan et al., 2007) et qu'elles sont positivement associées au statut socio-économique des individus à 42 ans (Ritchie & Bates, 2013). Certaines études vont même jusqu'à montrer des corrélations entre la rencontre de difficultés dans l'apprentissage des mathématiques et une basse estime de soi, des risques de difficultés dans la recherche d'emploi ou des difficultés économiques (Every Child a Chance Trust, 2009).

Ces deux dernières décennies, le domaine de l'enseignement des mathématiques et celui de l'aide aux élèves rencontrant des difficultés d'apprentissage ont beaucoup évolué. Plusieurs commissions d'experts se sont attachées à établir des recommandations didactiques et pédagogiques visant à hausser le niveau moyen des élèves dans ce domaine (Cnesco, 2015 ; Dias, 2019 ; NCTM, 2006 ; NMAP, 2008 ; NRC, 2009 ; Villani & Torossian, 2018) et différentes méta-analyses ou revues ont été conduites au sujet des pratiques pédagogiques les plus à même d'améliorer les performances des élèves y rencontrant des difficultés (i.e., Baker, Gersten & Lee, 2002 ; Chodura et al., 2015 ; Gersten, Chard et al., 2009). Ces travaux témoignent d'un intérêt grandissant pour le courant dit de l'enseignement fondé sur des preuves (*evidenced-based education*), et ce spécialement à l'intention des élèves « pour qui l'école doit faire une différence », c'est-à-dire pour les élèves à risque d'échec scolaire (Bissonnette et al., 2020, p.2).

L'enseignement fondé sur des preuves fait référence à des pratiques pédagogiques dont l'efficacité a été démontrée par des procédés scientifiques spécifiques, dits méthodes expérimentale ou quasi-expérimentale (Slavin, 2020). Celles-ci consistent à comparer les apprentissages réalisés par différents groupes d'élèves, généralement un groupe expérimental (bénéficiant de la pratique pédagogique à l'étude) et un groupe contrôle (poursuivant souvent les pratiques habituelles). Les compétences des élèves doivent y être évaluées de manière objective par des instruments de mesure valides, prenant généralement la forme de

tests standardisés. Afin de pouvoir comparer ce qui est comparable, les élèves des deux groupes doivent être initialement équivalents sur les variables les plus pertinentes et la pratique pédagogique dispensée dans le groupe expérimental doit être suffisamment similaire envers tous les élèves composant ce groupe. Si dans ces conditions il s'avère que les progrès du groupe expérimental sont statistiquement plus importants que ceux du groupe contrôle, alors la pratique en question est considérée comme prometteuse. Si ce résultat est répliqué à travers d'autres études et que l'effet de la pratique en question ressort comme significatif dans une méta-analyse, alors la pratique est considérée comme fondée sur des preuves.

Dans le monde anglophone, plusieurs modèles ou organismes plébiscitent le recours à des méthodes d'enseignement ayant fait leurs preuves. De nombreuses études scientifiques sont consacrées à l'évaluation des effets de programmes sur les apprentissages des élèves, et des organismes répertorient ceux qui sont validés scientifiquement. Des exemples de ce genre d'initiatives sont le modèle dit de *Réponse à l'Intervention* (Fuchs & Fuchs, 2006) ou le *Système de Soutien à Paliers Multiples* (Burns, et al., 2016 ; Desrochers & Guay, 2020). Bien implémentés en Amérique du Nord, ils ont pour fondements mêmes l'utilisation de pratiques pédagogiques efficaces ainsi que l'évaluation objective des progrès des élèves, ce dans le but de dispenser rapidement à ceux qui en ont besoin des interventions plus intensives et ciblées. Des organismes comme la *What Works Clearing House* ou la *Best Evidence Encyclopedia* aux États-Unis, ou la *Education Endowment Foundation* au Royaume-Uni, répertorient par ailleurs les programmes et interventions pédagogiques fondés sur des données probantes.

Si ce type de travaux sont désormais incontournables, il convient toutefois de relever quelques-unes de leurs limites. Premièrement, les apprentissages sur lesquels se penchent ce type de travaux sont par définition ceux qui peuvent être mesurés de manière objective et standardisée. Ceci est généralement davantage le cas pour des connaissances déclaratives ou procédurales (compétences en arithmétique ou en numération, exactitude en résolution de problème, ...) que pour d'autres compétences qu'il importe également de développer chez les élèves (raisonnement, créativité, plaisir...) (Vincent, 2018). Deuxièmement, si les pratiques pédagogiques dispensées dans ce type de travaux doivent être relativement protocolaires à des fins de comparaison scientifique, elles méritent souvent d'être plus souples ou plus adaptées au cas par cas lorsqu'il s'agit de les mettre en œuvre dans un contexte naturel de classe (Paré & Prud'Homme, 2014). Enfin, il faut également être conscient que parfois, des pratiques ne sont pas fondées sur des preuves simplement parce que leur efficacité n'a pas (encore) été testée de façon (quasi)expérimentale. Les connaissances au sujet des pratiques pédagogiques fondées sur des preuves doivent donc toujours être rapportées aux avancées scientifiques contextuelles.

Étant donné que les enseignant·e·s régulier·ère·s ont souvent dans leurs classes des élèves rencontrant des difficultés en mathématiques, le présent article vise à mettre à leur disposition l'état actuel des connaissances en matière de pratiques d'enseignement à privilégier pour faire progresser efficacement ces élèves. Cette étude fait suite à la récente élaboration d'une brochure d'information sur la dyscalculie et sur les mesures de différenciation pédagogique à destination des enseignant·e·s (CSPS, 2020) et vise à prolonger les pistes pouvant leur être utiles.

MÉTHODE

Afin d'avoir une vue exhaustive et récente des données probantes issues de la recherche, une recherche d'articles a été effectuée dans les bases de données suivantes : Ovidsp (ERIC, Psycinfo, Medline), Web of Science et Google-scholar. L'équation de recherche suivante a été utilisée : mathematics OR mathematics achievement OR mathematics education AND primary school AND learning difficulties OR dyscalculia OR number difficulty OR low achievement OR at risk, OR MLD OR mathematical learning disorder/disability AND Intervention OR training OR treatment OR Instruction AND meta-analysis OR literature review. Les articles publiés jusqu'en mai 2021 ont été pris en compte.

Cette équation a permis d'identifier 12 articles sur Web of Science, 47 sur Ovidsp et 10 à partir de Google-scholar (en consultant aussi les articles cités par certains articles trouvés). Les 10 revues de littérature ou méta-analyses (critère 1) portant sur les interventions en mathématiques (critère 2) auprès d'élèves en

difficultés¹ (critère 3) de l'école primaire (les revues contenant des études menées à la fois à l'école primaire et à l'école secondaire ont été retenues) (critère 4) et disponibles en anglais ou en français (critère 5) ont été conservées (*cf.* détail présenté dans la Figure 1). Les 10 articles retenus ont ensuite été codés à l'aide d'une grille répertoriant le nombre d'études recensées après l'application des critères d'inclusion et d'exclusion des revues, le nombre total de participant·e·s et leur degré scolaire, les interventions mesurées ainsi que les principaux résultats. L'ensemble des interventions répertoriées sont citées dans la figure 2.

Tous les articles sélectionnés sont soit des revues systématiques de littérature, répertoriant de manière rigoureuse les études empiriques répondant à la question de l'efficacité des interventions pour les élèves en difficultés mathématiques, soit des méta-analyses, synthétisant de manière statistique les résultats des études répertoriées en calculant les tailles d'effet des interventions mesurées.

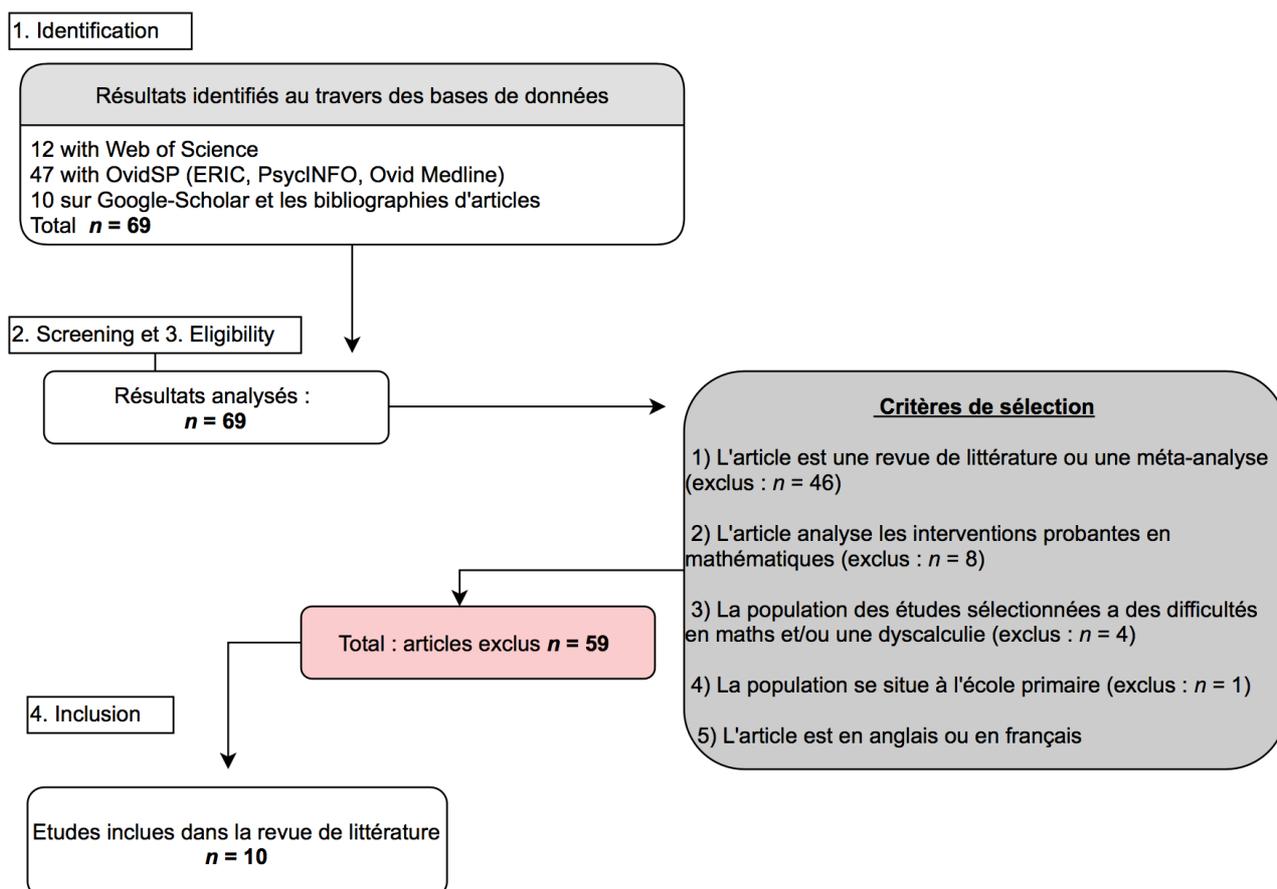


Fig. 1 : Processus de sélection des revues de littérature ou méta-analyses portant sur des interventions probantes en mathématiques chez les élèves en difficultés du primaire

¹ Par difficultés, on entend ici des retards d'apprentissage plus ou moins importants en dépit d'une intelligence dans la norme, incluant tant des élèves "peu performants" (low achievers) que dyscalculiques/présentant un trouble spécifique d'apprentissage en mathématiques (dyscalculia/mathematical learning disorder/disability).

RÉSULTATS : PISTES PÉDAGOGIQUES BASÉES SUR DES DONNÉES PROBANTES POUR INTERVENIR AUPRÈS DES ÉLÈVES EN DIFFICULTÉS

Pour plus de lisibilité, cette partie est divisée en sous-parties d'après les résultats de la méta-analyse de Gersten, Chard et al. (2009). Les catégories de cette méta-analyse ont été choisies parce qu'elles fournissent une liste d'interventions complète et détaillée, mais aussi parce qu'elles sont applicables en classe quel que soit le thème mathématique abordé. A partir des résultats de 42 études ayant mesuré des interventions en mathématiques auprès d'élèves en difficultés, ces auteurs proposent sept catégories d'intervention efficaces : (1) l'enseignement explicite, (2) les feedbacks, (3) l'enseignement de stratégies (utilisation d'heuristiques), (4) l'utilisation de représentation visuelles et matérielles, (5) la verbalisation par l'élève de son raisonnement mathématique, (6) la proposition d'une gamme d'exemples et (7) le tutorat par les pairs. Ces sept catégories sont donc explicitées dans le présent article (les deux premières ont été regroupées) et enrichies avec les données des revues et des méta-analyses plus récentes. Des exemples pratiques de mise en application des interventions probantes sont également proposés. Ces exemples sont soit directement issus des études répertoriées dans les revues ou méta-analyses considérées, soit correspondent à des pistes équivalentes recommandées existant en français.

Dans cette revue de littérature, le terme "intervention" fait spécifiquement référence aux pratiques pédagogiques particulières dispensées au groupe expérimental pendant un temps donné et dont les effets sont mesurés de manière objective par rapport aux progrès réalisés par les élèves du groupe contrôle. En classe, plutôt que de devoir attester expérimentalement de l'efficacité de pratiques pédagogiques circonscrites, l'enseignant·e peut faire bénéficier tous ses élèves de différentes pratiques identifiées par la recherche comme étant efficaces, ce pour plusieurs domaines mathématiques simultanément. Il jouit ainsi d'une liberté beaucoup plus grande que celle offerte dans les protocoles de recherche.

Le tableau ci-dessous présente les études sélectionnées dans la revue de littérature.

Auteurs	Année N Etudes	Description des Interventions mesurées	Effect size ²
Baker, Gersten & Lee (2002)	1971-1999 15 études Revue	1) Enseignement explicite 2) Feedback 3) Tutorat par les pairs 4) Evaluation par les pairs 5) Recours aux parents pour soutenir l'enseignement	
Kroesbergen & Van Luit (2003)	1985-2000 58 études Méta-analyse	1) Enseignement direct (explicite) « direct instruction » 2) Auto-enseignement «self instruction» 3) Enseignement assisté «assisted performance»	1.13 1.77 0.52
Kunsch et al. (2007)	1978-2006 17 études Méta-analyse	1) Tutorat par les pairs	M: 0.47 de -0.01 à 0.79

² En recherche, la taille d'effet est souvent mesurée par le *d* de Cohen. Cet indice indique un effet faible autour de 0.2, moyen autour de 0.5, élevé autour de 0.8 et très élevé autour de 1.20. Il est présent uniquement dans les méta-analyses

Gersten, Chard et al. (2009)	1971-2007 42 études Méta-analyse	1) Enseignement explicite 2) Enseignement par heuristique (stratégies) 3) Verbalisation par l'élève 4) Exemple 5) Représentations visuelles et matérielles 6) Feedback 7a) Tutorat par les pairs (plus âgés) 7b) Tutorat par les pairs (de même âge)	1.22 1.56 1.04 0.82 0.47 0.23 1.02 0.14
Gersten, Beckmann et al. (2009)	Rapport revues des	Propose 8 recommandations en terme d'intervention dont : 2) Enseignement explicite / Verbalisation / Feedback 3) Enseignement de stratégies 4) Utilisation de représentations visuelles et matérielles	
Zheng, Flynn & Lee Swanson (2012)	1986-2009 15 études Revue	18 critères de codage dont : 5) Enseignement explicite 10) Verbalisation, questionnement de l'élève 11) Feedback (renforcement positif) 15) Enseignement de stratégies 16) Recours aux parents pour soutenir l'enseignement 18) Technologie (ordinateur)	
Chodura, Kuhn & Holling (2015)	... - 2013 35 études Méta-analyse	1) Enseignement direct (explicite) « direct instruction » 2) Enseignement par stratégies « strategy instructions » 3) Enseignement assisté « assisted performance »	de -0.34 à 0.99 de 0.31 à 2.36 de -0.17 à 5.09
Monei & Athena (2017)	2004-2014 11 études Revue	1) Enseignement par stratégies 2) Utilisation de l'ordinateur (enseignement assisté) 3) Interventions neuropsychologiques	-
Stevens, Rodgers & Powell (2017)	1990-2015 25 études Méta-analyse	1) Intervention de l'enseignant·e 2) Intervention de l'ordinateur 3) Intervention des chercheurs a) Enseignement explicite b) Enseignement de stratégies	<i>M</i> : 0.49
Krawec & Steinberg (2019)	2000-2019 5 études Revue	a) Approche pédagogique fondée sur l'investigation (inquiry-based instruction)	

Note : M = moyenne

Fig. 2 : Présentation des études sélectionnées

Enseignement explicite et feedbacks

Dans plusieurs méta-analyses, un enseignement explicite ressort comme un type d'enseignement à privilégier avec des élèves rencontrant des difficultés (Baker, Gersten, & Lee, 2002 ; Gersten, Chard et al., 2009 ; Monei & Athena, 2017). L'effet moyen de ce type d'enseignement est très important ($d = 1.22$) dans la méta-analyse de Gersten, Chard et al. (2009). L'enseignement explicite – parfois qualifié aussi de direct, systématique ou structuré – se caractérise par une forme d'enseignement dans laquelle les compétences à faire acquérir aux élèves sont fortement guidées par l'enseignant·e. Celui·celle-ci montre aux élèves une nouvelle habileté ou stratégie à acquérir, puis les invite à la mobiliser de manière guidée, pour ensuite les laisser la pratiquer de manière autonome. La progression dans les apprentissages est organisée par étapes séquencées et intégrées de complexité progressive. Les prérequis de tel apprentissage sont introduits avant celui-ci, qui constitue lui-même le prérequis d'un apprentissage ultérieur, et ainsi de suite. Cette démarche d'enseignement est généralement présentée comme opposée à la théorie de l'apprentissage socio-constructiviste, dans laquelle le guidage de l'enseignant·e tend à être minimal et les situations au départ des apprentissages d'emblée complexes (Bissonnette et al., 2010).

Une autre caractéristique phare de l'enseignement explicite réside dans les feedbacks (rétroactions) qui sont fournis aux élèves de manière systématique. Les feedbacks sont un retour sur une performance ou un effort lié ou non à un objectif spécifique. Ils peuvent être donnés par l'enseignant·e, par un pair ou par un logiciel informatique. Ils revêtent une importance particulière, constituant à eux seuls une catégorie de pratiques probantes dans la méta-analyse de Gersten, Chard et al. (2009) ($d = 0.23$). Les feedbacks donnent une indication à l'élève sur le caractère correct ou non de ses productions ou sur son investissement, permettant ainsi de le·la renforcer positivement, de le·la responsabiliser et de l'aider à rester engagé dans l'apprentissage (Gersten, Chard et al., 2009).

Dans la littérature, il existe de nombreux exemples d'interventions ayant visé à enseigner explicitement des compétences mathématiques et s'étant avérées efficaces. L'étude de Koponen et al. (2018) a par exemple porté sur l'enseignement de stratégies arithmétiques lors de la résolution d'additions simples auprès d'élèves de la 4H à la 6H ayant de faibles compétences en calculs. Les enseignant·e·s entraînent les élèves à découvrir, à comprendre et à automatiser de nouvelles stratégies arithmétiques selon un protocole pré-établi³. Durant les séances, les enseignant·e·s modèlent les stratégies, mettent clairement en évidence les liens numériques entre les calculs, encouragent les élèves à identifier différentes stratégies possibles et à choisir celles qui leur conviennent le mieux. Il·elle·s leur donnent également de nombreuses occasions d'automatiser et de réviser les stratégies acquises.

Notons que dans la méta-analyse de Kroesbergen et Van Luit (2003), si l'enseignement explicite s'est avéré particulièrement efficace pour des habiletés de base de ce type ($d = 0.91$), son prolongement qu'est l'enseignement d'une démarche d'auto-questionnement a montré un bénéfice plus élevé pour la résolution de problèmes ($d = 1.45$). Celle-ci consiste à modéliser la tâche en contexte et à fournir aux élèves des indices verbaux formulés sous forme d'indications et de questions, de manière à les aider à se rappeler ce qu'ils doivent faire et à développer des stratégies cognitives et métacognitives.

Enseignement de stratégies (utilisation d'heuristiques)

L'utilisation d'heuristiques par l'enseignant·e apparaît, dans la méta-analyse de Gersten, Chard et al. (2009), comme l'intervention la plus efficace ($d = 1.56$). L'utilisation d'heuristique consiste à proposer à l'élève une méthode ou une stratégie pour résoudre un problème ou pour comprendre un concept. Cette intervention a pour but de fournir aux élèves des outils et des techniques qu'ils peuvent ensuite utiliser

³ Il s'agit du programme d'intervention SELKIS (Koponen et al., 2011). Sont d'abord entraînés les calculs de type $n + 1$ et $n + 2$ et le principe de commutativité, puis les calculs de type $5 + 1/2/3/4/5$ et la décomposition des nombres de 6 à 9, ensuite les compléments de 10 et leurs dérivés, etc.

pour comprendre et apprendre de nouveaux contenus (Monei & Athena, 2017). Relevons que ces techniques d'enseignement sont souvent citées dans les travaux de didactique des mathématiques notamment suite à la publication de l'ouvrage référent *How to solve it* de Polya (1945). Dans le cadre de la résolution de problèmes, nous pouvons citer ici quelques éléments relatifs à ces heuristiques: proposer une liste d'étapes de résolution, donner une méthode pour organiser les informations selon leur degré d'importance, ou encore mettre en évidence les mots importants d'une consigne.

Bien que proche l'une de l'autre, l'intervention heuristique se distingue de l'enseignement explicite par le caractère généralisable de la stratégie donnée, tandis que dans l'enseignement explicite la méthode est contextuelle et liée à un problème en particulier (Gersten, Chard et al., 2009). L'enseignement des heuristiques vise également à exposer l'élève à plusieurs manières de résoudre une tâche en incluant un discours, une réflexion et une rétroaction explicite liée à l'utilisation et à la performance de la stratégie choisie (Gersten, Chard et al., 2009; Monei & Athena, 2017). Monei et Athena (2017) mettent en évidence que dans les 11 études retenues pour leur revue systématique, l'utilisation d'heuristiques auprès des élèves dyscalculiques est appropriée, efficace et centrée sur l'élève. Chodura et al. (2015) confirment ces constatations dans leur méta-analyse, tout en montrant que la taille d'effet de ce type d'intervention va de 0.31 à 2.36. Germain Colombiès et Lafay (2021) relèvent que l'intérêt particulier de l'enseignement de stratégies est d'améliorer les performances des élèves en automatisant une stratégie choisie, ce qui permet de soulager la mémoire de travail et de rendre la planification de la tâche plus fluide et plus organisée. Elles observent également dans les études sélectionnées une augmentation de la motivation des élèves les plus en difficulté.

Au niveau des différents domaines mathématiques, l'enseignement de stratégies semble particulièrement efficace pour la résolution de problèmes, pour l'apprentissage du calcul et l'acquisition du concept de nombre. Dans leur revue de littérature, Monei et Athena (2017) montrent par exemple qu'un entraînement individualisé de stratégies de calcul mental et écrit permet une amélioration significative des performances chez les élèves. Dans la méta-analyse de Chodura et al. (2015), l'enseignement des stratégies relatives aux compétences arithmétiques de base semble particulièrement efficace chez les élèves en difficultés. Finalement, dans leur rapport de recommandations (NCEE), Gersten, Beckman et al. (2009) proposent d'enseigner les stratégies permettant d'identifier différents types de problèmes afin de renforcer la compréhension de ceux-ci et de déterminer une méthode de résolution adaptée à leur structure sous-jacente (Fig. 3).

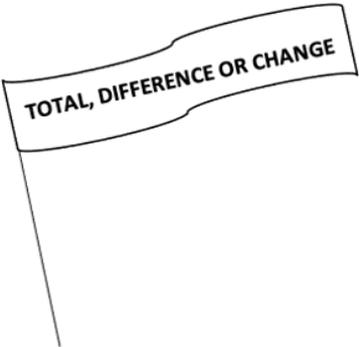
<u>RUN !</u>	<u>TOTAL</u>	<u>DIFFERENCE</u>
<ol style="list-style-type: none"> 1. Read the problem. Lire le problème. 2. Underline the question. Souligner la question. 3. Name the problem type. Nommer le type de problème. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. How many for <i>part 1</i> ? (P1) Combien pour la <i>partie 1</i> ? 2. How many for <i>part 2</i> ? (P2) Combien pour la <i>partie 2</i> ? 3. What is the <i>total</i> ? (T) Quel est le <i>total</i> ? 	<ol style="list-style-type: none"> 1. What is the <i>bigger</i> number ? (B) Quel est le <i>plus grand</i> nombre ? 2. What is the <i>smaller</i> number ? (s) Quel est le <i>plus petit</i> nombre ? 3. What is the <i>difference</i> ? (D) Quelle est la <i>différence</i> ?
	$P1 + P2 = T$	$B - s = D$
	<ol style="list-style-type: none"> 4. Write the number sentence. Écris la phrase numérique. 5. Find X ! Trouve X ! 	<ol style="list-style-type: none"> 4. Write the number sentence. Écris la phrase numérique. 5. Find X ! Trouve X !

Fig. 3 : Exemples de supports utilisés dans l'étude de Fuchs et al. (2008), répertoriée dans la méta-analyse de Gersten, Beckman et al. (2009), pour enseigner aux élèves à reconnaître trois types de problèmes ainsi que des méthodes de résolution adaptées

Utilisation de représentations visuelles et matérielles

Dans la méta-analyse de Gersten, Chard et al. (2009), les représentations visuelles et matérielles (par exemple lors de la résolution de problèmes) sont présentées comme des outils à la fois pour communiquer, mais aussi pour penser. Elles permettent aux concepts mathématiques d'être rendus visibles, extériorisés et partagés. Elles aident à clarifier les idées de manière à soutenir le raisonnement et à développer la compréhension. Germain Colombiès et Lafay (2021) montrent dans leur revue systématique que toutes les études qui testent l'utilisation de représentations visuelles obtiennent un effet immédiat sur la réussite en résolution de problèmes. L'amélioration des performances des élèves continue même après l'intervention car l'utilisation de schémas facilite la généralisation. De plus, pour ces auteurs, l'utilisation de représentations visuelles améliore directement la compréhension conceptuelle des élèves. Pour Gersten, Beckman et al. (2009), la capacité à exprimer des idées mathématiques grâce à des représentations visuelles et matérielles, tout comme la capacité à convertir ensuite ces représentations en symboles, sont essentielles à la réussite en mathématique. L'une des conditions de réussite de cette intervention repose donc sur l'explicitation du lien entre les représentations visuelles ou matérielles et les représentations symboliques utilisées en mathématiques. Dans leur rapport de recommandations (NCEE), Gersten, Beckman et al. (2009) donnent comme exemple le recours à la ligne numérique ainsi que l'utilisation de tableaux, de graphiques, de dessins et de matériel concret (par exemple pour la représentation de la base 10). La Fig. 4 est l'un des exemples proposé dans leur synthèse qui illustre le passage entre du matériel concret, des représentations visuelles puis des symboles abstraits pour la résolution d'une équation simple.

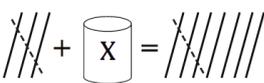
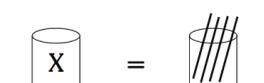
$3 + X = 7$		
Solving the Equation with Concrete Manipulatives (Cups and Sticks)	Solving the Equation with Visual Representations of Cups and Sticks	Solving the Equation with Abstract Symbols
A 		$3 + 1X = 7$
B 		$\begin{array}{r} -3 \quad -3 \\ \hline \end{array}$
C 		$\frac{1X}{1} = \frac{4}{1}$
D 		$X = 4$
E 		$X = 4$

Fig. 4 : Passage d'une représentation matérielle à une représentation symbolique (Gersten, Beckman et al. 2009)

Les exemples suivants proviennent de ressources existant en français qui recourent également à des représentations matérielles et visuelles :

a) Des problèmes en images : Beugin et Winkopp (1950) ont par exemple créé des cartes illustrant des problèmes sous la forme d'images, avec très peu de texte. L'élève doit principalement observer et prendre des indices visuels pour ensuite réaliser des opérations (Fig. 4).

b) La méthode Archimaths⁴ (Bolsius et al., 2019) propose quant à elle, lors de chaque début de période, un défi sous forme visuelle (BD, images, ...) qui propose une diversité de représentations susceptibles d'aider les élèves à comprendre le problème (Fig. 5). Cela permet également de mettre en scène et en lien différents éléments de connaissance qui seront travaillés par la suite.

c) La méthode heuristique⁵ (Pinel, 2019), reprenant pour partie l'approche CPA (*Concrete-Pictural-Abstract*, Leong et al., 2015), propose un travail à partir du concret, puis du pictural (représentation en images) puis un passage à l'abstraction pour aborder les concepts mathématiques.

d) Enfin, dans la méthode M@thsenvie⁶ les activités proposées (de la 1H à la fin de l'école obligatoire) proposent différents supports visuels et matériels (p. ex. photos, vidéos) contenant des éléments mathématiques que l'élève devra extraire pour résoudre le problème.



Fig. 5 : Les problèmes en images (Beugin & Winkopp, 1950)

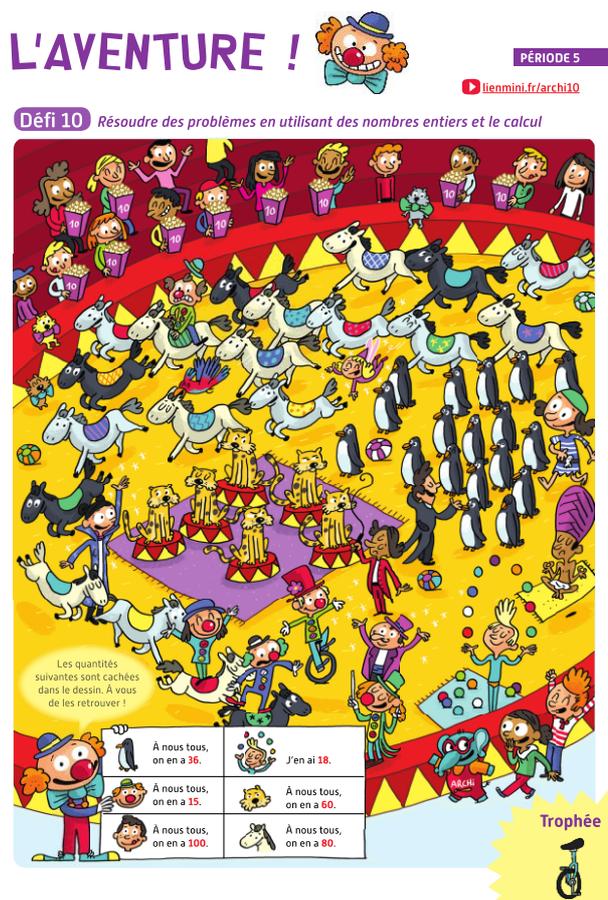


Fig 6 : Exemple de “défis” en images ouvrant un chapitre dans la méthode “Archimaths” (CP) - (Bolsius *et al.*, 2019, p.8)

⁴ <http://archimaths.site.magnard.fr>

⁵ <https://methodeheuristique.com>

⁶ www.mathsenvie.fr

Verbalisations par les élèves de leur raisonnement mathématique

Gersten, Chard et al. (2009) relèvent que l'encouragement à la verbalisation permet aux élèves de choisir une représentation appropriée à la question posée ou au concept travaillé notamment grâce à la possibilité de discuter avec des camarades ou avec l'enseignant·e. De nombreuses recherches ont montré que les interventions qui encouragent et facilitent la verbalisation sont efficaces chez les élèves en difficultés ($d = 1.04$ chez Gersten, Chard et al., 2009) et cela dans plusieurs disciplines comme l'histoire, les sciences, la lecture et les mathématiques (Baker, Gersten, & Lee, 2002). Dans ce processus du recours à la mise en mots, l'enseignant·e laisse les élèves s'exprimer, crée le climat qui leur permet de débattre, choisit les bons moments pour questionner et corriger avant de guider progressivement les élèves vers une institutionnalisation du savoir (Gersten, Chard et al., 2009). Dans la revue de littérature de Zheng et al. (2012), engager les élèves dans un dialogue sur la tâche et poser des questions sont également signalés comme des interventions efficaces.

Un autre type d'intervention, dans laquelle la verbalisation de l'élève est au centre de la démarche est l'"*inquiry-based instruction*", une approche pédagogique fondée sur l'investigation (Krawec & Steinberg, 2019). Celle-ci est définie comme une intervention dans laquelle les élèves doivent observer des phénomènes, poser des questions, chercher des moyens pour répondre à leurs questions (par exemple en dessinant, en calculant, etc.) puis évaluer leurs solutions et les communiquer aux autres de manière efficace. Des recherches ont montré que ce type d'approche améliore non seulement les compétences des élèves (Bottge, 1999 ; Bottge, Rueda, Serlin et al., 2007) mais aussi leur engagement et leur motivation (Bottge, Rueda, LaRoque et al., 2007).

Pour étayer la verbalisation des élèves en difficulté, l'enseignant·e peut organiser des étapes progressives dans la séquence afin de laisser d'abord les élèves dire ce qu'il·elle·s souhaitent sans correction systématique, puis les encourager à valider et prouver leur propos par la pratique du débat. Il faut noter ici que cette phase du débat doit se faire dans des conditions appropriées afin que les élèves les plus en difficulté puissent en profiter (Dias, 2020). Il s'agit pour l'enseignant, par exemple, de choisir les protagonistes qui vont interagir, de diminuer la taille des groupes qui échangent, ou encore de proposer son aide pour prendre en notes les éléments importants du débat. Finalement, l'enseignant·e peut choisir les aspects qu'il·elle souhaite institutionnaliser.

Proposer une gamme d'exemples

De nombreuses recherches sur l'enseignement efficace des mathématiques ont montré l'importance des séquences d'exemples afin d'enseigner des concepts aux élèves (Witzel et al., 2003 ; Xin et al., 2005). Ces exemples peuvent être une séquence allant du concret à l'abstrait ou du facile au difficile. Dans la méta-analyse de Gersten, Chard et al. (2009), neuf études ont montré qu'il s'agissait d'une intervention efficace ($d = 0.82$). Dans leurs recherches, Butler et al., (2003) ainsi que Witzel et al. (2003) rapportent que les élèves, y compris au secondaire, ont besoin d'exemples concrets (ici pour les fractions ou les équations algébriques) avant de passer aux représentations visuelles pour finir par les notations mathématiques abstraites.

Dans l'étude de Fuchs et al. (2004), les auteurs proposent aux élèves de travailler quatre types de problèmes différents en quatre cycles de trois semaines. Durant la première semaine, deux problèmes de même type (par exemple une liste de course) sont présentés et discutés avec les élèves, puis à nouveau deux problèmes durant la deuxième semaine, et finalement deux leçons de transfert sont proposées pendant la troisième semaine. Cette approche proposant de travailler explicitement les stratégies de résolution de problèmes et de travailler à partir d'exemples de problèmes similaires se révèle être très efficace ($d = 1.14$) chez les élèves en difficultés.

Une autre manière de donner des exemples est de montrer un problème ou un algorithme déjà résolu aux élèves et de leur demander ensuite de le commenter, de le comprendre ou de le comparer avec un autre

exemple. Dans la méthode Archimaths (Bolsius et al., 2019), les auteurs proposent plusieurs tutoriels vidéos⁷ de ces algorithmes déjà résolus.

Tutorat par les pairs

Le tutorat par les pairs – appelé également enseignement par les pairs ou enseignement réciproque – fait référence à une assistance individuelle à l'intention d'un·e élève en difficultés fournie par un·e élève plus avancé·e. De manière traditionnelle, ce tutorat est plutôt assuré par un·e élève d'un degré scolaire plus élevé, mais il peut également être dispensé par un·e élève de la même classe. Si l'intention est bien de faire bénéficier un·e élève en difficulté de la plus grande facilité d'un·e camarade, il importe de demander aux élèves de jouer tour à tour le rôle de tuteur. Par exemple, dans une activité de résolution de problèmes, on demandera généralement à l'élève le·la plus performant·e de résoudre le premier problème et à l'élève en difficulté de fournir un feedback à un·e camarade, pour ensuite inverser les rôles lors du problème suivant. Précisons que ces modalités d'apprentissage entre pairs interviennent généralement après que l'enseignant·e ait enseigné la compétence visée à ses élèves. Dans la méta-analyse de Gersten, Chard et al. (2009), les deux seules études ayant mesuré l'effet du tutorat par des pairs plus âgés ont mis en évidence une taille d'effet très significative et importante ($d = 1.02$) alors que les six études ayant mesuré l'effet du tutorat fourni par des élèves de la même classe ont révélé un effet non-significatif de cette composante de l'enseignement. Dans leur revue ayant porté sur des élèves de l'école primaire et secondaire, Kunsch et al. (2007) ont conclu que le tutorat par les pairs était modérément efficace ($d = 0.47$) et que les élèves en difficultés importantes semblaient nécessiter des mesures d'aide plus intensives prodiguées directement par l'enseignant·e.

CONCLUSION

L'objectif du présent article est de synthétiser les connaissances issues des méta-analyses et des revues de littérature ayant permis, ces dernières années, d'identifier les pratiques pédagogiques les plus propices à faire progresser les élèves rencontrant des difficultés d'apprentissage en mathématiques. Cette synthèse montre que ces élèves bénéficient particulièrement de l'utilisation d'heuristiques, d'un enseignement explicite ainsi que d'un enseignement d'une démarche d'auto-questionnement. Utiliser des représentations visuelles et matérielles, inciter les élèves à verbaliser leur raisonnement mathématique, proposer plusieurs exemples, donner régulièrement des feedbacks aux élèves et recourir à du tutorat avec des pairs plus âgés sont également des stratégies pédagogiques à privilégier avec les élèves en difficultés. Notons qu'il y a un certain chevauchement entre ces différentes stratégies pédagogiques. Par exemple, l'enseignement explicite recourt souvent à une démonstration de stratégies à faire acquérir aux élèves, l'utilisation d'heuristiques se fait fréquemment à travers des représentations visuelles, et l'utilisation d'une gamme d'exemples passe régulièrement par l'utilisation d'heuristiques ou par des représentations visuelles. Dans les méta-analyses, ces différentes stratégies d'enseignement sont d'ailleurs souvent codées dans plusieurs catégories à la fois. Ces pistes pédagogiques pourront donc être utilisées simultanément par les enseignant·e·s, et ce avec plusieurs de leurs élèves. En termes de recherche, des études (quasi)expérimentales et des méta-analyses visant à faire un état des lieux récent sur l'efficacité d'un large ensemble de pratiques pédagogiques seraient de mise. Il serait notamment utile de ré-effectuer une méta-analyse sur la base des dernières études réalisées en reprenant les catégories de Gersten, Chard et al. (2009) et en y ajoutant d'autres stratégies pédagogiques, comme l'utilisation de logiciels informatiques de qualité et l'enseignement de stratégies (méta)cognitives.

⁷ <https://vimeopro.com/user36345481/memos-archimaths-ce2/video/410545103>

BIBLIOGRAPHIE⁸

- *Baker, S., Gersten, R. & Lee, D. S. (2002). A synthesis of empirical research on teaching mathematics to low-achieving students. *Elementary School Journal*, 103, 51–73.
- Beugin, D. & Winkopp, P. (1950). *Les problèmes par l'image*. Editions Studia.
- Bissonnette, S., Gauthier, C. & Bocquillon, M. (2020). Pour révolutionner la formation à l'enseignement : proposer des interventions fondées sur des données probantes. *Education in Perspective*, 11, 1-9.
- Bissonnette, S., Richard, M., Gauthier, C. & Bouchard, C. (2010). Quelles sont les stratégies d'enseignement efficaces favorisant les apprentissages fondamentaux auprès des élèves en difficulté de niveau élémentaire? Résultats d'une méga-analyse. *Revue de recherche appliquée sur l'apprentissage*, 3(1), 1-35.
- Bottge, B. A. (1999). Effects of contextualized math instruction on problem solving of average and below-average achieving students. *Journal of Special Education*, 33, 81–92.
- Bottge, B. A., Rueda, E., LaRoque, P. T., Serlin, R. C. & Kwon, J. (2007). Integrating reform-oriented math instruction in special education settings. *Learning Disabilities Research & Practice*, 22, 96–109.
- Bottge, B. A., Rueda, E., Serlin, R. C., Hung, Y-H. & Kwon, J. M. (2007). Shrinking achievement differences with anchored math problems: *Challenges and possibilities*. *Journal of Special Education*, 41, 31–49.
- Burns, M. K., Jimerson, S. R., VanDerHeyden, A. M. & Deno, S. L. (2016). Toward a unified response-to-intervention model: multi-tiered systems of support, Dans S. R., Jimerson, M. K. Burns, & A. M., VanDerHeyden (dir.). *Handbook of response to intervention. The science and practice of multi-tiered systems of support*. New York: Springer.
- Butler, F. M., Miller, S. P., Crehan, K., Babbitt, B. & Pierce, T. (2003). Fraction instruction for students with mathematics disabilities: Comparing two teaching sequences. *Learning Disabilities Research & Practice*, 18(2), 99–111.
- *Chodura, S., Kuhn, J.-T. & Holling, H. (2015). Interventions for Children with Mathematical Difficulties. A Meta-analysis. *Zeitschrift für Psychologie*, 223(2), 129-144.
- Cnesco (2015). *Nombres et opérations : premiers apprentissages à l'école primaire*. Repéré à : <http://www.cnesco.fr/fr/numeration/>
- Centre Suisse de Pédagogie Spécialisée. (2020). *Dyscalculie (trouble spécifique d'apprentissage en mathématiques) à l'école régulière*. Repéré à : https://www.ciip.ch/files/2/Fiche_info_Dyscalculie_version_longue.pdf
- Desrochers, A. & Guay, M.-H. (2020). L'évolution de la réponse à l'intervention : d'un modèle d'identification des élèves en difficulté à un système de soutien à paliers multiples. *Enfance en difficulté*, 7, 5–25.
- Dias, T. (dir., 2019). *Évaluation de l'enseignement des mathématiques dans le canton de Vaud*. Repéré à https://www.hepl.ch/files/live/sites/systemsite/files/uerms/BROCHURE%20mission%20math_in_teractif.pdf
- Dias, T. (2020). La verbalisation en classe de mathématiques: mission impossible ? *Au fil des maths*, 538, 6-16.
- Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., . . . Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*, 43, 1428-1446.
- Every Child a Chance Trust. (2009). The long-term costs of numeracy difficulties. Repéré à <http://www.everychildachancetrust.org/counts/index.cfm>.
- Bolsius, C, Dias, T., Feid, D. & Dumet, D. (2019). *Archimaths CP – Fichier de l'élève*. Magnard, Paris.
- Fuchs, D., & Fuchs, L. S. (2006). Introduction to RTI: What, why and how valid is it? *Reading Research Quarterly* 41(1), 93–9.
- Fuchs L. S., Fuchs, D. & Prentice, K. (2004). Responsiveness to mathematical problem-solving instruction: comparing students at risk of mathematics disability with and without risk of reading disability. *Journal of Learning Disabilities*, 37(4), 293-306.

⁸ Les références bibliographiques contenant un * correspondent aux articles sélectionnés dans cette revue.

- Fuchs, L. S., Seethaler, P. M., Powell, S. R., Fuchs, D., Hamlett, C. L. & Fletcher, J. M. (2008). Effects of Preventative Tutoring on the Mathematical Problem Solving of Third-Grade Students With Math and Reading Difficulties. *Exceptional Children*, 74(2), 155–173.
- Germain Colombiès, C. & Lafay, A. (2021). Effet des interventions en résolution de problèmes à énoncé verbal chez les adolescents ayant un trouble des apprentissages ou des difficultés en mathématiques: Revue de littérature systématique. *Psychologie canadienne*, 62(3), 267-282.
- *Gersten, R., Chard, D., J., Jayanthi, M., Baker, S., K., Morphy, P. & Flojo, J. (2009). Mathematics Instruction for Students With Learning Disabilities: A Meta-Analysis of Instructional Components. *Review of Educational Research*, 79(3), 1202–1242.
- Gersten, R., Beckmann, S., Clarke, B., Foegen, A., Marsh, L., Star, J. R. & Witzel, B. (2009). *Assisting students struggling with mathematics: Response to Intervention (RTI) for elementary and middle schools* (NCEE 2009-4060). Washington, DC: National Center for Education Evaluation and Regional Assistance, Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education. Repéré à <http://ies.ed.gov/ncee/wwc/publications/practiceguides/>
- Jitendra, A. K., Griffin, C. C., Haria, P., Leh, J., Adams, A. & Kaduvettoor, A. (2007). A Comparison of Single and Multiple Strategy Instruction on Third-Grade Students' Mathematical Problem Solving. *Journal of Educational Psychology*, 99(1), 115-127.
- Koponen, T., Mononen, R., Kumpulainen, T. & Puura, P. (2011). SELKIS-Yhteenlaskua Ymmärtämään. Yhteenlaskutaidon Harjoitusohjelma. [Improving Addition Skills: SELKIS Intervention Program]. Jyväskylä: Niilo Mäki Institute and Haukarannan koulu.
- Koponen, T. K., Sorvo, R., Dowker, A., Räikkönen, E., Viholainen, H., Aro, M. & Aro, T. (2018). Does Multi-Component Strategy Training Improve Calculation Fluency Among Poor Performing Elementary School Children? *Frontiers in Psychology*, 9, 1187. doi: 10.3389/fpsyg.2018.01187.
- *Krawec, J. & Steinberg, M. (2019). Inquiry-based instruction in mathematics for students with learning disabilities: A review of the literature. *Learning Disabilities: A Multidisciplinary Journal*, 24(2), 27–35.
- *Kroesbergen, E. H. & Van Luit, J. E. H. (2003). Mathematics interventions for children with special educational needs: A meta-analysis. *Remedial and Special Education*, 24(2), 97-114.
- *Kunsch, C. A., Jitendra, A. K. & Sood, S. (2007). The effects of peer-mediated instruction in mathematics for students with learning problems: A research synthesis. *Learning Disabilities Research and Practice*, 22(1), 1-12.
- Leong, Y. H., Ho, W. K. & Cheng, L. P. (2015). Concrete-Pictorial-Abstract: Surveying its origins and charting its future. *The Mathematics Educator*, 16(1), 1-18.
- Marshall, S. P. (1995). *Schemas in problem solving*. Cambridge University Press.
- *Monei, T. & Athena, P. (2017). A systematic review of interventions for children presenting with dyscalculia in primary schools. *Educational Psychology in Practice*, 33(3), 277-293.
- National Council of Teachers of Mathematics (2006). *Curriculum focal points for prekindergarten through grade 8 mathematics: A quest for coherence*. Repéré à <http://www.nctm.org/standards/focalpoints.aspx?id=282>.
- National Mathematics Advisory Panel (2008). *Foundations for success: The final report of the National Mathematics Advisory Panel*. Washington, DC: U.S. Department of Education.
- National Research Council (2009). *Mathematics learning in early childhood: Paths toward excellence and equity*. Washington, DC: National Academies Press.
- National Reading Panel (2000). *Teaching to read: An evidence-based assessment of the scientific research literature on reading and its implications for reading instruction*, Washington, DC: National Institutes of Health.
- Paré, M. & Prud'Homme, L. (2014). La différenciation dans une perspective inclusive : intégrer les connaissances issues de la recherche pour favoriser la progression des élèves dans un groupe hétérogène. *Revue Suisse de Pédagogie Spécialisée*, 2, 31–36.
- Pinel, N. & Le Corf, L. (2019). *La méthode heuristique de mathématiques. Enseigner les mathématiques autrement à l'école*. Nathan : Paris.
- Pólya, G. (1945). *How to Solve It; a new aspect of mathematical method*. Princeton University Press.
- Ritchie, S. J. & Bates, T. C. (2013). Enduring links from childhood mathematics and reading achievement to adult socioeconomic status. *Psychological Science*, 24, 1301-1308.

- Slavin, R. (2020). How evidence-based reform will transform research and practice in education. *Educational Psychologist*, 55(1), 21–31.
- *Stevens, E. A., Rodgers, M. A. & Powell, S. R. (2018). Mathematics Interventions for Upper Elementary and Secondary Students: A Meta-Analysis of Research. *Remedial and Special Education*, 39(6), 327–340.
- Villani, C. & Torossian, C. (2018). *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques*. Repéré à : <https://www.education.gouv.fr/21-mesures-pour-l-enseignement-des-mathematiques-3242>.
- Vincent, F. (2018). Nuancer les données probantes en éducation: le cas de l'enseignement de l'écrit. *Formation et profession*, 26(2), 103–105.
- Witzel, B., Mercer, C. D. & Miller, M., D. (2003). Teaching Algebra to Students with Learning Difficulties: An Investigation of an Explicit Instruction Model. *Learning Disabilities Research and Practice* 18(2), 121-131.
- Woodward, J. (2006). Developing automaticity in multiplication facts: Integrating strategy instruction with timed practice drills. *Learning Disability Quarterly*, 29, 269–289.
- Xin, Y. P., Jitendra, A. K. & Deatline-Buchman, A. (2005). Effects of mathematical word problem-solving instruction on middle school students with learning problems. *Journal of Special Education*, 39, 181–192.
- *Zheng, X., Flynn, L. J. & Lee, S. (2012). Experimental Intervention Studies on Word Problem Solving and Math Disabilities A Selective Analysis of the Literature. *Learning Disability Quarterly*, 36(2), 97-111.