

REALISATION D'UNE TACHE DE LOGIQUE EN 4H

Estelle Dunand, Maïssa Reider

Etudiantes, Université de Genève

Mots-clés : déduction logique, hypothèses, contraintes, stratégies

Cet article présente l'analyse de procédures d'élèves de 4H au cours de la résolution de problèmes de logique avec des contraintes accessibles aux élèves de ce degré. À partir des productions et vidéos filmées lors de l'intervention, nous souhaitons identifier leurs raisonnements et stratégies qui s'organisent dans un problème de déduction logique.

INTRODUCTION

La déduction logique du type « si ..., alors ... » était très présente dans les moyens d'enseignement de mathématiques de 1997, et mise en avant dans les commentaires didactiques des documents d'accompagnement de 1998. Avec l'arrivée du PER, en 2010, la déduction logique reste présente à travers la résolution de problème. Cet article présente l'analyse d'une activité de logique issue des moyens d'enseignement COROME ainsi que sa réalisation dans une classe de 4H à Genève. Cette activité consiste en la résolution d'un problème de déduction logique de type énigme. Quelques adaptations de l'activité sont présentées ainsi que l'analyse de quelques procédures d'élèves.

ENJEUX ET JEU SUR LES VARIABLES DIDACTIQUES

Une activité de logique

Dans les commentaires didactiques des moyens d'enseignement COROME (Gagnebin, Guignard, Jaquet, 1998) les auteur-e-s mettent en avant divers aspects essentiels pour l'apprentissage d'une pensée mathématique et la préparation à la démonstration. L'élève doit développer une maîtrise de la langue et « la logique lui offre un vocabulaire précis, en compléments des diagrammes, tableaux, graphiques et autres formes de représentation » (p. 69). Dans le moyen 1P (Ging, Sauthier et Stierli, 1997) le module 1 est consacré aux problèmes pour apprendre à conduire un raisonnement. Dans ce module, une section composée d'énigmes vise à « exercer son raisonnement au travers d'activités qui demandent de lire, mettre en relation, classer, organiser des informations et utiliser des représentations personnelles pour se rappeler ou communiquer des informations » (Ging, Sauthier et Stierli, 1997, p.37). Parmi ces problèmes de recherche, l'énigme « De l'or » (Ging, Sauthier et Stierli, 1996, p. 67-68) présentée en Fig. 1, est une activité de « déduction logique à partir de phrases affirmatives » (Ging, Sauthier et Stierli, 1997, p. 49) dans laquelle les élèves doivent trouver le propriétaire d'un coffre en tenant compte de toutes les informations disponibles sous la forme de phrases indices. Cette activité concerne une classe de 4H et à ce niveau de scolarité, la lecture n'est pas encore fluide. Cela peut impliquer une difficulté supplémentaire chez certains élèves comme le soulève Calame (1999) concernant l'activité « Soyons logiques » (Gung, Sauthier, & Stierli, 1996, p. 85) pour les classes de 4H également.

De l'or !

Chaque coffre appartient à un seul pirate.
 Barberousse et Barbejaune ont un coffre avec des poignées.
 Barbebleue et Barbenoire ont un coffre ouvert.
 Barbegrise et Barberousse ont un coffre fermé.
 Barbejaune, Barbenoire et Barbegrise ont un coffre avec une clé.
 Barbenoire a un coffre avec des pieds.

Comment s'appelle le pirate qui a le coffre rempli d'or ?



pierres précieuses



vaisselle précieuse



or



argent



épices

Le pirate qui a le coffre rempli d'or s'appelle

Fig. 9 : Énoncé de l'activité « De l'or »

Bien qu'apparaissant ici sur une même page, les élèves reçoivent une feuille avec les indices de l'énigme et une feuille avec les différents coffres. Il est ainsi possible de voir simultanément les deux feuilles.

La première phrase d'indices permet de mettre en relation le coffre de pierres précieuses et le coffre d'or avec Barberousse et Barbejaune, chaque coffre appartenant à l'un ou l'autre des pirates. La deuxième phrase d'indices permet de mettre en relation le coffre de vaisselle précieuse et le coffre d'épices avec Barbebleue ou Barbenoire, chaque coffre appartenant à l'un ou l'autre des pirates. La troisième phrase d'indices permet de mettre en relation le coffre de pierres précieuses, le coffre d'or et le coffre d'argent, avec Barbegrise ou Barberousse, chaque coffre appartenant à l'un ou l'autre des pirates. Or si on reprend la première phrase d'indices, Barberousse a un coffre avec poignées, le seul coffre avec poignées qui est aussi fermé est le coffre de pierres précieuses. En croisant les indices des première et troisième phrases, on obtient ainsi un nouvel indice. C'est ce que nous appelons une déduction logique. Cette déduction nécessite d'associer deux phrases d'indices. Si on reprend les indices sur les coffres avec poignées, le seul coffre avec poignées restant est le coffre d'or, il appartient donc à Barbejaune. Là encore, un nouvel indice

est obtenu par déduction logique. Ainsi, les première et troisième phrases d'indices sont suffisantes pour résoudre le problème. Supposons maintenant que cette troisième phrase d'indices n'ait pas permis la première déduction logique et continuons la lecture des phrases. La quatrième phrase d'indices permet de mettre en relation le coffre de vaisselle précieuse, le coffre d'or et le coffre d'argent avec Barbejaune, Barbenoire et Barbegrise. Là encore, il est possible d'organiser les indices reçus pour déduire de nouveaux indices. Ainsi, le coffre de Barbejaune a des poignées et une clé, seul le coffre d'or remplit ces conditions. Bien que la solution soit trouvée, on peut continuer l'organisation des informations et déduire que Barbenoire a un coffre ouvert avec une clé, c'est-à-dire le coffre de vaisselle précieuse et Barbegrise à un coffre fermé avec une clé, c'est-à-dire le coffre d'argent. Supposons que les quatre premières phrases d'indices n'aient pas permis de résoudre la tâche, la cinquième phrase d'indices seule permet de mettre en relation Barbenoire avec le coffre de vaisselle précieuse. Cette dernière phrase d'indices permet une mise en relation immédiate et définitive entre un coffre et un pirate. De plus, si Barbenoire a le coffre de vaisselle précieuse, alors le deuxième coffre ouvert est à Barbebleue. La suite des associations passe par les déductions utilisant les première, troisième et quatrième phrases d'indices comme présenté précédemment. Pour répondre à la question posée, il n'est pas nécessaire de trouver tous les propriétaires des coffres, uniquement l'association de Barbejaune et le coffre d'or. Ainsi, il est possible de résoudre l'énigme sans utiliser la deuxième et de la dernière phrase d'indices.

La résolution de cette activité passe effectivement par la lecture et l'organisation des informations pour déduire la relation entre un pirate et un coffre. À travers l'étude de cette activité et l'analyse des procédures des élèves, nous souhaitons identifier comment des élèves de 4HI organisent les informations (ici les indices) dans une démarche de déduction logique et comment ces organisations évoluent au cours de la résolution.

Avant d'observer une réalisation de cette activité en classe, nous analysons certaines variables didactiques et leurs valeurs afin de modéliser l'activité à notre question de recherche.

Variation didactiques

En modifiant certaines valeurs de variables didactiques (Dorier, 2010), dans le but d'observer plus finement l'évolution des stratégies des élèves, un nouvel énoncé a été proposé. Nous choisissons de nous focaliser sur trois variables didactiques. La première concerne la visibilité des deux collections. Dans l'énoncé initial, les indications sur les pirates sont sur une feuille et les coffres apparaissent sur une autre feuille. Il est possible de visualiser simultanément les phrases d'indices et les coffres. Afin de rendre ce traitement des informations moins immédiat et éventuellement de favoriser une organisation préalable des informations, nous disposons les phrases d'indices au recto de la feuille et les coffres sur le verso de la même feuille. Les nombreux allers et retours entre recto et verso peuvent alourdir une stratégie qui consiste à traiter immédiatement chaque phrase pour mettre en relation pirates et coffres au profit d'une stratégie qui organiserait les indices sur les coffres des pirates entre eux avant la mise en relation avec les coffres.

La seconde variable concerne le nombre de pirates et de coffres. Dans l'énoncé initial, pour chaque phrase d'indice 2 ou 3 coffres maximum sont candidats, et comme nous l'avons vu, finalement les 5 phrases ne sont pas nécessaires à la résolution. Afin de rendre le traitement et l'organisation entre les indices et les coffres nécessaires, nous rajoutons deux coffres, ce qui augmentera le nombre de coffres candidats à chaque phrase.

La troisième et dernière variable consiste en la modification de la consigne. Contrairement à l'énoncé initial, cette variable contraint alors les élèves à utiliser toutes les données, c'est-à-dire trouver un coffre appartenant à chaque pirate et non pas seulement le pirate propriétaire du coffre rempli d'or. Certaines formulations dans les énoncés de l'activité ont aussi été modifiées. Ainsi, dans le cas d'une formulation positive, l'accès aux informations est immédiat, alors que dans le cas d'une formulation négative, il est parfois nécessaire de traduire l'énoncé en une phrase affirmative. Nous pouvons par exemple prendre l'énoncé original suivant : « Barbebleue et Barbenoire ont un coffre ouvert. » que nous avons modifié en « Barbebleue et Barbenoire n'ont pas de coffre fermé. ». Ces deux énoncés sont-ils équivalents pour les

élèves de 4H ? Comprennent-ils que « n’ont pas de coffre fermé » et « ont un coffre ouvert » sont des formulations avec la même signification ?

Question de recherche

Nous souhaitons identifier comment des élèves de 4H organisent les informations (ici les indices) dans une démarche de déduction logique et comment ces organisations évoluent au cours de la résolution.

À l’aide de ces choix de valeurs de variables didactiques, les élèves sont incités à mobiliser des stratégies en lien avec la résolution de problème et la déduction logique avec l’organisation des informations et la mise en relation d’informations. Ce jeu sur les variables didactiques permet une évolution de l’énoncé présenté dans la **Erreur ! Source du renvoi introuvable.**

Chaque coffre appartient à un seul pirate.
 Barberousse et Barbejaune ont un coffre avec des poignées.
 Barbebleue et Barbenoire n’ont pas de coffre fermé.
 Barbegrise Barberousse et Barbejaune ont un coffre fermé.
 Barbejaune, Barbenoire et Barbegrise ont un coffre avec une clé.
 Barberousse et Barbebleue ont un coffre qui n’a pas de pieds.

Retrouve quel coffre appartient à quel pirate.
 Barbebleue a un coffre rempli de
 Barbenoire a un coffre rempli de
 Barbegrise a un coffre rempli de
 Barberousse a un coffre rempli de
 Barbejaune a un coffre rempli de

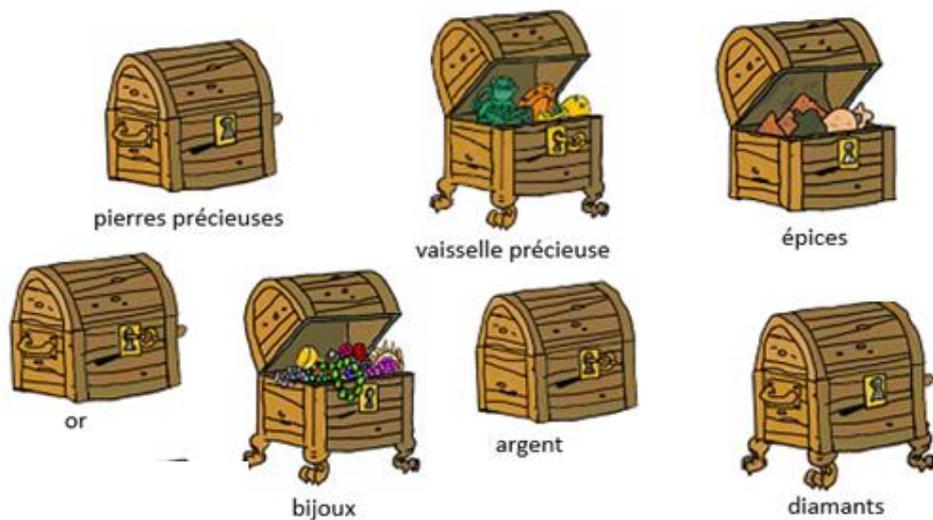


Fig. 10 : Nouvelle consigne de l’activité présentée sur une page recto verso

Voici une résolution possible de la nouvelle tâche. Il est possible de résoudre cette énigme en mettant en relation chaque phrase d’indices avec la collection de coffres. Dans ce cas il s’agit de faire des hypothèses sur des propriétaires potentiels pour les différents coffres, c’est-à-dire reprendre une résolution proche de celle présentée pour l’activité initiale. Cependant comme les phrases d’indices et les coffres ne sont plus visibles simultanément l’aller et retour entre les deux types d’informations devrait alourdir la résolution et inciter à une organisation préalable des indices. Ainsi il est aussi possible d’organiser les phrases en regroupant tous les indices concernant chaque coffre de pirate. On obtient alors que Barberousse a un coffre avec des poignées, fermé et qui n’a pas de pieds. Il a donc un coffre de pierres précieuses ou d’or. Barbejaune a un coffre avec des poignées, fermé et une clé, il a donc le coffre d’or. Cela implique que Barberousse a le coffre de pierres précieuses. Barbebleue a un coffre qui est ouvert et qui n’a pas de pieds,

il a donc le coffre d'épices. Barbenoire a un coffre ouvert, avec une clé, il a donc le coffre de vaisselle précieuse. Barbegrise a un coffre fermé avec une clé, il a donc un coffre d'or ou d'argent, cependant comme Barbejaune a le coffre d'or, Barbegrise a donc le coffre d'argent. Cet exemple de résolution utilise un traitement des informations différent de la résolution proposée pour le problème initial, on retrouve les connaissances en lien avec l'organisation, la mise en relation d'information et la déduction logique.

Stratégies

Selon Bessot (2003) pour qu'une situation soit vécue comme adidactique :

- L'élève peut envisager une réponse, mais cette réponse initiale (procédure de base qui est relative aux savoirs et connaissances antérieurs) n'est pas celle que l'on veut enseigner : si la réponse était déjà connue, ce ne serait pas une situation d'apprentissage.
 - Cette procédure de base doit se révéler très vite insuffisante ou inefficace pour que l'élève soit contraint de faire des accommodations, des modifications de son système de connaissance. Il y a incertitude de l'élève quant aux décisions à prendre.
 - La connaissance visée est a priori requise pour passer de la stratégie de base à la stratégie optimale.
- (p.8)

Dans cette activité de logique, les élèves peuvent directement tenter d'associer un coffre à un pirate en utilisant les indices de l'énoncé sans s'assurer de l'unicité de leur solution. Par exemple, avec la deuxième phrase d'indices, il est possible d'associer Barbebleue au coffre de vaisselle précieuse et Barbenoire au coffre de bijoux. Ainsi, les élèves peuvent tomber sur une bonne association, cependant l'augmentation du nombre de coffres réduit ce facteur de possibilités. Cette stratégie de base devrait être mise en défaut au cours de la résolution. Ainsi cette stratégie de base d'association « directe non exhaustive » doit être dépassée par une organisation des indices et des déductions logiques pour s'assurer de la validité par l'unicité de l'association pirate-coffre.

Une des stratégies optimales est le raisonnement par des hypothèses pour associer les coffres compatibles aux indices et ainsi associer chaque pirate aux coffres qui satisfont les conditions de l'énoncé. Cette stratégie « phrase par phrase » est celle qui a été utilisée pour résoudre l'activité initiale. Elle permet de réussir cependant, comme les phrases d'indices sont détachées visuellement des coffres elle peut être longue avec de nombreux aller-retour entre les informations et les coffres. De plus, elle exige un retour sur les phrases d'indices précédentes au fur et à mesure de la résolution. Il est possible que les élèves fassent des hypothèses en mettant le nom du coffre à côté du nom du pirate (collection des pirates au recto). Ces hypothèses doivent être complétées par des relectures des phrases indices pour en déduire de nouveaux indices et l'association pirate-coffres. Les élèves qui n'effectuent pas les déductions ne pourront pas résoudre la tâche. Ils comprennent le but de l'exercice, celui de faire correspondre les coffres aux pirates, mais ne comprennent pas forcément comment s'y prendre.

Une autre stratégie optimale, « organisation des indices » est de rassembler les indices pour chaque pirate puis de les utiliser sur la collection de coffres afin d'identifier quel coffre correspond aux groupes d'indices et d'en conclure à quel pirate il appartient. C'est la stratégie que nous avons utilisée pour résoudre la deuxième version de l'activité. Cette stratégie peut utiliser une modélisation pour l'organisation des indices. Nous définissons la modélisation comme « Modéliser signifie construire, discuter et étudier une correspondance entre deux (au moins) systèmes incluant des objets, des relations entre ces objets et questions » (Burgermeister & Dorier, 2013, p.11). En d'autres termes, le premier système, n'étant pas adapté, est transposé dans un autre système compréhensible, même s'il est complètement différent du premier. Ainsi les élèves peuvent construire un modèle sur les mots-indices (souligner, noter dans une bulle, etc.) ou ils peuvent dessiner les coffres et utiliser un modèle plutôt graphique.

Lors de leur résolution, les élèves peuvent utiliser différentes stratégies qui ne leur permettront pas de résoudre la tâche. Par exemple, certains élèves peuvent vouloir attribuer tous les coffres à un ou plusieurs pirates, sans se rendre compte qu'il y en a deux en trop. Il est aussi possible que les élèves ne reviennent pas sur les consignes pour vérifier que toutes les conditions sont satisfaites. Il est aussi possible que certains

élèves ne traduisent pas les phrases négatives en phrases positives, donc utilisent une information incorrecte. Il est possible que des élèves utilisent ces stratégies et prennent conscience de leur insuffisance au cours de la résolution au profit de stratégies optimales. Elles peuvent aussi participer à la compréhension du problème et à l'intérêt d'organiser et mettre en relation les différents indices. Ces stratégies ainsi que la stratégie d'association directe non exhaustive sont rassemblées dans ce que nous nommons les stratégies de base.

Enfin, il y a deux méthodes que nous ne classons pas, car une n'est pas une stratégie, mais une aide à la réussite de la tâche et l'autre ne montre pas de stratégie visible. En effet, le fait de noter par un symbole une phrase négative apporte un complément aux stratégies, mais ne va pas permettre aux élèves de résoudre la tâche uniquement grâce à cette façon de faire. Ensuite, les réponses sans stratégies visibles sont des feuilles sur lesquelles il y a uniquement les réponses aux énoncés à compléter sans aucune indication sur les procédures de réalisation de la tâche, puisque le reste de la feuille est vierge.

ANALYSE D'UNE RÉALISATION EN CLASSE

Déroulement

Dans le but d'analyser cette tâche, nous avons observé cette activité dans une classe genevoise de 4H. L'enseignante a suivi le déroulement initialement proposé. Elle a expliqué l'objectif de la séance, à savoir résoudre le problème posé. Après avoir lu la consigne à haute voix, l'enseignante a demandé aux élèves s'ils avaient des questions ainsi que des idées sur les diverses stratégies envisageables pour résoudre l'exercice proposé. C'est durant ce court temps de discussion qu'une élève a remarqué et oralisé au reste de la classe qu'il y avait 2 coffres en trop. Ensuite, les élèves se sont répartis dans la classe et l'enseignante a désigné trois élèves, qui ont été regroupés autour d'une table du fond pour faciliter notre observation.

Les élèves ont d'abord eu 15 minutes de résolution en individuel. Grâce à nos passages dans les rangs, il ressort que certains élèves n'ont pas compris la consigne, que d'autres n'ont rien eu le temps d'écrire et que quelques-uns ont fini l'exercice. Par exemple, un élève semble ne pas avoir compris la consigne en reliant les coffres aux mêmes caractéristiques et trois autres nous rendent des feuilles sur lesquelles il n'y a aucune trace écrite.

À la suite de ce temps de recherche individuel, l'enseignant a fait une première mise en commun. Lors de cette mise en commun, selon les réponses des élèves, le groupe a échangé autour de diverses stratégies comme le fait d'utiliser un signe (lettre, couleur ou chiffre) pour distinguer les pirates à côté des coffres. Les échanges ont abouti à la validation du coffre de Barbenoire. Cette mise en commun a permis le partage d'une procédure et l'association d'un coffre à un pirate. Le but était d'apporter aux élèves en difficulté des aides à la résolution.

Ensuite, les élèves continuent individuellement la résolution du problème et obtiennent une aide personnelle si besoin. À la suite de ce second temps de recherche, l'enseignante rassemble les élèves qui ont beaucoup de difficultés à terminer l'activité autour d'une table afin de leur apporter une aide plus spécifique.

Pour les élèves ayant terminé leurs exercices avant le reste de la classe, l'enseignante leur indique de continuer leurs travaux en cours.

Analyse des procédures des élèves

À la suite de la réalisation de l'activité en classe, nous analysons ce que nous avons observé tout en faisant des liens avec ce que nous avons initialement analysé des possibles stratégies des élèves par rapport à la nouvelle tâche et aux variables didactiques.

Le premier constat que nous partageons est que les élèves utilisent en général plusieurs stratégies pour résoudre cette tâche. De manière générale, nous constatons que 12 élèves sur 18 utilisent une notation

(lettres, chiffres ou couleurs) pour distinguer les pirates. On relève que 4 élèves sur ces 12 ont utilisé cette stratégie par suite d'une aide qui leur a été apportée spécifiquement.

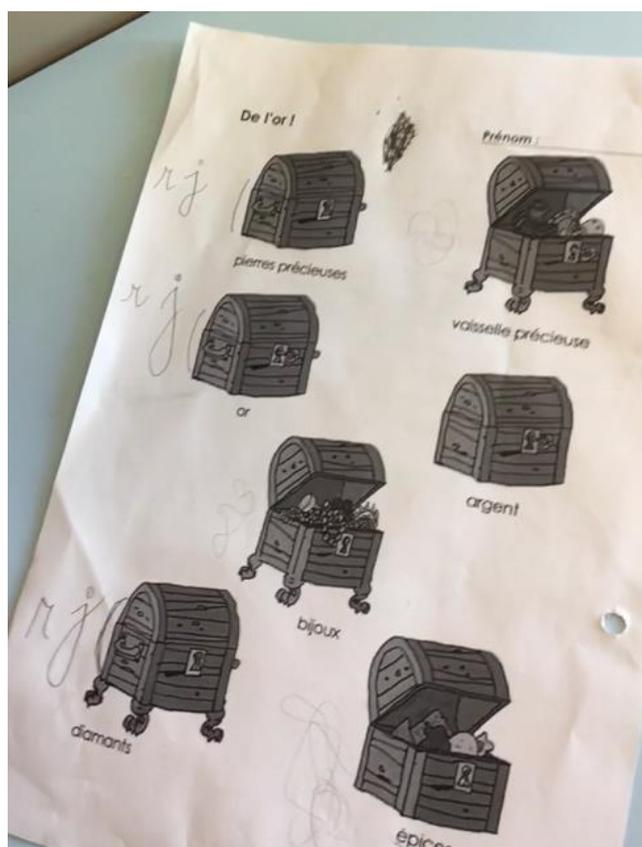


Fig. 11 : Exemple de notation pour distinguer les pirates

Le fait que les élèves utilisent une notation pour distinguer les pirates peut résulter de la première mise en commun où les élèves avaient relevé cette économie de notation des pirates. Sur les 12 élèves ayant utilisé la notation pour distinguer les pirates, 7 élèves ont également utilisé la stratégie phrase par phrase. Pour rappel, cette stratégie consiste à extraire les indices d'une première phrase d'indices pour les mettre directement en relation avec la collection de coffres.

La production présentée dans la Fig. 4 illustre l'utilisation de différentes stratégies chez un même élève.

De l'or ! Prénom : _____

Barberousse et Barbejaune ont un coffre avec des poignées.

Barbebleue et Barbenoire n'ont pas de coffre fermé.

Barbegrise, Barberoussé et Barbejaune ont un coffre fermé.

Barbejaune, Barbenoire et Barbegrise ont un coffre avec une clé.

Barberousse et Barbebleue ont un coffre qui n'a pas de pieds.

Retrouve quel coffre appartient à quel pirate.

Barbebleue a un coffre rempli de d'épices

Barbenoire a un coffre rempli de vaisselle précieuse

Barbegrise a un coffre rempli de d'argent

Barberousse a un coffre rempli de pierres précieuses

Barbejaune a un coffre rempli de d'or

De l'or ! Prénom : _____

Annotations on the chest images:

- Orange:** A large 'X' mark above the 'pierres précieuses' chest.
- Yellow:** A mark above the 'or' chest.
- Grey:** A mark next to the 'argent' chest.
- Blue:** A large 'Bleu' written vertically next to the 'épices' chest.

Fig. 12 : Production de KN

Si on regarde la page des coffres, le coffre de pierres précieuses est annoté par 4 traits, un orange, un jaune, un gris et un bleu. Ces traits renvoient certainement à des pirates potentiellement propriétaires du coffre. On peut supposer que l'élève a choisi ce premier coffre et a tenté de l'associer aux différentes phrases d'indices qui le concernent. C'est-à-dire qu'il cherche les indices relatifs à un coffre avec des poignées (première phrase d'indices avec Barberousse et Barbejaune candidats), fermé (troisième phrase d'indices qui ajoute Barbegrise candidat) et sans pieds (dernière phrase d'indices qui ajoute Babelbleue candidat). On voit que cette stratégie ne permet pas, sur un seul coffre, de connaître le propriétaire du coffre, elle s'avère inefficace et contraint l'élève à une modification. Il semble que l'élève change de stratégies et organise tous

les indices de coffres concernant chaque pirate. Tous les indices du coffre d'un pirate sont soulignés avec la couleur du pirate associé. Par exemple les indices du coffre de Barberousse sont soulignés en orange, ceux du coffre de Barbebleue sont soulignés en bleu. Puis l'élève cherche le coffre correspondant à l'ensemble des indices soulignés d'une même couleur dans la collection des coffres. La première stratégie permet pour chaque coffre de lui associer tous les pirates candidats, c'est-à-dire ceux qui possèdent un coffre ayant une caractéristique commune au coffre. Pour pouvoir conclure, l'élève doit ensuite mettre en relation les indices, faire des déductions qui permettent d'éliminer certains pirates candidats. En changeant de stratégie, l'élève organise les indices directement par l'utilisation de la couleur. On retrouve la stratégie optimale « organisation des indices ».

La production de DO présentée en Fig. 5 est difficile à analyser, mais comme nous avons pu observer l'élève, nous complétons notre analyse par l'observation faite en classe.

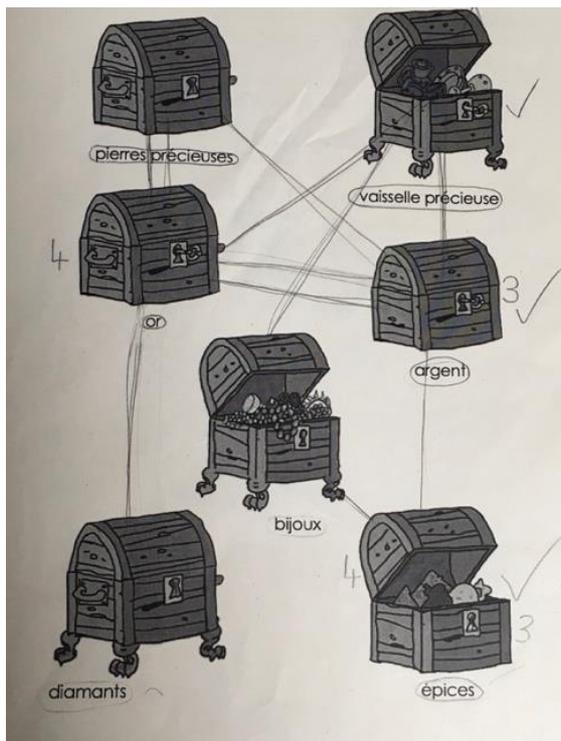


Fig. 13 : Production de DO

Cet élève commence sa résolution de la tâche en lisant chaque phrase d'indices et choisit un coffre compatible avec les indices. Il tire des conclusions en fonction de ce qu'il vient de lire en trouvant un coffre issu de la dernière phrase lue et l'associe au pirate, sans regarder les autres possibilités de coffres ayant la même caractéristique. De plus, cet élève n'a pas de difficultés de lecture, mais dans cet exercice, nous déduisons qu'il lisait trop vite, car il a lu « poignards » à la place de « poignées » et n'est pas revenu sur l'énoncé lu. À la suite de cette lecture erronée, il conclut et explique à l'une d'entre nous que les poignards se trouvent avec des bijoux et que, par conséquent, le coffre de bijoux appartient à Barbebleue (qui est le premier pirate écrit dans la liste à remplir). Cet élève ne revient également pas sur les consignes, puisqu'il fait des hypothèses sans vérifier leur validité. Il note donc les informations lues, mais sans faire de liens entre elles donc faisant des déductions incohérentes avec le reste des contraintes, mais logiques avec la consigne lue. Ainsi, cet élève utilise la déduction dans le choix du coffre, car il utilise un indice cependant en n'organisant pas les indices il ne peut avoir un choix exhaustif et valide.

Ensuite, il décide de recommencer son exercice et rassemble tous les coffres aux mêmes caractéristiques en les reliant. Par exemple, il relie tous les coffres fermés et ajoute un 4 à côté du dernier trait, pour signifier qu'il y en avait quatre de cette catégorie (cf. Fig. 5). Ici, il y a donc de la modélisation, puisqu'il transpose l'exercice original dans un autre exercice qu'il comprend : au lieu de trouver le coffre correspondant à son

propriétaire, il trouve tous les coffres partageant des propriétés et les compte par catégorie. Ainsi l'élève semble prendre conscience du besoin d'organiser les indices, ce qu'il fait sur la page des coffres.

Toutefois, c'est lorsqu'une adulte lui vient en aide en le guidant dans sa résolution de problème qu'il réussit la tâche, grâce à la prise d'information phrase par phrase, d'une organisation des indices et d'une relecture des phrases indices.

L'utilisation de ces différentes stratégies de base illustre une appropriation progressive de la tâche par l'élève même s'il ne parvient pas à la résoudre seul. D'autres élèves (DO et AIA) sont des élèves qui rencontrent beaucoup de difficultés, même après avoir bénéficié d'une aide personnelle. En effet, ces élèves réussissent la tâche avec l'aide de l'enseignante, mais s'ils devaient refaire l'exercice par eux-mêmes, ils n'en seraient sûrement pas capables. Ces élèves ainsi que d'autres (EA et AM) semblent ne pas savoir comment entrer dans la tâche, donc par où commencer. Ils associent un coffre à un pirate sans s'assurer de la validité de l'association. Cependant, après une aide personnelle apportée par l'enseignante, ces élèves comprennent qu'il faut faire des déductions pour donner suite à la lecture de l'énoncé. Ils lisent chaque phrase sans les organiser avec les autres indices. De ce fait, ils ne reviennent pas au début des consignes pour vérifier que leurs réponses soient cohérentes.

Si l'élève DO utilise principalement la feuille des coffres dans sa résolution, l'élève LO (Fig. 6) utilise la feuille des phrases indices avec une modélisation qui utilise les dessins des coffres.

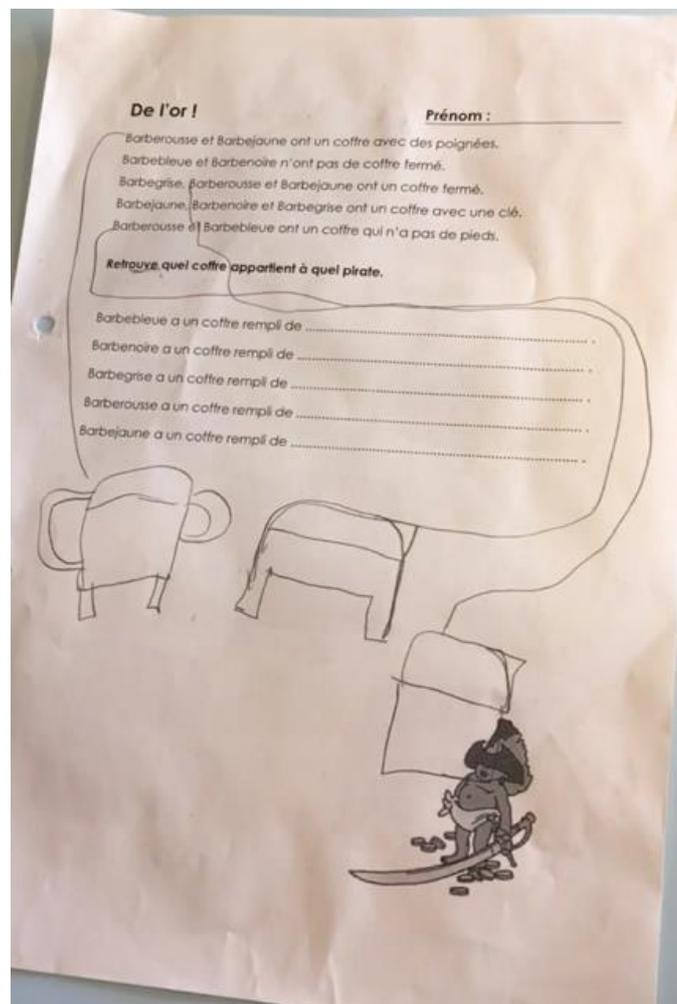


Fig. 14 : Trace montrant le regroupement des coffres selon la caractéristique « fermée »

Cette stratégie nécessite d'extraire des informations des phrases concernant un seul pirate à chaque fois, puis de dessiner chaque caractéristique du coffre. Par exemple, pour Barberousse, il dessine sur le recto de sa feuille un coffre avec des poignées, un deuxième coffre fermé et un troisième sans pieds. Il retourne

ensuite sa feuille puis repère les trois caractéristiques pour retrouver le coffre correspondant au pirate. Cette stratégie lui coûte beaucoup de temps, et il s'en rend compte rapidement. À la suite d'un échange avec une observatrice, il change de stratégie en utilisant la notation de lettres au verso de la feuille et l'extraction d'indices pour chaque pirate. Là encore l'évolution des stratégies illustre une évolution dans la compréhension de la tâche.

Efficacité des variables et des stratégies en termes d'apprentissage sur la classe

À la suite de cette analyse, nous nous rendons compte que les stratégies énoncées dans l'analyse *a priori* ne sont pas toutes observables et ne sont pas toutes des stratégies, mais parfois des façons de faire pour aider les élèves. Par exemple, le fait de se rendre compte, ou non, de la présence des phrases négatives n'est pas une stratégie en elle-même, mais une aide (ou une entrave) à la réussite de l'exercice. Nous avons augmenté le nombre de coffres dans le but d'augmenter le nombre de possibilités à étudier. Les élèves maîtrisent cette augmentation et comprennent rapidement que des coffres vont se retrouver sans propriétaires.

Une des variables didactiques concerne la visibilité des deux collections. Cette dernière gêne la façon de travailler des élèves, mais pas leur façon de réfléchir ou de résoudre la tâche sauf pour un élève, LO, qui a commencé sa résolution en dessinant le regroupement des coffres selon la caractéristique « fermée ».

Le changement dans la consigne qui nécessite l'utilisation de toutes les données pour résoudre le problème a effectivement obligé les élèves à interpréter toutes les phrases indices lors de la résolution.

Le changement qui concerne la modification de la consigne par le biais d'insertion de négation dans les phrases originales n'a pas spécifiquement mis en difficulté les élèves. Par ailleurs, il y a un élève (LO) qui note cette distinction entre les phrases positives et les phrases négatives par un symbole.

Nous remarquons que certaines stratégies apparaissent à la suite de la première intervention de l'enseignante avec la classe. Par exemple, elle reprend, lors de ce moment, l'utilisation de la stratégie de noter des lettres ou des chiffres pour distinguer les pirates, en lisant les informations phrase par phrase. Toutefois, certains élèves utilisent déjà cette notation lors des 15 premières minutes de travail en individuel.

CONCLUSION

En résumé, cette activité observée demande d'utiliser le mode de raisonnement de l'exhaustivité des cas en étudiant toutes les possibilités d'association pirate-coffre. Chaque phrase d'indices correspond à plusieurs coffres, ne permet pas de trouver la réponse directement. Il y a également de la déduction logique, puisque les élèves doivent déduire des informations à partir de ce qui est donné ou de ce qui a déjà été trouvé auparavant. Par exemple, si un coffre peut être associé à plusieurs pirates possibles, il faut ensuite déduire lequel correspond au bon propriétaire, en fonction des énoncés suivants ou précédents. Selon Gagnebin, Guigrard et Jaquet (1997), les élèves peuvent donc, grâce à ce problème « développer des stratégies de recherche, » en constituant « un ensemble de procédures organisées : effectuer de nombreux essais, formuler des hypothèses, [et] contrôler leurs résultats » (p.73). Ils doivent également « mettre en relation *plusieurs* données » (ici les collections) « ou encore plusieurs attributs relatifs à deux critères différents. » (p.68).

Les difficultés de lecture liées au degré scolaire de la classe (4H) viennent cependant entraver la résolution. La maîtrise de la lecture par la compréhension et l'interprétation des phrases d'indice devient un prérequis essentiel qui permet de favoriser un travail sur le traitement et l'organisation des données plus fluide.

BIBLIOGRAPHIE

- Bessot, A. (2003). Une introduction à la théorie des situations didactiques. *Cahier du laboratoire Leibniz*, 91, 1-28.
- Burgermeister, P.-F. & Dorier, J.-L. (2013). La modélisation dans l'enseignement des mathématiques en Suisse romande. *Petit x*, 91, 5-24.

- Calame, J.-A. (1999). Sensibiliser à l'explication d'une démarche : trouver un juste milieu ! *Math-Ecole*, 186, 13-16.
- Gagnebin, A., Guigrard, N. & Jaquet, F. (1998). *Commentaires didactiques sur les moyens d'enseignement pour les degrés 1 à 4 de l'école primaire*. Genève : Ed-1998.
- Ging, E., Sauthier, M.-H. & Stierli, E. (1997). *Mathématiques, Deuxième année, Livre du maître*. Neuchâtel : COROME.
- Ging, E., Sauthier, M.-H. & Stierli, E. (1996). *Mathématiques, Deuxième année, Fichier élève*. Neuchâtel : COROME.