

ZOOM SUR LA STRATEGIE « AJUSTEMENTS D'ESSAIS SUCCESSIFS » AU TRAVERS DE L'ACTIVITE *DES POINTS PARTOUT* (1H-2H)

Stéphane Favier¹

Université de Genève

LE CONTEXTE

Septembre 2018 voit l'introduction de nouveaux moyens d'enseignement romands² de Mathématiques pour les degrés 1H-2H dans le canton de Genève. Un dispositif de formation continue est dès lors planifié. Un des volets de cette formation repose sur des capsules vidéos présentant certaines activités nouvelles ou emblématiques de la nouvelle ressource. Ces capsules sont le fruit de la collaboration de l'équipe de Didactique des Mathématiques de Genève (DiMaGe), de la coordinatrice de discipline pour les mathématiques et d'une douzaine d'enseignants³ volontaires du canton de Genève. C'est dans ce contexte que nous avons réalisé des observations concernant l'activité *Des points partout* (CIIP, 2018) expérimentée par deux enseignantes. Cet article vient ainsi compléter les apports présentés dans la capsule dédiée à cette activité en montrant notamment que l'intitulé général de la stratégie « ajustements d'essais successifs » englobe différentes sous-stratégies qui peuvent être activées ou non selon l'élève et le niveau de difficulté de la planche.

DES POINTS PARTOUT

Lien avec les programmes

La résolution de problèmes occupe une place centrale dans le domaine Mathématiques et Sciences de la nature (MSN) du Plan d'Études Romand (PER). En particulier, le « développement des Stratégies d'apprentissage, notamment en développant le raisonnement de l'élève, ses stratégies, sa systématique, en utilisant ses essais et ses erreurs et ceux des autres pour reconstruire une réflexion et en comprendre les faux-pas » (MSN 15) est une des différentes capacités transversales attendues. Ici, nous nous intéressons à la stratégie « ajustements d'essais successifs » qui apparaît dans chacun des axes thématiques qui structurent le PER. Du côté des nouveaux moyens d'enseignement romands, une nouvelle entrée pour le cycle 1, appelée *Recherche et stratégies*, est introduite. C'est dans cette partie *Recherche et stratégies* que figure l'activité *Des points partout*. Elle vise précisément l'apprentissage : utiliser la stratégie « ajustements d'essais successifs » pour résoudre un problème. Sur la plateforme Esper (voir le site : www.ciip-esper.ch), cette stratégie est définie de la manière suivante :

Appelée 'ajustements d'essais successifs', 'tâtonnement réfléchi' ou 'essai-erreur', [cette stratégie] consiste à faire des essais pour tester une solution puis, en fonction des résultats obtenus, à faire de nouveaux essais. Contrairement au simple tâtonnement, les essais sont fonction des résultats

¹ Cette recherche s'est effectuée dans le cadre du projet financé par le Fonds national suisse de la recherche scientifique–FNS (Subside no 100019_173105 / 1) : « La résolution de problèmes comme objet ou moyen d'enseignement au cœur des apprentissages dans la classe de mathématiques : un point de vue fédérateur à partir d'études dans différents contextes. »

² La page d'accueil des nouveaux moyens d'enseignement romands est disponible à l'adresse <http://www.plandetudes.ch/web/mer>.

³ Dans un souci de simplification, le terme générique au masculin désigne aussi bien les hommes que les femmes.

précédents et ne sont pas totalement le fruit du hasard. Si l'on procède au hasard, on a très peu de chance de trouver la solution. (Esper)

Description de la tâche

Le matériel principal est un géoplan ou planche à clous. Gattegno est l'inventeur de cet outil. Il explique notamment comment utiliser des géoplans de différentes tailles dans les leçons de géométrie (Gattegno, 1960). Dans cette activité, le géoplan est utilisé comme support pour développer des stratégies de recherche en résolution de problèmes.

Il s'agit d'une planche carrée sur laquelle sont disposées cinq rangées de cinq clous. Ces clous servent à accrocher un élastique. Ainsi, cette activité de manipulation consiste à placer un élastique sur un géoplan, dont certains clous sont colorés. L'élastique doit passer par tous les clous jaunes, encercler strictement (c'est-à-dire sans les toucher) tous les clous rouges, laisser à l'extérieur strictement aussi tous les clous verts. A titre d'exemple, observons les deux planches suivantes :



Fig. 1 : Une production correcte



Fig. 2 : Une production erronée

Dans la figure 1, le tracé de l'élastique respecte bien les trois règles. Par contre, dans la figure 2, un clou vert se trouve à l'intérieur de l'élastique tandis qu'un clou rouge se trouve à l'extérieur. Deux règles ou contraintes ne sont ainsi pas respectées.

Des solutions peuvent être obtenues à l'aide de polygones croisés. Certaines d'entre elles risquent même de poser des problèmes pour situer l'intérieur de la figure. Pour éviter cette difficulté, la ressource recommande de compléter la consigne en précisant que « l'élastique ne peut pas se croiser » (Esper).

La fiche pédagogique, accompagnant la ressource, met en avant certaines variables didactiques pour permettre de différencier :

- Le nombre de couleurs sur la planche : utiliser une, deux ou trois couleur(s) augmente le nombre de règles à respecter ;
- « Disposer des marques » (Esper) semble faire référence aux planches de jeu proposées sur Esper. Ces douze planches, classées en quatre niveaux, présentent des configurations différentes au niveau du nombre de clous de chaque couleur et de leurs positions relatives. Les critères qui ont conduit à cette classification ne sont pas explicités dans la ressource. Pour faciliter leur désignation, nous codons chaque planche avec un nombre (représentatif du niveau) et une lettre (pour distinguer les différentes planches d'un même niveau). Ainsi, la planche 4b

correspond à la deuxième planche du quatrième niveau. Dans les moyens d'enseignement, les planches semblent ainsi classées selon leur difficulté, de la plus simple (1a) à la plus difficile (4c).

Deux autres variables didactiques sont évoquées dans la partie liée à la « gestion de l'activité » (Esper) :

- Les dessins illustrant les règles du jeu peuvent (ou non) « rester à disposition des élèves comme soutien pour qu'ils se rappellent de la consigne » (Esper).
- Le croisement de l'élastique : autoriser ou refuser les croisements de l'élastique sont les deux valeurs de cette variable. « Dans un premier temps, il est peut-être préférable de préciser que l'élastique ne peut pas faire de 'croisement' » (Esper).

Enfin, la ressource identifie les stratégies suivantes :

- Un repérage sur les perles⁴ jaunes bordant la forme géométrique semble plutôt efficace car il permet de positionner l'élastique de part et d'autre des autres perles. Il est possible par exemple de faire un tour complet autour des clous ornés d'une perle jaune, obligeant ainsi l'élastique à passer par ces dernières (Esper).
- Entourer des perles rouges à l'intérieur de l'élastique dans un premier temps puis, en manipulant l'élastique, extraire les vertes tout en veillant à ce que les jaunes soient sur un bord ou un sommet de la forme est aussi une stratégie efficace. Un des risques de cette procédure est que les perles rouges se retrouvent sur le bord de la forme obtenue (Esper).
- Quelle que soit la démarche, l'élève doit constamment réguler son action et agir en conséquence. Il doit effectuer une action après l'autre en prenant le temps après chaque action d'observer et réfléchir. Il observe et valide (ou non) le nouveau résultat obtenu à chacune de ses actions pour au final réussir l'activité par ajustements successifs (Esper).

QUESTION DE RECHERCHE

Rappelons que l'objectif de cette tâche est d' « utiliser la stratégie 'ajustements d'essais successifs' pour résoudre un problème ». Schoenfeld (1985) s'intéresse aux stratégies de recherche mises en œuvre par des étudiants et montre que la complexité et la subtilité de ces stratégies de recherche sont fortement sous-estimées. Une première idée est que la plupart de ces stratégies de recherche sont définies de manière très générale. Trop pour que cette définition puisse servir de guide dans la mise en œuvre de la stratégie. Ensuite, il avance que ce qui peut apparaître comme une stratégie est plutôt une collection de sous-stratégies plus ou moins liées. D'ailleurs, les experts maîtrisant les sous-stratégies sont vus comme disposant de la stratégie. En nous appuyant sur ces travaux, nous allons chercher à caractériser la stratégie « ajustements d'essais successifs » pour cette activité pour des élèves de 2H en situation de classe ordinaire.

MÉTHODOLOGIE

Le contexte

Une enseignante volontaire a proposé cette activité à ses dix-neuf élèves de 2H. Nous avons fait le choix de venir filmer après les différentes séances consacrées à la familiarisation avec le matériel et l'appropriation des règles du jeu. Ainsi, la séance filmée se situe après la réalisation des planches 1a à 3c et porte sur la recherche des planches du niveau 4 attribuées au hasard aux élèves.

La séance est menée par l'enseignant en classe entière. Les élèves effectuent une recherche individuelle sur leur géoplan. Chacun dispose, en plus, d'une fiche récapitulant les trois règles à respecter et d'un

⁴ La ressource utilise ici le mot « perle » pour désigner les clous colorés du géoplan.

sachet d'élastiques de différentes tailles. Afin d'avoir une vision de leurs différents ajustements successifs, le travail de certains élèves est filmé à l'aide de caméras de type « GoPro » placées sur leur tête. Six élèves, de niveau hétérogène, sont désignés par l'enseignant pour porter ces caméras pendant toute la durée de la séance (environ 45 minutes). Ce sont ces données qui vont être analysées.

Traitement des données

Nous avons, tout d'abord, utilisé le logiciel *Elan* pour découper le travail de l'élève en fonction des principales actions qu'il réalise (poser l'élastique, ajuster, valider, etc...). Certaines actions étaient définies *a priori* comme par exemple ajuster, valider après une production juste, valider après une production erronée. D'autres actions sont venues les compléter *a posteriori* telles que gérer des problèmes matériels, reproduire la solution sur papier. Ce découpage nous permet de reconstituer l'enchaînement des différentes actions et la durée passée pour chacune.

Ensuite, nous avons procédé à l'analyse fine, ajustement par ajustement, de chaque recherche filmée. Nous avons ainsi reconstitué la succession des différentes configurations prises par l'élastique tout au long du travail des élèves.

RÉSULTATS

Les élèves effectuent leur recherche de manière individuelle. Lorsqu'ils pensent avoir trouvé une solution (sans croisement de l'élastique), ils appellent l'enseignante. Si cette production est effectivement correcte, ils sont invités à reproduire cette solution sur papier (document à disposition sur les pupitres des élèves) puis à chercher si une autre solution existe pour cette même planche. Si la production n'est pas correcte, l'enseignante accompagne l'élève dans la validation jusqu'au repérage de l'erreur. Certains élèves interpellent l'enseignante au cours de leur recherche. Dans ce cas, l'aide apportée concerne les règles du jeu ou la phase de validation. Les six élèves équipés de « GoPro » n'ont pas reçu d'aide spécifique sur la phase de recherche.

La planche 4a a été cherchée par un seul élève qui n'est pas parvenu à une solution. La planche 4b a été cherchée par trois élèves, un seul a trouvé une solution. Quant à la planche 4c, les trois élèves ont trouvé une solution. L'analyse qui suit s'appuie sur les recherches de deux élèves. La première élève présente la particularité d'avoir cherché plusieurs planches. Elle a trouvé deux solutions pour la planche 4c (apparemment la plus difficile) avant de bloquer sur la planche 4b. Le deuxième élève cherche seulement la planche 4b sans parvenir à une solution. Il ressort, de l'analyse de leurs recherches, trois manières de caractériser la stratégie 'ajustements d'essais successifs'.

Caractérisation des ajustements

Au cours de leur recherche, les élèves disposent l'élastique puis repèrent les clous colorés qui ne respectent pas les contraintes. C'est à la suite de ce repérage qu'ils procèdent à un ou plusieurs ajustements de l'élastique. Ce processus se reproduit jusqu'à ce qu'ils parviennent à une solution ou jusqu'à ce qu'ils enlèvent l'élastique et recommencent leur recherche.

AJUSTEMENTS AU NIVEAU LOCAL

Dans ce premier cas, lorsque les élèves repèrent un clou coloré qui ne respecte pas une règle, ils parviennent à trouver une solution grâce à un ajustement local, c'est-à-dire en déplaçant l'élastique dans une zone qui contient le clou qui pose problème. Par exemple, dans la figure 3, l'élastique touche le clou rouge situé en haut du géoplan. En procédant à un ajustement local, comme celui proposé en pointillés sur la figure 4, il est possible de trouver une solution.



Fig. 3 : Une autre production erronée

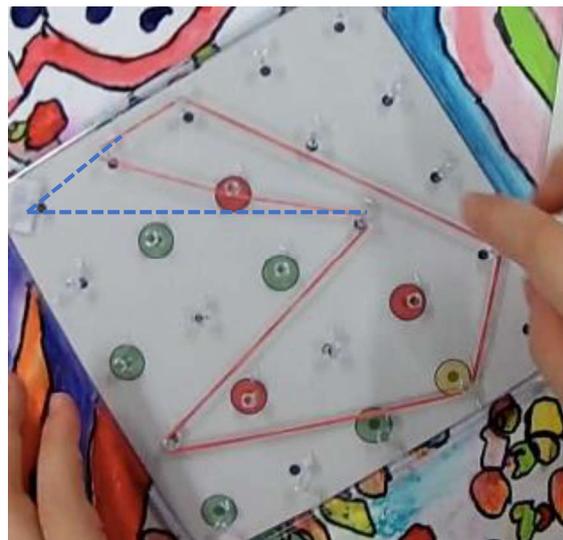


Fig. 4 : Un exemple d'ajustement au niveau local

AJUSTEMENTS AU NIVEAU GLOBAL

Toutefois, certaines configurations ne permettent pas d'être résolues par les seuls ajustements au niveau local comme le montre la configuration ci-dessous avec la planche 4b :

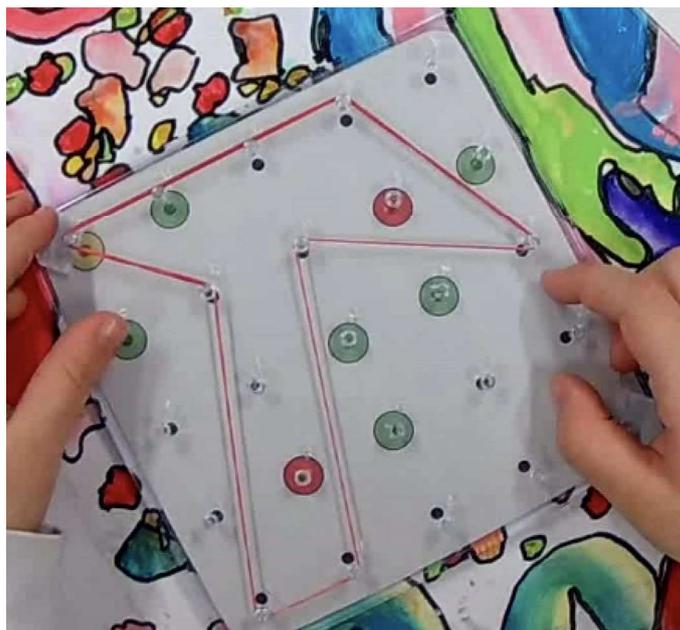


Fig. 5 : Une configuration qui bloque

Dans cet exemple, l'élastique touche, en le laissant à l'intérieur, le clou vert sur la première ligne du haut, ce qui représente le seul problème de cette planche. L'élève qui a produit ce travail a essayé toutes les solutions au niveau local avant d'enlever l'élastique et de recommencer la recherche. Cela illustre très bien le fait que les ajustements à un niveau local ne sont pas toujours efficaces. Pour trouver une solution sans réinitialiser la recherche (c'est-à-dire sans enlever complètement l'élastique), il faudra alors procéder à des ajustements à un niveau global. Prenons l'exemple de la figure 5. Dans un premier temps, il convient de déplacer l'élastique dans une zone qui n'est pas forcément à proximité du clou qui pose problème, ce qui amène l'élève à remettre en question et à modifier une partie du parcours de l'élastique pourtant correcte a priori (fig. 6). Dans un deuxième temps, il est possible de trouver une solution par un ajustement local (fig. 7).

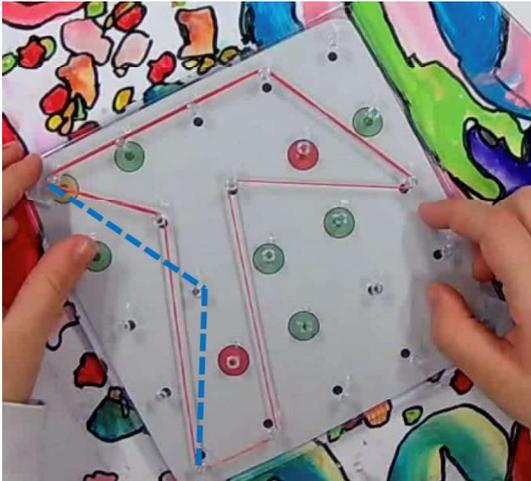


Fig. 6 : Remise en question d'une partie correcte

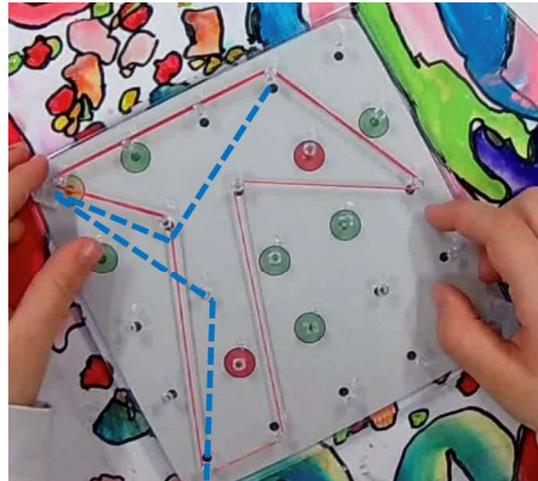


Fig. 7 : Une solution

L'adjectif « global » ne signifie pas qu'il faut remettre en cause la totalité du tracé de l'élastique. Il exprime plutôt l'idée que l'ajustement concernera une partie du géoplan qui peut se trouver n'importe où sur le plateau de jeu (à l'exception de la zone qui contient le clou non conforme aux règles). Le mot « local » signifie que la zone du géoplan dans laquelle il faut opérer est déjà déterminée étant donné que c'est celle qui contient le clou qui ne respecte pas une des règles. Toute la difficulté réside dans le fait de déterminer quelle partie du géoplan modifier. Cette mise en relation entre le clou qui pose problème et la remise en question du tracé de l'élastique sur une zone non adjacente à ce clou peut être réalisée par des déductions. Toutefois, si cette mise en relation n'est pas effectuée, certains élèves peuvent se retrouver dans des situations de blocage comme nous allons le voir à présent.

TÂTONNEMENT SIMPLE

Dans ce qui suit nous observons les stratégies d'un autre élève confronté à la même difficulté sur la même planche (4b). Le diagramme obtenu avec le logiciel *Elan* (Fig. 8) correspond aux dix premières minutes de la recherche de cet élève. Après une minute trente, l'élève pose son élastique. Il se livre ensuite à une longue phase d'ajustements entrecoupée de moments de validation ou d'attente, mais sans enlever l'élastique. Il ne réinitialise sa recherche qu'après dix minutes.

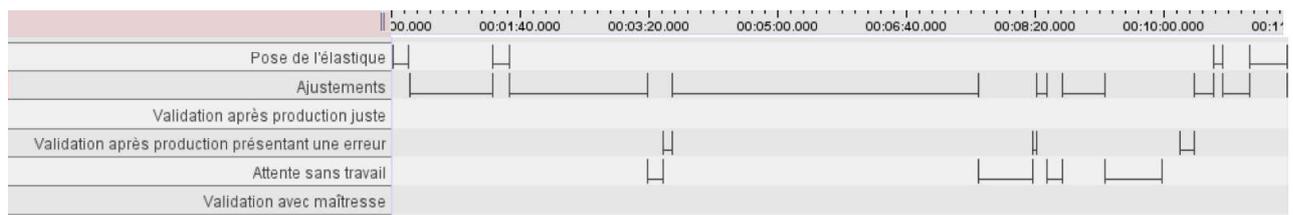


Fig. 8 : Diagramme 1

Les mouvements de la caméra, fixée sur sa tête, nous montrent qu'il reste concentré sur sa planche pendant une période assez longue. Il sait valider son travail, car il repère toujours les clous qui ne respectent pas les règles. Plusieurs conditions favorables sont réunies pour parvenir à une solution. Néanmoins, il n'en trouve pas. Le diagramme suivant (Fig. 9) représente les douze dernières minutes de sa recherche.

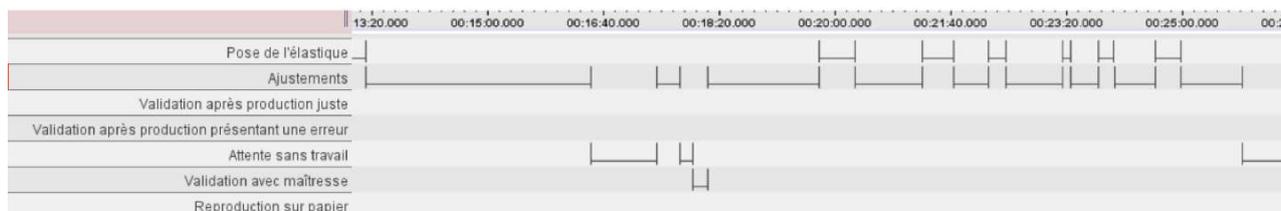


Fig. 9 : Diagramme 2

Les longues phases d'ajustements laissent peu à peu la place à une recherche marquée par une réinitialisation fréquente (à partir de vingt minutes de recherche). En particulier, cet élève enlève son élastique et recommence à six reprises. Ce changement très net nous semble être une conséquence possible du fait de ne pas réussir à adapter ses ajustements d'un niveau local à un niveau global.

La comparaison des cinq dernières manières de poser l'élastique (Fig.10) montre une très grande disparité.

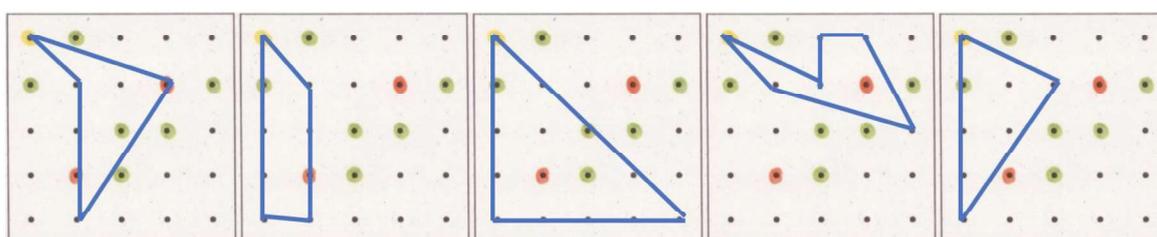


Fig. 10 : Reproduction des tracés à la pose de l'élastique

Nous interprétons cette variété par le fait que cet élève pose l'élastique un peu au hasard (mais pas complètement, car l'élastique passe toujours par le clou jaune) ce qui lui permet d'augmenter ses chances de trouver une solution en quelques ajustements. C'est un peu comme s'il tentait de passer en revue (sans organisation apparente) le plus grand nombre de configurations possibles. Cette manière de mettre en œuvre la stratégie « ajustements d'essais successifs » se caractérise par une réinitialisation fréquente de la recherche, c'est-à-dire que l'élève enlève complètement l'élastique. Il semble qu'il ne tient pas compte des essais produits pour produire les nouveaux. Nous qualifions cette variante de tâtonnement simple. Il est la conséquence de la difficulté à adapter la manière d'ajuster au niveau exigé par la planche.

Pour résumer, nous identifions trois manières de caractériser la stratégie « ajustements d'essais successifs » pour cette activité à ce niveau de scolarité :

- Ajustements au niveau local : l'intervention se situe sur la partie du géoplan qui contient le clou non conforme aux règles. L'élastique n'est déplacé que dans cette zone, le reste du tracé n'est ainsi pas modifié. Cet ajustement s'effectue en un seul temps.
- Ajustements au niveau global : l'intervention s'étend sur une autre partie du géoplan qu'il s'agit de déterminer. Cet ajustement se déroule en deux temps ou plus. Cette manière est contre-intuitive puisqu'il s'agit de remettre en question et de modifier une partie du tracé de l'élastique potentiellement correcte.
- Tâtonnement simple : la recherche est rapidement réinitialisée sans prise en compte des essais réalisés.

Le niveau de difficulté des planches

Nos analyses nous conduisent à remettre en question le classement dans le niveau de difficultés des planches de la ressource et à en proposer un autre. Cette proposition s'appuie sur les valeurs des variables didactiques décrites plus haut. En particulier, comme le suggère la ressource, les croisements de l'élastique ne sont pas acceptés ce qui implique qu'un clou ne peut être utilisé qu'une seule fois. D'autre part, une fiche récapitulant les trois règles est à disposition des élèves. Dans ce cas, l'ordre de

présentation des couleurs sur cette fiche devient une variable didactique supplémentaire qui prend dans ce cas la valeur : Jaune-Rouge-Vert.

Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4
Planche 1a	Planches 1b à 3b	Planches 3c et 4c	Planches 4a et 4b

Fig. 11 : Proposition de classement des planches par niveau de difficultés

Nous détaillons ci-dessous les caractéristiques de chaque niveau :

- Niveau 1 : pour réussir cette planche, il est nécessaire et suffisant de placer l'élastique sur les points jaunes. Les clous des deux autres couleurs sont validés de fait.
- Niveau 2 : pour ces planches, mettre les clous jaunes et rouges en conformité est nécessaire et suffisant pour réussir.
- Niveau 3 : il est inévitable de devoir traiter les trois couleurs et procéder à des ajustements au niveau local est efficace.
- Niveau 4 : en traitant ces deux planches, un élève risque de positionner l'élastique dans des configurations que des ajustements locaux ne sauraient pas régler. Confronté à ce type de difficulté, l'élève doit nécessairement procéder à des ajustements au niveau global.

CONCLUSION

En cherchant à caractériser la stratégie "ajustements d'essais successifs", nous avons mis en évidence que le travail d'élèves de 2H s'articule autour de différents niveaux d'ajustements. L'écart se situe au niveau de la mise en relation entre le clou non conforme aux règles et la partie de l'élastique à ajuster. Lorsque cette zone est en lien direct avec le clou non conforme, nous parlons d'ajustements au niveau local. Sinon, nous parlons d'ajustements au niveau global, c'est-à-dire que la partie de l'élastique à remettre en question et à modifier est à chercher sur une autre zone du géoplan. Nous avons observé que certains élèves, qui ne réussissent pas à adapter leur stratégie d'ajustements du niveau local au niveau global, quand cela est nécessaire, se livrent à une réinitialisation fréquente de la recherche, un tâtonnement simple, sans s'appuyer de manière significative sur les essais précédents.

Ces observations nous ont permis également de proposer un autre classement en ce qui concerne la difficulté des planches proposées sur la plateforme. C'est ce choix des planches qui va provoquer des adaptations et permettre aux élèves de mettre en œuvre les différentes sous-stratégies caractérisées.

RÉFÉRENCES

- Conférence intercantonale de l'instruction publique. (2010). *MSN 15– Représenter des phénomènes naturels, techniques ou des situations mathématiques...* [PDF]. In Plan d'études romand. Neuchâtel: CIIP. Repéré à http://www.plandetudes.ch/documents/10273/36558/PER_print_MSN_15.pdf.
- Conférence intercantonale de l'instruction publique. (2018). *Des points partout*. Repéré à <http://www.ciip-esper.ch>.
- Gattegno, C. (1960). L'emploi du géoplan individuel dans l'enseignement de la géométrie [The use of the individual geoboard in the teaching of geometry]. *Mathematica & Paedagogia*, 19, 17-31.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando: Academic Press.
- The Language Archive. (2000). *ELAN* (version 5.3) [Logiciel]. Repéré à <https://tla.mpi.nl/tools/tla-tools/elan/download/>