

# DE L'ANALYSE CONCEPTUELLE A LA REALISATION D'UNE CARTE CONCEPTUELLE : UN DISPOSITIF DE FORMATION POUR LES FUTURS ENSEIGNANTS DU PRIMAIRE EN MATHEMATIQUES

Jean TCHEUFFA NZIATCHEU

Université du Québec à Montréal<sup>1</sup>

## INTRODUCTION

Amener les futurs enseignants à s'appropriier un concept mathématique est fondamental dans un cours de didactique des mathématiques et c'est l'objectif poursuivi par le travail dont le présent article rend compte. Pour tendre vers cet objectif, nous proposons à des futurs enseignants du préscolaire primaire et adaptation scolaire<sup>2</sup> (MELS, 2007) un travail qui consiste à réaliser une analyse conceptuelle et une carte conceptuelle dans le cadre du cours universitaire de didactique de l'arithmétique.

## CADRE THÉORIQUE

Les concepts théoriques utilisés dans ce travail portent sur l'analyse conceptuelle et la carte conceptuelle. Une analyse conceptuelle est une étude de divers modes de représentations d'un concept (le concept de division et de multiplication dans notre cas) contribuant à l'enrichissement de la compréhension de ce concept (Deblois, 1996). Quant à la carte conceptuelle, c'est une représentation graphique d'un domaine de connaissance tel que perçu par un ou plusieurs individus, et qui établit des liens entre différents concepts évoqués par son ou ses auteurs (Laflamme, 2006, p. 8). La carte conceptuelle est un outil efficace pour apprendre à tous les niveaux scolaires ou professionnels et elle aide à apprendre comment apprendre (Novak et Gowin, 1984 ; Novak, 2002). La carte conceptuelle peut fonctionner comme un artefact à travers lequel des apprenants démontrent une compréhension progressive d'un réseau de concepts et développent leurs connaissances par collaboration et coopération (Novak, 2010, 1998). Dans le cadre du présent travail, l'analyse conceptuelle et la carte conceptuelle ont été mises en place dans le contexte décrit ci-après.

## CONTEXTE

Pour savoir comment l'analyse conceptuelle et la carte conceptuelle peuvent aider les étudiants à analyser et s'appropriier un concept, nous avons mis sur pied un travail de session avec des étudiants inscrits en 2e année du programme de baccalauréat au Québec. Le travail de session est un ensemble de tâches que ces étudiants réalisent le long d'une session de quatorze semaines de cours. En début de session, les étudiants forment des groupes de trois ou quatre. Il y a cinq groupes de 4 étudiants et sept

---

<sup>1</sup> tcheuffa\_nziatcheu.jean@courrier.uqam.ca

<sup>2</sup> Au Québec, a été adoptée en 2000 une politique de l'adaptation scolaire. Elle préconise une organisation des services éducatifs au service de l'élève, basée sur une approche individualisée et accorde une place centrale à la prise en compte des jeunes à risque ou en difficulté d'adaptation et/ou d'apprentissage (MELS, 2007).

groupes de 3 étudiants, soit douze groupes au total. Dans le cadre de son cours de didactique, l'enseignant identifie douze concepts à travailler. Chaque groupe tire au sort un sujet. Le travail de session – l'analyse et la carte conceptuelle – est remis à la treizième semaine parce que l'examen final du cours se déroule à la quatorzième semaine.

Dans cet article, nous analysons plus particulièrement le travail de six étudiants, répartis dans deux groupes nommés A et B, qui ont travaillé respectivement sur la division et la multiplication.

Dans les sections suivantes sont exposés la méthodologie d'expérimentation, l'analyse et les résultats.

## MÉTHODOLOGIE

La carte conceptuelle est élaborée par les étudiants en débutant par l'intitulé « arithmétique » et en la réalisant au fur et à mesure que le cours se déroule (c'est-à-dire après l'enseignement d'un concept dans le cours de didactique), et ce, jusqu'à la fin de session.

Quant à l'analyse conceptuelle du concept (dans cet article de division ou de multiplication), il s'agit d'une tâche qui se déroule en deux phases. Dans la première phase, les étudiants doivent mener une recherche dans le Programme de formation de l'école québécoise (PFEQ), dans la Progression des apprentissages (PDA) et dans des manuels scolaires afin de rapporter, à travers un document élaboré, les façons de présenter ce concept.

Dans la seconde phase, ces étudiants réalisent un travail pratique de terrain dans un contexte semi-réel de pratique professionnelle en enseignement. Ils conçoivent eux-mêmes des tâches portant sur le concept traité dans l'analyse conceptuelle et ses différents sens en lien avec la progression des apprentissages qui correspond au niveau scolaire des élèves du cycle primaire où ils expérimentent. Ces expériences concrètes se font en contexte clinique, c'est-à-dire hors de la salle de classe et des heures de cours. Chaque membre du groupe travaille tour à tour avec l'élève qui est recruté sur une base volontaire avec le consentement de ses parents, sous forme d'un entretien semi-dirigé. Dans celui-ci, la parole est donnée le plus possible à l'élève afin qu'il verbalise la résolution de la tâche. D'une durée de 45 min, cette séance est enregistrée en vidéo puis transcrite par le groupe pour des fins d'analyses. Dans le cadre de cet article, nous avons pris un extrait de cette transcription. Au niveau des cartes conceptuelles, nous avons pris deux cartes, celle du groupe A et celle du groupe B afin de les comparer.

## RÉSULTATS DES ANALYSES CONCEPTUELLES

Dans la première partie du travail sur l'analyse conceptuelle, le groupe A rapporte que dans le Programme de formation de l'école québécoise (PFEQ) et la Progression des apprentissages (PDA), la division est une opération qui consiste à trouver combien de fois une quantité est contenue dans une autre. En analysant les manuels Clicmaths (Dagenais, 2014) et Défi mathématique (Lyons et Lyons, 2005a, 2005b), le groupe rapporte que la division est reliée aux notions de quotient (le résultat d'une opération), de dividende (le nombre qui est divisé), de diviseur (le nombre qui divise) et plus tard du reste. Toujours dans le sens de l'analyse conceptuelle, le groupe mentionne que dans les manuels analysés ci-dessus, la division est la dernière opération arithmétique introduite après l'addition, la soustraction et la multiplication.

Pour le groupe B, la multiplication est une opération qui est souvent notée par la croix de multiplication ( $\times$ ) et est reliée à des notions d'addition, de retenue et de position des chiffres dans un nombre.

D'après le groupe A, la division est abordée dès le 2<sup>e</sup> cycle primaire (8-9 ans au Québec) et se poursuit en 3<sup>e</sup> cycle (10-11 ans) ; c'est aussi le cas pour le groupe B en ce qui concerne la multiplication.

Dans leur recherche, les deux groupes nous renseignent sur certains programmes (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2006) qui recommandent d'enseigner la division au même moment que la multiplication parce que ce sont deux concepts complémentaires. Dans la suite de leur travail, ils soutiennent que l'apprentissage de la division/multiplication au primaire va de l'algorithme personnel (démarche intuitive de l'apprenant) pour tendre vers l'algorithme conventionnel admis dans une communauté de pratique. Pour donner suite à leur analyse sur des travaux de recherche, le groupe A met en avant le fait que les sens de la division travaillés au primaire sont le sens partage et le sens groupement tandis que le groupe B mentionne que les sens de la multiplication travaillés au primaire sont l'addition répétée, l'aire et le volume, la comparaison, le produit cartésien (ou la combinaison) et la disposition rectangulaire (Poirier, 2001).

Selon les deux groupes, plusieurs auteurs pointent quelques difficultés que pourraient vivre des élèves comme l'interprétation du reste de la division ou de la retenue en multiplication, celle qui consiste à penser qu'une même division peut avoir deux sens différents (partage et mesure) (Boulet, 1998). Certaines difficultés d'élèves peuvent provenir de la présence d'un diviseur à deux chiffres ainsi que la présence de zéros au milieu de la division ou encore de la manipulation de la retenue dans la multiplication (Van De Walle & Lovin, 2008).

Concernant les commentaires des étudiants suite à leur analyse conceptuelle, les deux groupes constatent que travailler un concept mathématique (division/multiplication), c'est porter un regard réflexif sur les différents sens de ce concept et sur différentes représentations (figures, images, mots et dessins) mobilisées pour présenter ce concept. Le groupe A mentionne les faits suivants :

*Au regard des recherches menées en didactique des mathématiques, ce travail nous a aussi permis de constater que les sens partage et groupement ne sont pas toujours explicités et distingués dans des manuels analysés. Ce flou entre différents sens de la division peut engendrer des difficultés de compréhension du concept de division aussi bien au niveau des enseignants que des élèves.*

De notre point de vue, amener les étudiants à réaliser cette première partie de l'analyse conceptuelle est une façon de les sensibiliser à la variété d'approches possibles qui existent pour aborder la division ou la multiplication et à la nécessité de prendre un certain recul lorsqu'ils utilisent des manuels scolaires ou du matériel didactique pour concevoir des tâches et les piloter auprès des élèves. Ainsi, selon le groupe A, « bien que les manuels offrent un excellent point de départ, il est nécessaire, pour les exploiter à leur plein potentiel, de les utiliser de façon réfléchie et en complémentarité avec d'autres outils ». En tant que futurs enseignants, les membres des deux groupes conviennent de l'importance de développer un regard critique vis-à-vis du matériel didactique qu'ils utilisent dans le but d'offrir aux élèves des éléments nécessaires à une compréhension approfondie du concept mathématique enseigné.

En ce qui concerne l'expérimentation, voici un extrait de l'entretien d'une élève de 5<sup>e</sup> année, âgée de 10 ans et 11 mois, réalisé par le groupe A. Après un bref entretien sur les modalités d'accueil, voici un extrait de l'échange :

**Étudiante** : [...] c'est quoi pour toi diviser ?

**Léonie** : Diviser, c'est quand tu es en groupe, tu as de la nourriture et que tu le divises avec tes amis. Comme 3 diviser par. Je veux dire 15 divisés par 3.

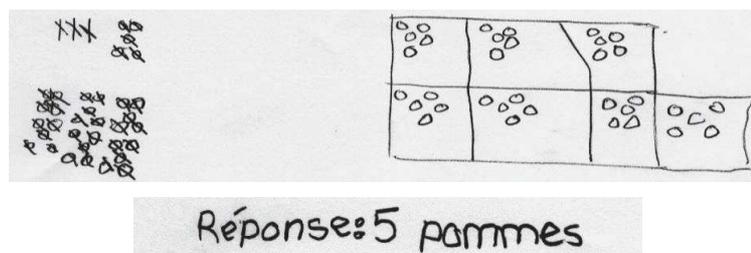
Dans cette définition, le sens de la division mis en avant par Léonie est le sens partage. Dans la suite du déroulement de l'expérimentation, nous avons choisi de revenir sur la tâche 3 proposée à Léonie. L'étudiante lit cette tâche et demande à Léonie de la résoudre.

**3. J'ai acheté des pommes à 7 cents chacune. Le coût total des pommes s'élève à 35 cents. Combien de pommes Jules a-t-il achetées?**

**Léonie** : Ce que je vais faire, c'est que je vais faire 35 divisés par 7.

**Léonie** : [...] Là je vais venir faire un tableau qui est divisé en 7. Ce que je vais faire après, c'est que je vais défaire mes dizaines en unités. J'ai défait deux dizaines, il m'en reste juste une. Là je vais les diviser (l'élève fait un cercle dans chacune des 7 cases). Je vais en enlever 7 (l'élève barre 7 unités avant de continuer et elle fait un cercle dans chacune des 7 cases). Je vais en enlever 7 que j'ai dessinés et je vais en remettre 7 (l'élève fait l'ajout dans les cases qu'elle a dessinées). Elle refait cette étape jusqu'à ce qu'elle n'ait plus d'unité. Ma réponse est 5.

Une illustration de la démarche de Léonie se présente comme suit :



En plus de verbaliser sa démarche, Léonie, dans ses représentations, fait usage d'une procédure personnelle pour résoudre ce problème.

À la suite de ce travail, Le groupe A mentionne les faits suivants :

[...] Lorsque questionnée sur le sens de la division, Léonie fait spontanément référence au sens partage, où la taille des ensembles égaux est inconnue, en négligeant le sens mesure ou groupement. Nous avons pu constater, dans le cadre de l'analyse conceptuelle, à quel point le sens partage était mis en avant par les manuels scolaires, tant sur le plan de la définition du concept de division que sur le plan des exercices proposés. Cette tendance pourrait également s'expliquer par le fait que les élèves sont exposés, dès le préscolaire, à des problèmes de type partage.

Quant à un extrait d'expérimentation du groupe B, l'enseignante propose à Esther (11 ans en 5e année du primaire) la situation suivante : Tu prépares ton voyage d'été. Pour cela, tu mets deux pantalons et trois chandails dans ta valise. De combien de façons différentes peux-tu t'habiller ?

**Esther** : quand je prends 1 chandail, je peux porter avec trois pantalons. Ça fait que j'ai 3 façons de m'habiller. Je fais la même chose avec le deuxième chandail, j'ai encore trois autres façons. En tout, j'ai trois façons et trois façons qui donnent 6 façons de s'habiller.

Le sens de la multiplication mis en avant dans cette tâche est le produit cartésien. Esther utilise le langage pour résoudre le problème tout en mettant en évidence la combinaison (pantalons/chandails) et l'addition répétée (trois façons et trois façons font 6 façons). En proposant ces tâches, les groupes A et B expérimentent la compréhension de la division/multiplication par l'élève et l'analyse conceptuelle leur permet d'explorer les entrées possibles pour travailler la division/ multiplication. En observant l'élève lors de la résolution des tâches, ces groupes parviennent à associer des concepts théoriques à des comportements observables, c'est-à-dire qu'ils établissent des liens entre pratique et théorie. Ce travail a pour avantage de favoriser une prise de conscience en amont de la part des étudiants des erreurs potentielles et des diverses conceptions que peuvent avoir des élèves sur une notion mathématique, en vue d'anticiper et d'intervenir sur ces erreurs.

Dans cette section, nous faisons une analyse des cartes conceptuelles des deux groupes, selon notre point de vue, qui pourrait être différent de celui des auteurs de ces cartes. Ce sont bien nos interprétations et non celles des étudiants concernés. Les représentations des deux groupes sont en annexe (voir annexes 1 et 2).

Grâce aux deux cartes, on constate que pour leurs auteurs, le cours de didactique de l'arithmétique traite de l'étude des nombres (qui intègre directement le développement du concept de nombre, les modes de représentation du nombre, le matériel utilisé pour représenter les nombres), des chiffres, du

contrat didactique et de ses effets, de types d'obstacles rencontrés, des systèmes de numération, des opérations sur les nombres qui prennent en compte les algorithmes, des propriétés, des sens travaillés.

Ces deux représentations sont non linéaires et constituent des traces de chaque groupe : on y retrouve un réseau de concepts traités dans le cadre du cours de didactique de l'arithmétique. Elles sont structurées et structurantes parce qu'elles mettent en évidence des relations entre ces concepts. On peut constater que les deux cartes, de structures différentes, traduisent différentes manières de concevoir et de mettre en image des liens entre plusieurs concepts. Pour le groupe B, la carte conceptuelle part de la didactique de l'arithmétique, et s'étend sur le nombre, le contrat didactique et ses effets, et enfin sur les attentes incomprises (obstacles et glissement métadidactique). Le fait que la multiplication et la division soient dans la même case signifie que pour les auteurs les deux opérations évoluent ensemble, et sont directement issues des algorithmes. Par ailleurs, il n'y a pas de lien direct entre la division et les procédures personnelles et conventionnelles, ce qui laisse penser que les procédures personnelles et conventionnelles ne sont pas directement sollicitées lors de la résolution de problèmes de division. On peut constater que la division est fortement influencée par les systèmes de numération, ce qui laisse penser qu'il est fondamental pour les élèves de connaître au préalable les systèmes de numération et les groupements avant de s'embarquer dans la division proprement dite.

La carte conceptuelle du groupe A est détaillée (des tableaux à titres avec des contenus en sous-titres) et montre que faire travailler les élèves en arithmétique fait appel au développement du concept de nombre. Elle montre que le travail de l'arithmétique au primaire nécessite l'usage de matériel concret, et que l'on doit prévoir de rencontrer dans son enseignement (et donc d'anticiper) divers obstacles ainsi que les effets du contrat didactique. Cette carte met en avant l'importance de connaître les systèmes de numération, et les opérations sur les nombres (addition, soustraction, multiplication et division). Le sens de lecture des quatre opérations (de la droite vers la gauche) semble montrer qu'il faut amener l'élève à débiter son apprentissage par l'addition et à le terminer par la division, en passant tour à tour par la soustraction et la multiplication. La multiplication et la division sont dans des cases différentes. Il n'y aurait donc pas de lien direct entre ces deux notions pour les auteurs.

Sur cette carte, on remarque aussi la présence d'îlots épars, dans la mesure où le contrat didactique n'est pas en lien avec les opérations sur les nombres ; c'est aussi le cas pour les types d'obstacles et le matériel. Par contre, sur la carte conceptuelle du groupe B, on aperçoit les trois grands pôles que sont le nombre, le contrat didactique et les systèmes de numération autour desquels gravitent d'autres concepts. Sur la carte du groupe A, on retrouve des doubles flèches qui semblent mettre en avant des relations d'équivalence entre les cases tandis que dans le groupe B, l'on a plutôt des flèches à sens unique qui semblent marquer une relation d'implication entre les divers concepts.

## CONCLUSION

Au terme de ce travail, dans le cadre de la formation en didactique des mathématiques des futurs enseignants à l'école primaire, on constate que réaliser une analyse conceptuelle, expérimenter ledit concept auprès d'élèves et réaliser une carte conceptuelle permet à ces futurs professionnels de tendre vers une appropriation de différents concepts mathématiques dans leur formation. Notre analyse de l'analyse conceptuelle et des cartes conceptuelles de deux groupes d'étudiants montre qu'il y a eu à la fois apprentissage et formation en didactique de l'arithmétique.

Une des limites de ce travail est qu'il ne permet pas de préciser en quoi les cartes conceptuelles produites illustrent le cheminement conceptuel dans la mesure où nous n'avons accès qu'à la version finale. Il serait important, dans un travail futur, de questionner les étudiants sur leur démarche de réalisation des cartes pour avoir des éléments de réponse à cette préoccupation.

## BIBLIOGRAPHIE

- Boulet, G. (1998). La nature dichotomique de la division : une analyse didactique. *Bulletin AMQ*, 38 (2), 14-22.
- Deblois, L. (1996). Une analyse conceptuelle de la numération de position au primaire. *Recherches en didactique des mathématiques*, 16 (1), 71-127.
- Laflamme, A. (2006). *Carte conceptuelle : un outil pour soutenir l'acquisition des connaissances*. BENA, Université de Montréal, Canada.
- Ministère de l'Éducation de l'Ontario. (2006). *Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6e année*.
- Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (MELS). (2007). *L'organisation des services éducatifs aux élèves à risque et aux élèves handicapés ou en difficulté d'apprentissage ou d'adaptation (EHDAA)*. Gouvernement du Québec, Québec.
- Novak, J.-D. (2010). *Learning, creating, and using knowledge: Concept maps as facilitative tools in schools and corporations*. Routledge.
- Novak, J.-D. (2002). Meaningful learning: the essential factor for conceptual change in limited or appropriate propositional hierarchies (LIPHs) leading to empowerment of learners. *Science Education*, 86 (4), 548-571.
- Novak, J.-D. (1998). *Learning, Creating, and Using Knowledge: Concept Maps as Facilitative Tools in Schools and Corporations*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Novak, J.-D., & Gowin, D.-B. (1984). *Learning How to Learn*. New York, NY: Cambridge University Press.
- Poirier, L. (2001). *Enseigner les maths au primaire ; notes didactiques*. Éditions ERPI, Québec.
- Van De Walle, J. & Lovin, L.-H. (2008). *L'enseignement des mathématiques : l'élève au centre de son apprentissage ; Deuxième année du deuxième cycle*. Montréal, Québec : Éditions du renouveau pédagogique Inc.

## MANUELS SCOLAIRES

### CLICMATHS

- Dagenais, S. (2014). *Clicmaths+*. *Cahier d'apprentissage. Corrigé. 5e année du primaire (vol. A et B)*. Laval, Québec : Éditions Grand-Duc.

### DÉFI MATHÉMATIQUE

- Lyons, R., & Lyons, M. (2005a). *Défi mathématique, manuel de l'élève, 3e cycle, livre 1*, Chenelière éducation, Québec.
- Lyons, R., & Lyons, M. (2005b). *Défi mathématique, manuel de l'élève, 3e cycle, livre 2*, Chenelière éducation, Québec.

ANNEXES

Annexe 1

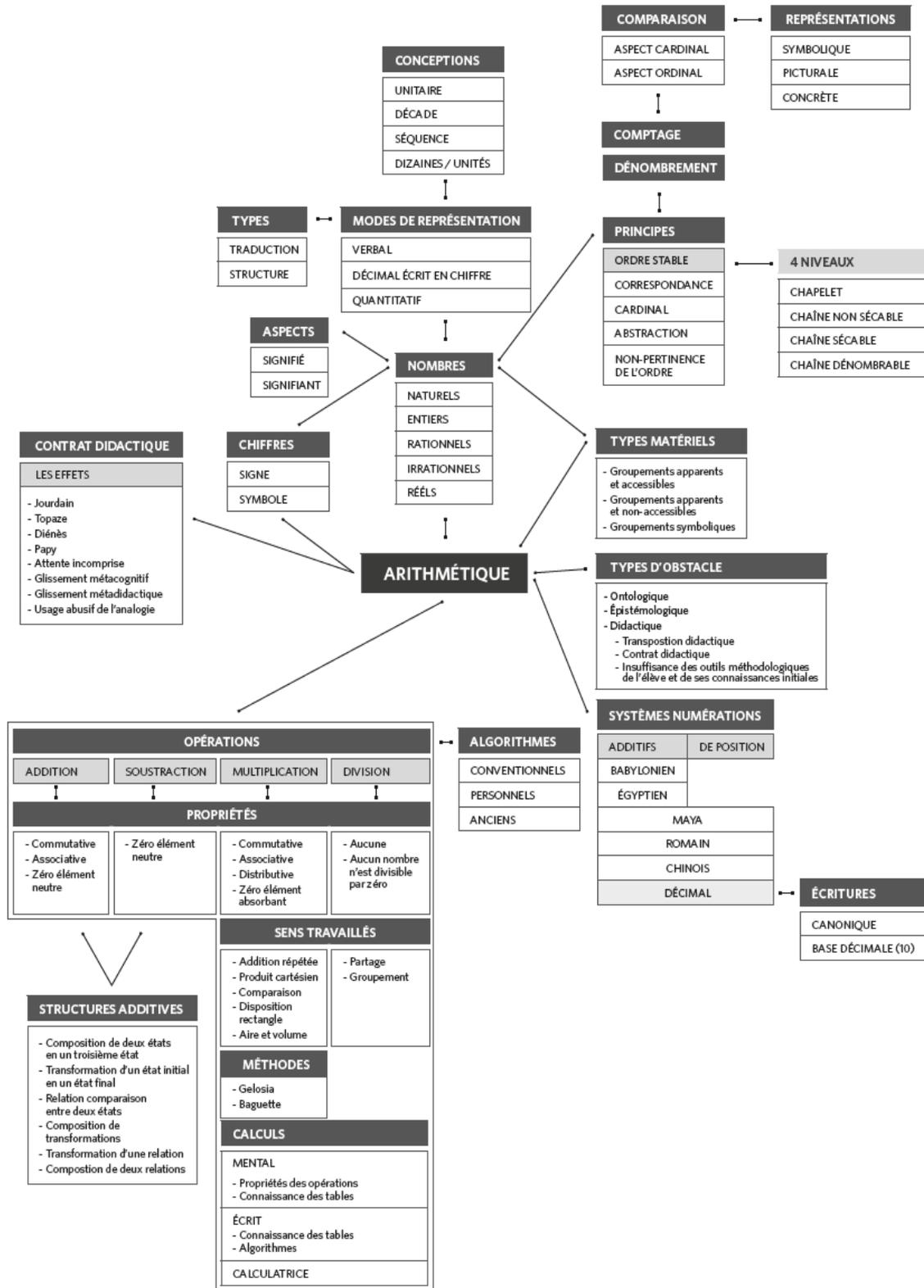


Fig. 1 : Carte conceptuelle du groupe A

Annexe 2

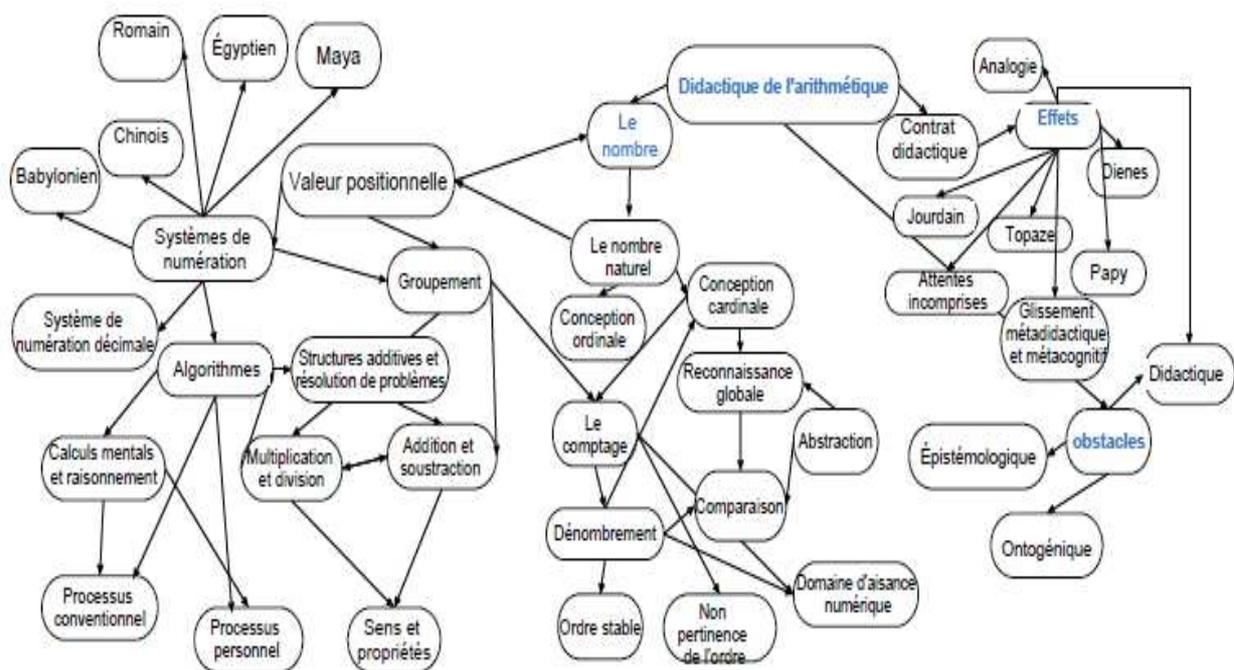


Fig. 2 : Carte conceptuelle du groupe B