

ANALYSE DE SITUATIONS PROPOSÉES PAR DE FUTURS ENSEIGNANTS POUR ENSEIGNER LA DIVISION DE FRACTIONS

Sylvain Vermette, Vincent Martin

Université du Québec à Trois-Rivières

Dans le but de faire ressortir les caractéristiques de situations proposées par de futurs enseignants québécois pour enseigner la division de fractions, une étude a été faite auprès de quatre étudiants en deuxième année de formation au programme du baccalauréat en enseignement des mathématiques au secondaire¹ de l'Université du Québec à Trois-Rivières (UQTR). Une analyse des situations proposées par ces futurs enseignants montre que celles-ci vont au-delà d'un enseignement axé uniquement sur les procédures de calculs, et qu'elles témoignent de certaines limitations conceptuelles, notamment au regard du rôle accordé à la fraction pour les sens de la division en jeu. Des pistes de réflexion pour l'enrichissement de la formation à l'enseignement du concept de division de fractions et des pistes potentielles pour des recherches à venir sont identifiées pour conclure.

DIFFICULTÉS CONCEPTUELLES DANS L'APPRENTISSAGE DE LA DIVISION DE FRACTIONS

Le domaine des nombres rationnels² est traditionnellement difficile même pour les élèves du secondaire. En particulier, le développement du concept de fraction est ardu et s'échelonne sur plusieurs années (Blouin, 2002 ; Mercier et Deblois, 2004). Entre autres, les difficultés rencontrées par les élèves lors des apprentissages reliés aux opérations sur la notion de fraction sont régulièrement soulignées dans des recherches (Lessard, 2011 ; Tirosh, 2000). Bien que la plupart des élèves finissent par apprendre les algorithmes spécifiques aux différentes opérations qui leur sont enseignées, il n'en demeure pas moins que leur connaissance des concepts en jeu reste déficiente dans bien des cas (Moss et Case, 1999). La division de fractions n'y échappe pas, alors que les élèves rencontrent plusieurs difficultés dans son apprentissage. Tirosh (2000) a regroupé les principales difficultés relatives à la division de fractions en trois grandes catégories.

Une première catégorie de difficultés découle d'une utilisation erronée de l'algorithme de calcul. Ces difficultés incluent, par exemple, l'inversion du dividende au lieu du diviseur ou l'inversion du dividende et du diviseur avant de procéder à la multiplication des numérateurs ensemble et des dénominateurs ensemble. On explique généralement ces difficultés comme résultant de la mémorisation de l'algorithme. Quand un algorithme est vu comme une série d'étapes vides de sens, les élèves peuvent oublier certaines de ces étapes ou les changer de façon à ce que leur application mène à des erreurs.

Une deuxième catégorie de difficultés résulte d'intuitions propres à la division. Le passage des opérations sur les nombres naturels aux opérations sur les nombres rationnels constitue un véritable obstacle conceptuel, car les élèves abordent les opérations sur les rationnels avec des connaissances issues de leur travail sur les opérations sur les naturels (Kieren, 1988; Rouche, 1998). Ainsi, certaines de ces connaissances sont utiles, d'autres sont nuisibles. En effet, les élèves ont tendance à généraliser les propriétés d'opérations sur les nombres naturels aux fractions et à interpréter la division en utilisant principalement un modèle primitif faisant intervenir le sens « partage » de la division. Dans ce modèle de division, on cherche à partager également une quantité entre un nombre connu de

¹ Au Québec, l'école secondaire comporte cinq années d'étude (12-16 ans).

² Un nombre rationnel est un nombre qui peut s'exprimer comme le quotient de deux entiers relatifs (Lessard, 2011). Il peut s'écrire sous la forme d'une fraction ou d'un nombre à virgule.

groupements. Ici, c'est la valeur d'un groupement qui est recherchée. Or, Poirier (2001) souligne qu'un autre sens est propre à la division, soit le sens « groupement »³. Ce sens survient pour sa part lorsque la valeur des groupements est connue. Ici, contrairement au sens « partage », ce n'est plus la valeur d'un groupement qui est recherchée, mais plutôt le nombre de groupements d'une valeur donnée.

Selon Tirosh (2000), ce modèle primitif et partitif de la division est en quelque sorte constitué de trois résultantes du fonctionnement typique de l'opération de division avec les nombres naturels : (a) le diviseur doit être un nombre entier, (b) le diviseur doit être inférieur au dividende et (c) le quotient doit également être moindre que le dividende. Tirosh, Fischbein, Graeber, et Wilson (1993) ont remarqué que les réponses d'élèves aux expressions impliquant une division de fractions peuvent être affectées par ce modèle, par exemple en disant qu'il est impossible de calculer des expressions de division avec un dividende plus petit que le diviseur. Selon Graeber, Tirosh et Glover (1989), la prédominance de ce modèle limite aussi sérieusement la capacité des élèves et des futurs enseignants à conceptualiser et à répondre correctement à des problèmes de division impliquant des fractions.

Enfin, la dernière catégorie regroupe des difficultés qui découlent à la fois d'une compréhension limitée du concept de fraction et de la connaissance inadéquate liée aux propriétés des opérations. De telles inadéquations peuvent être la source de réponses incorrectes à des tâches diverses impliquant la division de fractions. Par exemple, Tirosh (2000) soutient que les élèves peuvent penser que la division est commutative et, par conséquent, croire que $1 \div 1/2 = 1/2$ puisque $1 \div 1/2 = 1/2 \div 1 = 1/2$.

Ce bref examen des catégories de Tirosh (2000) expose comment ces difficultés témoignent d'enjeux conceptuels propres aux concepts de division et de fraction. L'organisation d'un enseignement visant le développement d'une compréhension approfondie de la division de fractions doit prendre en compte ces difficultés afin de permettre aux élèves de les surmonter.

DÉFIS DE L'ENSEIGNEMENT DE LA DIVISION DE FRACTIONS

Dans l'enseignement des mathématiques aux élèves du secondaire, il est reconnu que l'enseignement du sens de la division de fractions constitue un défi de taille pour les enseignants et leurs formateurs en enseignement des mathématiques (Lessard, 2011). Ce défi soulève de telles difficultés d'enseignement qu'il devient possible de croire que de nombreux enseignants puissent se « replier » sur un enseignement systématique de l'algorithme et sur le repérage de mots clés en contexte de résolution de problèmes écrits.

Une question émerge alors : se pourrait-il que les difficultés rencontrées par les élèves lors de cet apprentissage découlent de l'approche préconisée par les enseignants ? Il ne serait pas étonnant de voir les élèves développer une compréhension limitée du concept et centrée sur l'algorithme avec une approche d'enseignement axée sur l'enseignement des procédures de calcul où peu de temps serait consacré à la compréhension de leur signification conceptuelle (par exemple, en enseignant la division de fractions comme la multiplication par l'inverse).

Ce qui précède peut mener à questionner les méthodes d'enseignement actuelles, car elles peuvent avoir un effet important sur le développement d'une compréhension basée non seulement sur la connaissance du « comment faire » des mathématiques, mais aussi sur le « pourquoi faire ». Dans ce texte, nous avons donc étudié les situations proposées par de futurs enseignants de mathématiques pour enseigner la division de fractions.

³ Il est aussi d'usage de parler de partition et de quotient pour référer respectivement aux sens partage et groupement.

MÉTHODE DE COLLECTE DE DONNÉES ET PARTICIPANTS

Au Québec, l'obtention du brevet en enseignement des mathématiques au secondaire nécessite une formation universitaire de quatre ans. Le programme de formation comporte des cours spécialisés en mathématiques, mais aussi des cours de didactique et de pédagogie. À l'UQTR, le premier cours de didactique concerne les domaines de l'arithmétique et de l'algèbre et il figure à la deuxième année de la grille de cheminement. Dans le cadre de ce cours, les étudiants doivent réaliser un travail qui mène à l'élaboration de situations portant sur un concept propre à l'un de ces domaines mathématiques. Il s'agit en fait de simuler une séance de 75 minutes qu'ils auraient l'occasion de dispenser au secondaire. Un concept est aléatoirement attribué à chacun des étudiants deux semaines avant la date de présentation. Durant celle-ci, les étudiants présentent la séance créée comme s'ils étaient en présence d'élèves du secondaire, les autres étudiants du groupe pouvant interagir en prenant le rôle d'élèves.

Au cours des quatre dernières années, après que les différents sens de la fraction aient été abordés à travers des contextes de comparaison, d'addition, de soustraction et de multiplication de fractions, un étudiant de chacune des cohortes s'est vu proposer le concept de division de fractions pour l'enseignement à des élèves de première secondaire (12-13 ans). La seule consigne donnée à ces quatre étudiants était que les situations proposées devaient favoriser le développement d'une bonne compréhension du concept chez les élèves en leur permettant de l'utiliser et de le transposer dans le cadre de situations signifiantes pour eux. Il est important de spécifier que les sens partage et groupement de la division avaient aussi été abordés préalablement avec des nombres naturels. Aucune consigne n'a été donnée explicitement pour le travail quant à la contextualisation des différents sens de l'opération et aux nombres mis de l'avant, bien qu'une attention soit généralement portée à ces enjeux didactiques dans le cadre du cours.

Dans la section suivante, nous exposons une analyse des situations proposées par ces quatre étudiants pour enseigner le concept de division de fractions. Ce faisant, nous portons un regard spécifique sur les caractéristiques des situations utilisées par ces futurs enseignants pour enseigner la division de fractions. Cette étude multi-cas nous permet de tracer un portrait des situations d'enseignement préconisées par ceux-ci et d'enrichir la compréhension conceptuelle du concept en question.

ANALYSE DES RÉSULTATS

Les résultats montrent que les quatre étudiants sont allés au-delà d'un enseignement axé uniquement sur les procédures de calculs au profit du développement d'une signification conceptuelle. Ces derniers ont tous mis de l'avant des situations de fractionnement impliquant le sens « partie d'un tout » de la fraction⁴, et ce, dans le but de donner sens au concept en question et de faire découvrir que diviser revient à multiplier par l'inverse. Toutefois, pour trois étudiants, les situations de fractionnement se sont limitées à deux cas particuliers.

Premièrement, les trois étudiants ont donné sens à la division de fractions en recourant au sens « partage » de la division dans le cas où le dividende est une fraction et le diviseur un nombre entier. Il s'avérait aisé pour eux d'expliquer un partage lorsque celui-ci est fait un nombre entier de fois. Comme exemple, un étudiant a imaginé le partage équitable de $\frac{8}{9}$ de pizza entre 4 personnes. Il est facile de concevoir que chacun obtient $\frac{2}{9}$ de pizza. Les trois étudiants se sont d'ailleurs limités à des exemples où le numérateur de la fraction est un multiple du diviseur. Avec ce type de cas, la multiplication par l'inverse n'apparaît pas nécessaire. En effet, un élève pourrait voir un rapprochement avec l'algorithme de la multiplication de fractions et en déduire que diviser deux

⁴ Dans le sens « partie d'un tout » de la fraction, la fraction a/b quantifie une relation entre un tout et un nombre désigné de ses parties. Un tout est ainsi divisé en b parties égales et on considère un certain nombre a de ces parties.

fractions revient à diviser les numérateurs ensemble et faire de même pour les dénominateurs : $a/b \div c/d = (a \div c)/(b \div d)$. Toutefois, cette procédure est efficace uniquement pour un nombre limité de cas, soit ceux où les numérateurs ont un facteur en commun et les dénominateurs aussi. Il ne s'agit pas ici d'une procédure « générale » dans le sens où elle ne permet pas d'arriver à la réponse voulue pour tous les types de problèmes posés.

Deuxièmement, les trois étudiants ont utilisé le sens groupement de la division dans le cas où le dividende est un nombre entier et le diviseur une fraction, ce qui est contraire au cas qui précède. Il peut en effet paraître plus simple d'utiliser le sens groupement de la division pour ce type de cas, étant donné qu'il peut être plus difficile pour certains de concevoir un partage lorsque celui-ci n'est pas fait un nombre entier de fois. Par ailleurs, il est intéressant de constater que le troisième étudiant, contrairement aux deux autres, ne s'est pas limité au cas où le numérateur du diviseur est 1 (fraction unitaire). Voici un problème proposé par cet étudiant suivi des explications qui ont été données :

Un coureur veut parcourir une distance totale de 18 km. Sachant qu'il aimerait parcourir $1/3$ de km chaque jour, en combien de journées y parviendra-t-il ?

À raison de 1 km par jour, 18 jours seraient nécessaires. Étant donné que la distance réalisée chaque jour serait trois fois moindre que 1 km, nous pouvons alors conclure qu'il faudrait trois fois plus de temps pour atteindre l'objectif désiré soit 54 jours. De la même façon, s'il désirait parcourir $2/3$ de km par jour, la distance parcourue chaque jour serait deux fois plus grande en comparaison avec des $1/3$ de km et donc, le temps nécessaire serait deux fois moindre soit 27 jours illustrant par le fait même que $18 \div 2/3 = 18 \times 3/2 = 27$. Ici, lors de la division par $2/3$, l'étudiant est en mesure de donner du sens à la multiplication par 3, mais aussi à la division par 2. Dans le cas d'une fraction unitaire, il est difficile de donner du sens à l'opération de division puisque celle-ci n'est pas nécessaire, la valeur du numérateur (1) étant l'élément neutre de la division. Comme nous l'avons souligné précédemment, plusieurs difficultés d'élèves peuvent découler d'une application erronée de l'algorithme de calcul. Ici, un élève pourrait être porté à croire que la multiplication suffit ($18 \div 1/3 = 18 \times 3 = 54$). Par ailleurs, l'énoncé du problème pourrait aussi être la cause de difficultés de compréhension chez les élèves, étant donné que la distance parcourue chaque jour, soit un peu plus de 300 mètres, semble peu réaliste.

À partir d'exemples, ces trois étudiants ont mis de l'avant un discours mathématique dirigé vers le développement du raisonnement et de la compréhension. En effet, ceux-ci ont proposé des explications axées sur une compréhension des mathématiques qui n'est pas centrée uniquement sur la connaissance des démarches et des procédures à effectuer (comment faire), mais qui ouvre également sur leurs sens et leurs conditions d'utilisation (pourquoi faire).

Cela dit, est-il possible de donner du sens à une division de fractions pour des cas plus complexes ? Dans ce qui suit, deux problèmes mis de l'avant par le quatrième étudiant pour chacun des sens de la division, accompagnés de leur analyse, sont décrits. Dans le premier problème, le dividende et le diviseur sont représentés par des fractions, tandis que le second problème comprend un nombre fractionnaire et une fraction. Aussi, dans les deux problèmes, le numérateur du diviseur n'est pas 1. Ces exemples illustrent le résultat de l'algorithme et démontrent qu'il est possible d'aller au-delà des cas représentés précédemment afin de donner du sens à une division de fractions. Tout comme pour les exemples proposés par les trois premiers étudiants, les situations mises de l'avant par le quatrième étudiant s'inscrivent dans des situations de fractionnement où le sens « partie d'un tout » de la fraction est mis en valeur.

Problème 1: le sens « partage » de la division

On souhaite repeindre $2/3$ de la surface d'un mur intérieur avec un restant de pot de peinture contenant $3/5$ litre. Si on répartit de façon égale la peinture disponible, de combien de litres de peinture aurait-on eu besoin si on avait plutôt voulu repeindre le mur en entier ?

Comme il s'avère difficile de répartir équitablement $\frac{3}{5}$ litre de peinture sur $\frac{2}{3}$ de mur, étant donné que les numérateurs ne se divisent pas de façon entière, il faut alors trouver une fraction équivalente à $\frac{3}{5}$ dont le numérateur serait un multiple de 2 comme $\frac{6}{10}$.

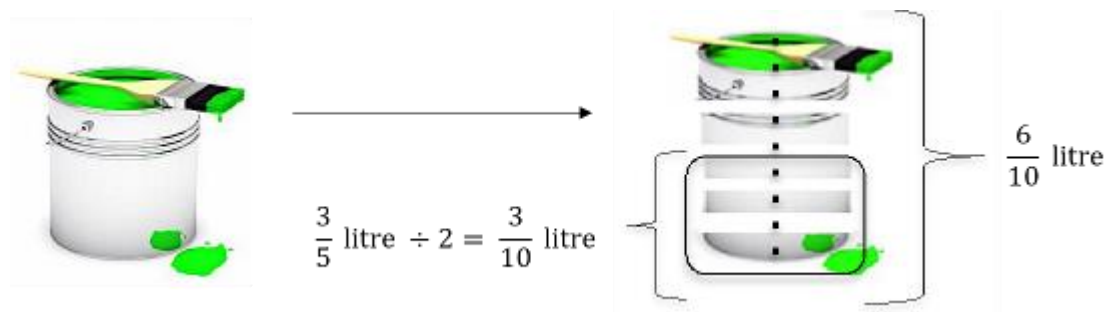


Fig. 1 : La quantité de peinture dans le pot

Répartir uniformément $\frac{3}{5}$ litre de peinture sur $\frac{2}{3}$ de mur revient donc à répartir $\frac{6}{10}$ litre de peinture sur $\frac{2}{3}$ de mur. On peut donc déduire que chaque tiers de mur sera recouvert par $\frac{3}{10}$ litre de peinture, ce qui illustre la division par le numérateur du diviseur.

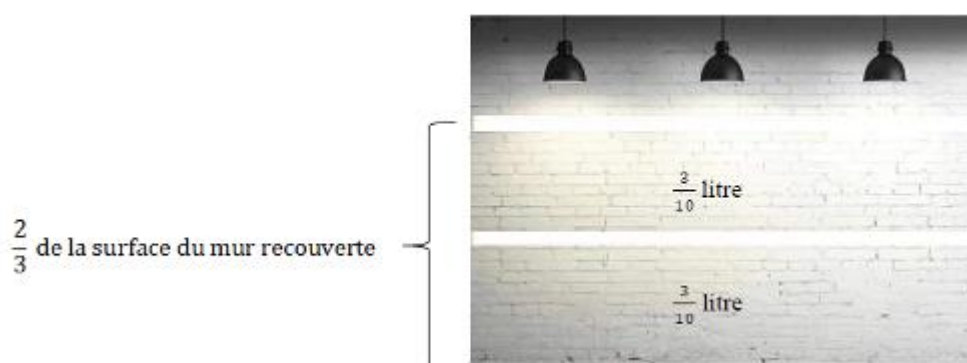


Fig. 2 : La surface du mur recouverte

Maintenant, comment donner sens au quotient obtenu lorsque l'on effectue l'opération $\frac{3}{5}$ divisé par $\frac{2}{3}$, soit $\frac{9}{10}$? Il faut alors se rappeler que dans le sens partage de la division, c'est la valeur d'un groupement qui est recherché, dans ce cas-ci, la quantité de peinture nécessaire pour repeindre le mur en entier. Comme un tiers du mur requiert $\frac{3}{10}$ litre de peinture, peindre toute la surface du mur, soit une surface 3 fois plus grande, nécessiterait alors $3 \times \frac{3}{10}$ litre soit $\frac{9}{10}$ de litre de peinture. Ce problème permet donc d'illustrer et donner sens à cette multiplication par l'inverse ($\frac{3}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{2}$). D'abord, il faut diviser le dividende par le numérateur du diviseur afin de connaître la valeur d'une part, ici pour $\frac{1}{3}$ du mur, puis il faut multiplier par le dénominateur du diviseur pour retrouver la valeur du groupement, soit pour le mur en entier dans le cas présent.

Cet étudiant ne s'est pas limité au sens partage de la division. Il a aussi cherché à expliquer le « pourquoi » avec le sens groupement en contextualisant la division de fractions à partir d'un autre problème. Pour le sens groupement, rappelons que contrairement au sens partage, où la valeur d'un groupement est recherchée, c'est le nombre de groupements qui est recherché.

Problème 2 : le sens « groupement » de la division

Julie veut savoir le nombre de portions de $\frac{2}{5}$ de tarte que l'on peut créer à partir de 3 tartes et demie ?

On souhaite faire des portions de $\frac{2}{5}$ de tarte, alors divisons chaque tarte complète en 5 pointes congrues pour ensuite les regrouper en paquets de 2 afin d'obtenir la portion désirée. Nous avons 3 tartes et demie :

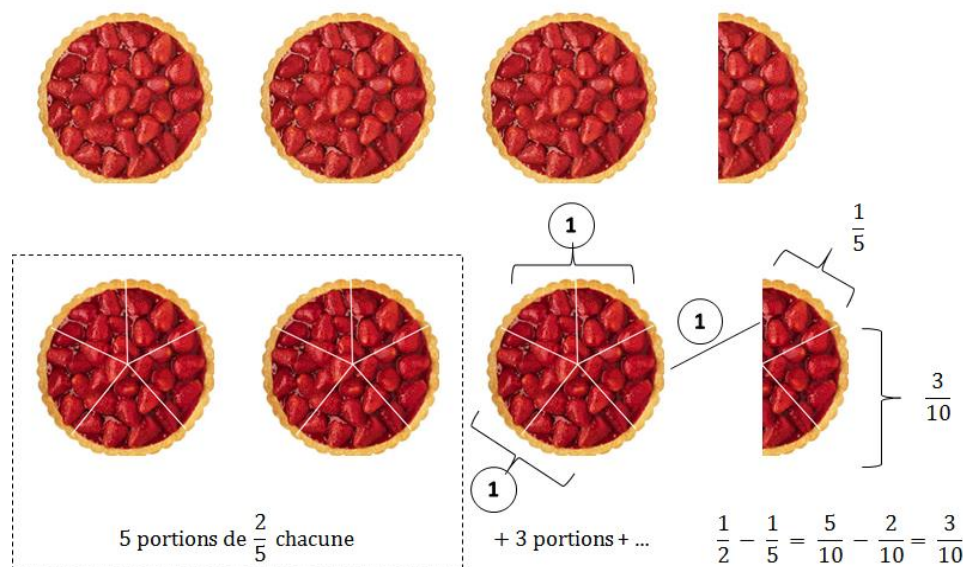


Fig. 3 : Les parts de tartes

Avec les 2 premières tartes, il est possible de créer 5 portions de $\frac{2}{5}$ de tarte chacune. Trois autres portions sont également créées avec la 3e tarte et un morceau de grosseur $\frac{1}{5}$ provenant de la demi-tarte. Il reste alors $\frac{3}{10}$ de tarte. Plusieurs pourraient alors croire que la réponse à la division de 3 tartes et demie par $\frac{2}{5}$ serait 8 portions de $\frac{2}{5}$ et un reste de $\frac{3}{10}$. Cependant, il faut se questionner pour savoir quelle part de la portion désirée il est possible d'obtenir avec le $\frac{3}{10}$ de tarte restant. Comme il faut $\frac{2}{5}$ ou $\frac{4}{10}$ de tarte pour former une portion, le $\frac{3}{10}$ de tarte restant équivaut donc au $\frac{3}{4}$ d'une portion supplémentaire (3 dixièmes sur les 4 dixièmes désirés) démontrant ainsi que $(3 + \frac{1}{2}) \div \frac{2}{5} = 8 + \frac{3}{4}$.

DISCUSSIONS SUR LES RÉSULTATS ET LEURS IMPLICATIONS

Comme Lessard (2011), nous remarquons que l'enseignement du concept de division de fractions semble constituer un important défi conceptuel pour les (futurs) enseignants. Ainsi, il est vrai que les situations proposées par trois des futurs enseignants de mathématiques que nous avons observées sont très riches, alors qu'elles dépassent toutes un simple enseignement de l'algorithme et qu'elles témoignent d'un désir de contextualiser la division des fractions. Par contre, ces situations nous semblent comporter certaines limitations conceptuelles, compte tenu de l'étendue du concept en jeu. Ces constats quant à la compréhension de la division de fractions que laissent paraître les situations proposées par les trois premiers cas à l'étude, font écho au modèle primitif d'interprétation de la division de fractions décrit par Tirosh et al. (1993). Comme c'est le cas pour les élèves observés par ces chercheurs, ces trois futurs enseignants conceptualisent le sens « partage » de la division avec le diviseur généralement vu comme un nombre entier inférieur au dividende et où le quotient est habituellement un nombre inférieur au dividende. Ceci pourrait s'expliquer par l'idée que dans le partage d'une quantité en un certain nombre de personnes, la quantité reçue par chacun doit logiquement être plus petite que la quantité à diviser. De plus, il peut être contre-intuitif de partager une quantité en un nombre non entier de personnes. Ceci pourrait justifier pourquoi les futurs enseignants n'ont pas utilisé de fraction au diviseur dans le sens « partage » de la division et qu'ils ont privilégié le sens « groupement » qui semble mieux se prêter à ce type de cas.

Toutefois, le cas du quatrième futur enseignant va au-delà de ce modèle primitif et expose une compréhension plus riche de la division de fractions. En effet, les situations qu'il a proposées se sont avérées plus diversifiées que celles de ses collègues, notamment par une utilisation moins restrictive des fractions aux différentes positions de la division. Celui-ci a donc utilisé des fractions à la fois comme dividende et comme diviseur (et même simultanément) pour les sens « partage » et

« groupement » de la division, en plus de recourir à des nombres fractionnaires et à des fractions non unitaires.

Étant bien conscients du défi que représente l'enseignement de la division de fractions pour les enseignants, nous pensons qu'il est primordial de continuer à réfléchir à des pistes pour contribuer au développement professionnel des enseignants, notamment en tentant de mieux comprendre les difficultés didactiques rencontrées par ces derniers dans ce contexte.

Afin de permettre à leurs élèves de développer un sens approfondi de la division de fractions, il pourrait être pertinent pour les enseignants de proposer des situations touchant aux deux sens de cette opération et mettant en scène des nombres de diverses tailles et de différents types (entiers, fractions, nombres fractionnaires), à la fois à la position du dividende que du diviseur et du quotient. Nous croyons qu'un tel enseignement permettrait aux élèves de développer un modèle plus élaboré que le modèle primitif vu précédemment et ainsi d'ouvrir leur horizon mathématique au regard de la division de fractions.

Par ailleurs, au Québec, les programmes de formation à l'enseignement amènent les enseignants du primaire à enseigner les sens des opérations sur les entiers, mais sans aborder la division de fractions, alors que les enseignants du secondaire doivent enseigner la division de fractions, mais sans revenir sur les différents sens des opérations. Il pourrait donc être intéressant pour les enseignants de la fin du primaire et du début du secondaire de porter une attention spéciale aux passages conceptuels nécessaires à l'apprentissage non seulement de la division, mais également de la multiplication des fractions et sur les liens entre les deux opérations.

De telles pistes de réflexion nous apparaissent porteuses pour enrichir l'expérience d'apprentissage du concept de division de fractions qui sera offerte aux élèves. Celles-ci permettraient de contribuer à identifier des vecteurs pertinents relativement à l'enseignement de la division de fractions pour alimenter la formation initiale et continue à l'enseignement des mathématiques à la fois à la fin du primaire et au secondaire.

En effet, l'importance d'aborder les deux sens de la division de fractions dans la formation à l'enseignement ne fait aucun doute pour nous, car cela nous semble pouvoir contribuer au développement d'une compréhension plus riche de cette opération par les enseignants. Ceci risque fort d'étoffer, en aval, l'expérience d'apprentissage de ce concept qui sera offerte aux élèves. Dans ce sens, nous considérons que la formation initiale à l'enseignement devrait mettre davantage l'accent sur les particularités conceptuelles de cette opération avec ce type de nombre, par exemple en proposant des tâches où les enseignants sont invités à reconnaître des contextes de division de fractions parmi un ensemble de contextes faisant appel à la fois aux diverses opérations et à leurs différents sens. Nous pensons également à une situation où il faudrait formuler différentes déclinaisons d'une division de fractions à partir d'un même contexte, un peu dans l'esprit de changer l'inconnue dans l'opération en jeu. Par ailleurs, nous considérons qu'une tâche d'élaboration de situations pour l'enseignement, comme nous l'avons utilisée dans le cadre de cette recherche, constitue un contexte intéressant pour alimenter le développement des futurs enseignants.

BIBLIOGRAPHIE

- Blouin, P. (2002). *Dessine-moi un bateau : la multiplication par un et demi*. Montréal. Québec : Éditions Bande Didactique.
- Graeber, A. O., Tirosh, D. & Glover, R. (1989). Preservice teachers' misconceptions in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(1), 95-102.
- Kieren, T. E. (1988). Personal knowledge of rational numbers: its intuitive and formal development. In J. Hiebert & M. Behr (dir.), *Number Concepts and Operations in the middle Grades* (p. 162-181). Reston, Virginia : Lawrence Erlbaum Ass.

- Lessard, G. (2011). *Acculturation institutionnelle du chercheur, de l'enseignant et des élèves de 1re secondaire présentant des difficultés d'apprentissage dans la conception et la gestion de situations-problèmes impliquant des nombres rationnels* (Thèse de doctorat). Université de Montréal, Montréal.
- Mercier, P. & Deblois, L. (2004). Passage primaire-secondaire dans l'enseignement et l'apprentissage des fractions. *Revue Envol*, 127, 17-24.
- Moss, J. & Case, R. (1999). Developing children's understanding of the rational numbers: a new model and experimental curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(2), 122-147.
- Poirier, L. (2001). *Enseigner les maths au primaire. Notes didactiques*. Montréal : ERPI.
- Rouche, N. (1998). *Pourquoi ont-ils inventé les fractions ?* Paris : Ellipses.
- Tirosh, D. (2000). Enhancing prospective teachers' knowledge of children's conceptions: the case of division of fractions, *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 5-25.
- Tirosh, D. Fishbein, E. Graeber, A. & Wilson, J. (1993). *Conceptual adjustments in progressing from whole to rational numbers*. Final report of the United States-Israel Binational Science Grant, Tel Aviv, Israël: Tel-Aviv University.