

NOMBRES ET OPERATIONS EN 3-4H : ANALYSE DES ACTIVITES DES MOYENS D'ENSEIGNEMENT ROMANDS

Manon Delétra, Isaline Ruf, Audrey D'Alba, Stéphanie Javet-Schlegel, Denis Haan, Marie-Line Gardes

Haute École pédagogique du Canton de Vaud, Lausanne, Suisse

4 mots-clés : moyens d'enseignement, numération, calcul, problèmes arithmétiques, 3-4H

Cet article présente un outil d'analyse élaboré à des fins de formation continue dans le canton de Vaud pour les nouveaux moyens d'enseignement romands de mathématiques. Cet outil, basé sur des textes théoriques et sur le plan d'études romand, recense et articule les principaux apprentissages à réaliser dans les axes thématiques Nombres et Opérations en 3-4H. Nous le présentons puis explicitons de quelle manière il a été utilisé pour analyser les activités de 3-4H concernées proposées sur ESPER. Son usage en formation est également exposé.

INTRODUCTION

Cet article rend compte d'une étude menée dans le cadre de la mise en place d'une formation continue sur les nouveaux moyens d'enseignement romands (MER) pour la deuxième partie du cycle 1 (troisième et quatrième années de l'école primaire, 3-4H, élèves de 7-8 ans) dans le canton de Vaud. La préparation de cette formation nous a conduits à nous interroger, d'une part sur l'ensemble des savoirs visés en 3-4H sur la numération, le calcul et la résolution de problèmes, et d'autre part sur la progression et l'articulation de l'apprentissage de ces savoirs, mises en avant dans les axes thématiques *Nombres et Opérations* des MER.

Pour cartographier les savoirs visés en 3-4H, nous nous sommes basés sur le travail réalisé par un collectif de l'Education Nationale française qui a publié un ouvrage (MEN, 2021) intitulé *Un guide fondé sur l'état de la recherche – Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP* (niveau qui correspond à la 3H du système scolaire suisse). Il recense, d'une part des résultats de recherches sur la numération décimale (par exemple, Mounier et al., 2020 ; Tempier, 2010), sur le calcul (par exemple Butlen & Charles-Pézar, 2007) et la résolution de problèmes (par exemple Vergnaud, 1990 ; Houdement, 2017), et d'autre part il propose des progressions d'apprentissage pour le niveau CP (3H). Nous avons, sur cette base, élaboré un « tableau des progressions » pour le contexte suisse romand que nous avons ensuite utilisé pour analyser l'ensemble des activités des moyens d'enseignement de 3-4H des axes thématiques *Nombres et Opérations* (200 activités) proposées sur ESPER¹ (s.d.).

PRESENTATION DE L'OUTIL D'ANALYSE

Dans la continuité du travail d'analyse des MER réalisé pour les deux premières années de scolarité (1-2H, enfants de 4-6 ans) lors de la préparation de la formation continue sur ces nouveaux moyens (Gardes et al., 2021), une démarche analogue a été mise en place pour ceux de 3-4H. La volonté, d'une part, de cartographier les savoirs visés sur la numération, le calcul et la résolution de problèmes et, d'autre part, d'analyser les activités des domaines *Nombres et Opérations* pour examiner ce qu'elles permettent de travailler, nous a conduits à créer un outil. Cet outil prend la forme d'un tableau divisé en trois sections (détaillées ci-après) qui présente les principaux savoirs visés en 3-4H sur la numération, le calcul et la résolution de problèmes (Fig. 1).

¹ Il s'agit de l'Espace des moyens d'enseignement romands (www.cjip-esper.ch).

La section « Numération » (en orange) se divise en deux parties principales, selon les deux systèmes de numération (Mounier et al., 2020) : la numération orale qui concerne l'ensemble des apprentissages autour de la suite numérique et la numération écrite (i.e. la construction de l'écriture chiffrée) qui est axée sur deux aspects à travailler en parallèle (Tempier, 2010), à savoir l'aspect positionnel (la valeur du chiffre dépend de sa position) et l'aspect décimal (la base de la numération est la base 10, pour passer au groupement supérieur on utilise l'échange 1 contre 10). En numération, le code oral et le code écrit, qui n'ont pas les mêmes régularités, doivent être articulés. En effet, si 10 chiffres sont suffisants pour écrire l'ensemble des nombres (numération écrite), bien plus de mots sont nécessaires pour les dire ou les écrire en toutes lettres (treize, vingt-deux, cent-dix-neuf...). Relevons encore que les exceptions sont nombreuses dans la numération orale (onze, douze, treize...) et que le chiffre zéro ne se dit pas lorsque l'on prononce un nombre (par exemple 2042 se dit deux-mille-quarante-deux et non deux-mille-zéro-quarante-deux).

La section « Calculs » (en vert) se divise aussi en deux parties : le calcul automatisé et le calcul réfléchi. Le premier comprend le répertoire mémorisé (résultats immédiatement disponibles) et les procédures élémentaires mémorisées (traitements rapides de calculs qui s'appuient sur des résultats mémorisés et mettent en jeu certaines propriétés des nombres et des opérations). Quant au second, il s'agit de calculs pour lesquels l'élève doit mettre en place une procédure spécifique, s'appuyant sur les propriétés des nombres et des opérations (par exemple, l'associativité et la commutativité de l'addition). Une partie des procédures automatisées passe d'abord par le calcul réfléchi : ces deux formes de calculs sont ainsi en constante interaction et permettent un équilibre entre sens et technique (Butlen & Charles-Pézar, 2007). L'ajout de 10, par exemple, est tout d'abord travaillé en calcul réfléchi. Puis, à force d'entraînement, il intègre progressivement le répertoire mémorisé avant d'être totalement automatisé. Chaque élève augmente ainsi peu à peu, à son rythme, ses répertoires mémorisés, tout en élargissant les procédures de calcul réfléchi avec de nouveaux outils.

Enfin, la section « Résolution de problèmes » (en bleu) reprend les types de problèmes additifs et soustractifs, basés sur la typologie de Vergnaud² (1990), à travailler avec les élèves. À ces types de problèmes s'ajoutent des problèmes visant une première approche de la multiplication (par addition itérée ou liée au produit cartésien) ainsi que des problèmes de recherche. Ces derniers correspondent aux problèmes qu'Houdement (2017, p.7) qualifie d'atypiques et définit « par leur caractère non routinier, le fait qu'on suppose que les élèves ne disposent pas de stratégies connues pour les résoudre, qu'ils doivent en inventer de toutes pièces, en s'appuyant sur leurs connaissances passées, notamment leur mémoire des problèmes ».

² Pour plus de précisions concernant ces problèmes, voir annexe 1.

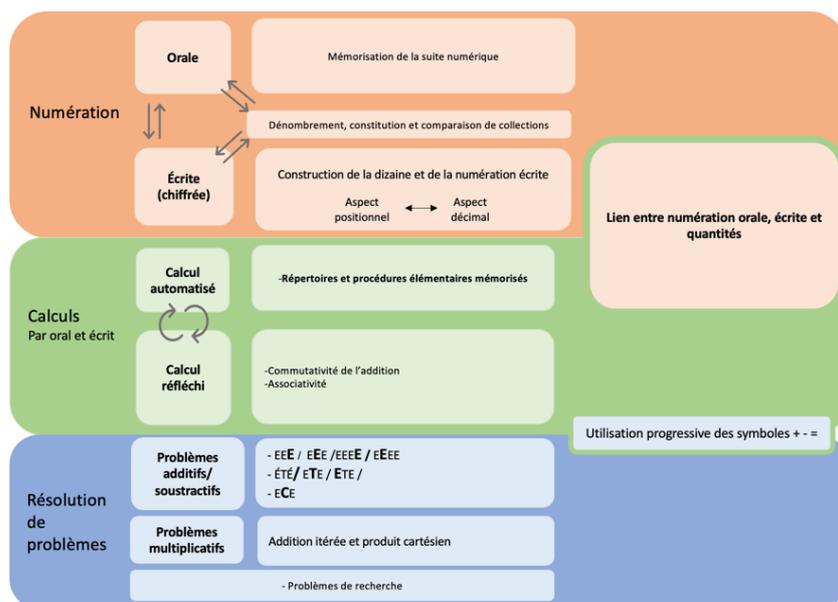


Fig. 1 – Structure globale du tableau des progressions s'appuyant sur la cartographie des savoirs visés en 3-4H sur la numération, le calcul et la résolution de problèmes

Pour identifier les apprentissages liés à ces savoirs et leurs progressions pour les degrés 3-4H, nous nous sommes basés, d'une part sur la proposition du guide français (MEN, 2021), et d'autre part sur la progression des apprentissages du Plan d'Etudes Romands (PER) (CIIP, 2010). Dans ce dernier, pour le cycle 1, les deux objectifs d'apprentissage concernés sont *Poser et résoudre des problèmes pour construire des représentations des nombres naturels* (MSN 12) pour ce qui concerne la construction de la numération et *Résoudre des problèmes additifs* (MSN 13) pour ce qui concerne le calcul et la résolution de problèmes.

Dans un premier temps, nous avons repris la progression proposée (sous forme de listes) par le guide et l'avons insérée dans la structure globale du tableau. Cette présentation a permis de mettre en évidence leur évolution au fil du demi cycle – autrement dit de se représenter visuellement leur progression – et leurs liens. Dans un deuxième temps, nous avons repris et adapté cette progression pour en assurer une cohérence avec les objectifs du PER (CIIP, 2010). Par exemple, pour la section « Numération », le travail sur la petite comptine (de un à dix) et la grande comptine (de un à dix-neuf), spécifiques à la numération orale française (de soixante-dix à quatre-vingt-dix-neuf) a été supprimé. Pour la section « Calculs », le calcul posé (algorithme de l'addition en colonnes), déjà travaillé en France en CP, n'est abordé en Suisse romande qu'en cinquième année. Pour la section « Résolution de problèmes », les problèmes additifs de comparaison, à aborder en 4H selon le PER, ont été ajoutés. Par ailleurs, certaines adaptations ont également été nécessaires au niveau du vocabulaire utilisé, ou encore du domaine numérique afin qu'il soit en adéquation avec les attentes curriculaires.

Sur certains aspects, le tableau des progressions élaboré (Fig. 2) présente l'avantage d'être plus détaillé que les progressions des apprentissages du PER. Dans son chapitre « Calculs » (MSN 13) par exemple, ce dernier mentionne uniquement l'« utilisation d'outils de calcul appropriés : calcul réfléchi avec possibilité d'utiliser un support (bande numérique, tableau des nombres,...), répertoire mémorisé, calculatrice ». Le tableau des progressions, quant à lui, spécifie explicitement des procédures à travailler avec les élèves en calcul réfléchi telles que l'ajout et le retrait de 1, 2 et 10, l'ajout et le retrait d'un nombre à 10 ou encore les presque doubles. Quant au MSN 12, seul le « dénombrement d'une collection d'objets, par comptage organisé, par groupements de 10 » fait référence à la construction de la dizaine, alors que le tableau précise que celle-ci se travaille sur deux aspects : positionnel et décimal. À l'inverse, le PER donne des précisions, dans le MSN 13, sur

l'utilisation de matériel « en jouant (magasin, jeux de cartes, jeu de dés, ...) », élément qui n'apparaît pas dans notre tableau.

Le tableau élaboré offre une lecture plus large que celle du PER et met en relation des objectifs d'apprentissage et chapitres différents. En effet, le PER décrit les apprentissages des MSN 12 et 13 de manière disjointe alors que notre tableau les articule, en les présentant parallèlement sur trois sections (cf. Fig. 2). À titre d'illustration, cela permet de voir qu'un travail sur la mémorisation du répertoire additif enrichit la construction de la numération, en élargissant par exemple le domaine numérique. Réciproquement, l'extension du domaine numérique et la construction de la numération permettent d'enrichir le répertoire mémorisé et le calcul réfléchi. Ces compétences peuvent ensuite être réinvesties lors de la résolution de problèmes, de même que la résolution de problèmes étoffe les procédures de calcul réfléchi. Ces multiples liens, si importants, sont plus difficiles à voir dans le PER au vu du cloisonnement des compétences qu'impose sa structure.

Suite à l'ensemble des réflexions menées et adaptations réalisées, le tableau a finalement pris la forme suivante :

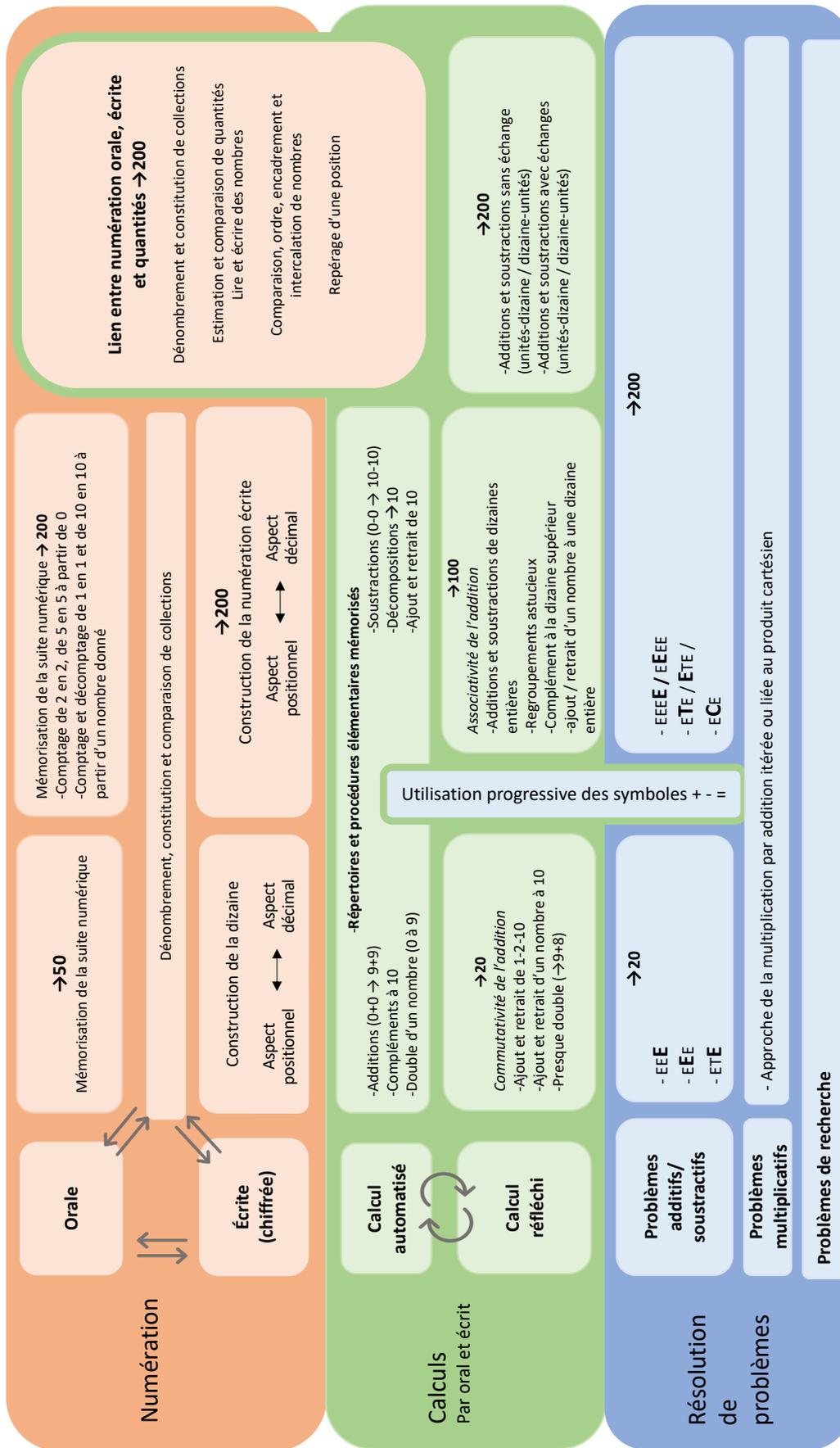


Fig. 2 : Tableau des progressions des apprentissages sur la numération, le calcul et la résolution de problèmes en 3-4H

Dans ce tableau, la progression de gauche à droite est à considérer de manière évolutive. Les apprentissages et savoirs travaillés en premier – soit ceux de gauche – doivent continuer à l'être au fil de l'année, en étendant progressivement le domaine numérique. Concomitamment, les apprentissages ayant déjà fait l'objet d'un travail sont élargis. Par exemple, en résolution de problèmes, ce sont tout d'abord des problèmes de types EEE (composition d'états) et ETE (transformation d'états) qui sont abordés en classe dans le domaine numérique de 0 à 20. Puis ils continuent à être traités, mais avec des nombres plus grands (jusqu'à 200), et de nouveaux types de problèmes, tels que les ECE (comparaison d'états), s'y ajoutent. Notons encore que deux éléments sont à cheval sur deux sections. En effet, l'« utilisation progressive des symboles » est autant travaillée dans la section « Calculs » que dans la section « Résolution de problèmes » et permet de lier ces deux sections. De même, la partie intitulée « lien entre numération écrite, orale et quantité » permet d'articuler le travail spécifique relevant de chacune des sections « Numération » et « Calculs ».

Ainsi, la présentation sous forme de tableau permet d'identifier rapidement, d'une part, les savoirs à travailler dans chacune des trois sections et la progression des apprentissages au fil de ces deux années de scolarité et, d'autre part, les liens entre ces sections. La lecture du tableau est donc double: horizontalement pour comprendre la progression d'une des sections et verticalement pour identifier les savoirs et progressions des apprentissages à travailler en parallèle. Relevons qu'il est important de ne pas rester uniquement dans l'une ou l'autre de ces lectures, mais de les lier pour comprendre la continuité et l'évolution. À titre d'illustration, les activités « Jouons avec la bande », « Les cibles » et « Les petits billets » (Annexe 2) couvrent les trois sections du tableau (respectivement *Numération orale*, *Calcul réfléchi* et *Résolution de problèmes EEE, ETE*). Travaillées en parallèle, elles permettent de lier la numération, le calcul et les problèmes, tout en les enrichissant mutuellement.

Notons encore que, le tableau se voulant très synthétique, une annexe à ce dernier a été rédigée (Annexe 1), précisant et exemplifiant certains apprentissages présentés lors de la formation. Le but de ce complément est de permettre aux enseignant·es de revenir sur un ou plusieurs savoirs, en fonction de leurs besoins. Cet étayage théorique est principalement tiré des textes d'ESPER³.

PRESENTATION DES MER 3-4H

Les moyens d'enseignement romands pour la deuxième moitié du cycle 1 se structurent selon quatre axes thématiques du PER : *Espace*, *Nombres*, *Opérations* et *Grandeurs et mesures*. S'y ajoute une partie intitulée *Aide à la résolution de problèmes*. Chaque axe est ensuite découpé en un ou plusieurs chapitres, dans lesquels différents apprentissages sont visés. Par exemple, l'axe thématique *Nombres* est relié à l'objectif *Poser et résoudre des problèmes pour construire des représentations des nombres naturels* (MSN 12) du PER et se compose de deux chapitres : *Dénombrement et extension du domaine numérique* et *Comparaison et représentation du nombre*. Le premier propose quatre apprentissages visés (AV) et le second deux (Fig. 3).

³ Les différents types de calculs : https://www.ciip-esper.ch/#/discipline/5/4/objectif/38?sidepanel={%22contentType%22:%22LES_DIFFERENTS_TYPES_DE_CALCULS%22,%22fullscreen%22:false}

L'addition et la soustraction dans l'ensemble des entiers naturels : https://www.ciip-esper.ch/#/discipline/5/4/objectif/38?sidepanel={%22contentType%22:%22L'ADDITION_ET_LA_SOUSTRACTION_DANS_L'ENSEMBLE_DES_ENTIERS_NATURELS%22,%22fullscreen%22:false}

Les nombres naturels – La numération de 3^e à 6^e) : https://www.ciip-esper.ch/#/discipline/5/4/objectif/37?sidepanel={%22contentType%22:%22LES_NOMBRES_NATURELS_LA_NUMERATION_DE_3_SUP_E_SUP_A_6_SUP_E_SUP%22,%22fullscreen%22:false}

		3H	Nombre d'activités	4H	Nombre d'activités
Dénombrer et extension du domaine numérique	AV 1	Mémoriser et communiquer la suite des nombres de 0 à 50 (suite des mots-nombres et écriture chiffrée)	10	Mémoriser la suite des nombres de 0 à 200 en identifiant son organisation (écriture chiffrée)	7
	AV 2	Compter et décompter de 1 en 1 à partir d'un nombre donné, de 2 en 2 à partir de 0	6	Compter et décompter de 1 en 1, de 10 en 10 jusqu'à 100 à partir d'un nombre donné. Compter de 2 en 2 et de 5 en 5 à partir de 0. Reconnaître quelques suites numériques (pair, impair, ...)	6
	AV 3	Passer du mot-nombre (oral ou écrit) à son écriture chiffrée et inversement de 0 à 50 dans un contexte ordinal et cardinal	7	Passer du mot-nombre (oral ou écrit) à son écriture chiffrée et inversement jusqu'à 200	6
	AV 4	Dénombrer et constituer une collection ayant un nombre d'objets inférieur à 50 et estimer le nombre d'objets d'une collection	11	Dénombrer et constituer une collection par comptage organisé, par groupements de 10, décomposer le nombre en unités et dizaines et inversement et estimer le nombre d'objets d'une collection	8
	Problèmes		2		4
Comparaison et représentation du nombre	AV 1	Comparer deux collections, deux positions sur une liste ordonnée	9		
	AV 2	Comparer, ordonner, encadrer et intercaler des nombres jusqu'à 30	6	Comparer, ordonner, encadrer et intercaler des nombres inférieurs à 100	5
	Problèmes		5		6

Fig. 3 : Apprentissages visés (AV) et activités de l'axe thématique « Nombres » en 3-4H

Quant à l'axe thématique *Opérations*, il est relié à l'objectif d'apprentissage *Résoudre des problèmes additifs* (MSN 13) du PER et se compose d'un chapitre en 3H et 4H intitulé *Addition et soustraction* qui propose également quatre AV. En 4H, un nouveau chapitre intitulé *Approche de la multiplication* s'y ajoute (Fig. 4).

		3H	Nombre d'activités	4H	Nombre d'activités
Addition et soustraction	AV 1	Additionner et soustraire en situation	15		
	AV 2	Mémoriser le répertoire additif (somme inférieure ou égale à 10)	17	Mémoriser le répertoire additif (de 0+0 à 9+9) Mémoriser le répertoire soustractif (0-0 à 10-10)	11
	AV 3	Utiliser des procédures de calcul réfléchi pour additionner et soustraire	9	Utiliser des procédures de calculs réfléchis pour additionner et soustraire	23
	AV 4	Reconnaître et résoudre des problèmes additifs et soustractifs	3	Reconnaître et résoudre des problèmes additifs et soustractifs, anticiper un résultat	4
	Problèmes		5		11
Approche de la multiplication				Remplacer une écriture d'additions itérées par une écriture multiplicative et utiliser la touche « x » de la calculatrice pour effectuer la multiplication	3
	Problèmes				1

Fig. 4 : Apprentissages visés (AV) et activités de l'axe thématique « Opérations » 3-4H

Les activités proposées pour travailler ces différents apprentissages sont classées en activités de tuiilage, d'introduction, d'entraînement et problèmes. À noter que les problèmes sont souvent en relation avec plusieurs AV, c'est pourquoi ils sont catégorisés de manière séparée.

Les deux axes thématiques *Nombres* et *Opérations* proposent au total 200 activités. Ce sont l'ensemble de ces activités que nous avons analysées avec le tableau des progressions créé. À noter que certaines de ces 200 activités comprennent parfois plusieurs sous-activités. Par exemple, « Calcul réfléchi » (3H) inclut quatre sous-activités : « Les cibles », « Les paniers », « Je regroupe » et « Je sais calculer ». Une même activité sur ESPER peut ainsi regrouper jusqu'à une dizaine de sous-activités distinctes traitant d'un même objectif avec des modalités pouvant varier.

ANALYSE DES ACTIVITES PROPOSEES POUR LES AXES *NOMBRES* ET *OPERATIONS* DANS LES MER 3-4H A L'AIDE DU TABLEAU DES PROGRESSIONS

Pour conduire cette analyse, nous avons étudié chaque activité proposée dans les axes thématiques *Nombres* et *Opérations* des nouveaux MER. Nous avons identifié le ou les savoirs visés dans l'activité, ainsi que la ou les progressions des apprentissages. Cette analyse a été effectuée sur la tâche demandée à l'élève telle que présentée sur ESPER. Autrement dit, nous n'avons pas caractérisé les différentes procédures possibles que l'élève pourrait mettre en œuvre pour résoudre la tâche ainsi que les potentialités de l'activité. Par exemple, pour l'activité « La couleur gagnante », dont la consigne est de « Préparez une collection avec un nombre d'objets plus petit que (plus grand ou égal à) celle que j'ai préparée », nous avons identifié le « lien entre numération orale, écrite et quantités » comme savoir visé et « estimation et comparaison de quantités » comme progression d'apprentissage. En effet, la collection témoin étant éloignée, le recours au nombre est nécessaire. Le dénombrement, en tant que procédure, elle n'a pas été caractérisée comme savoir visé.

Suite à l'analyse de l'ensemble de ces activités de 3-4H, nous avons comptabilisé, pour chaque degré, le nombre d'activités concernées pour chaque case du tableau (Fig. 5).

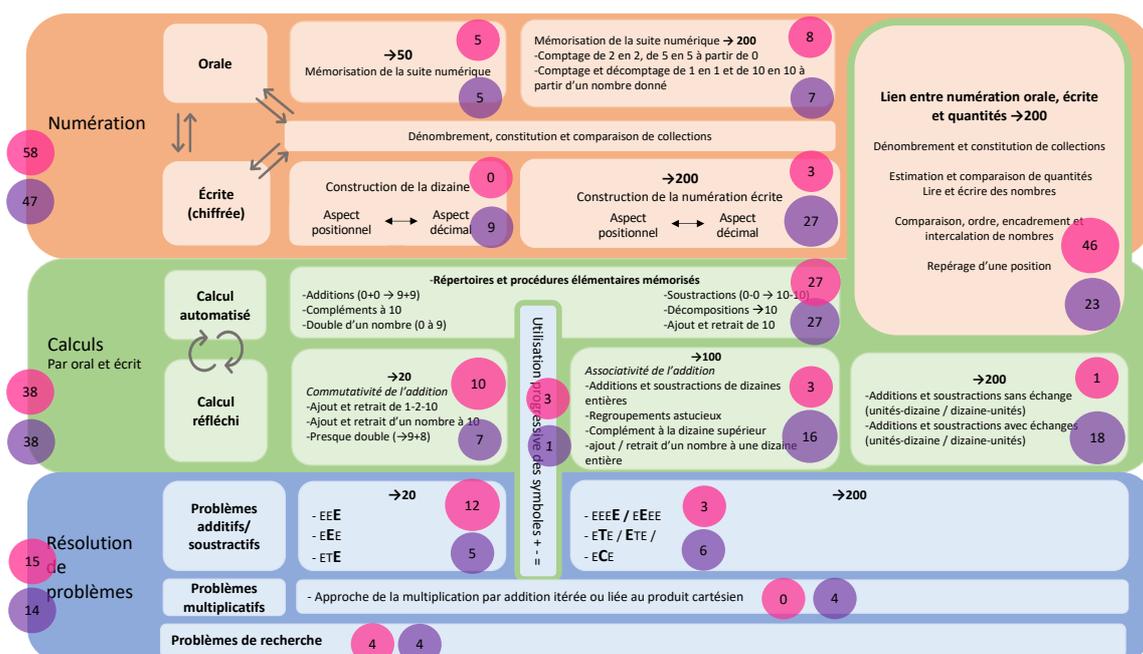


Fig. 5 : Répartition des activités des MER en fonction des savoirs et progressions des apprentissages visés et de l'année (en rose pour la 3H et en violet pour la 4H).

La figure 5 présente le nombre d'activités de 3H (en rose) et de 4H (en violet) en fonction des savoirs et progressions des apprentissages de chacune des cases du tableau. Il convient de souligner qu'une même activité a été comptée plusieurs fois si cette dernière touchait simultanément différentes cases. Par exemple, l'analyse de l'activité « Les petits billets », proposée en 3H, (Annexe 2) relève de la section « Résolution de problèmes », pour les problèmes additifs et soustractifs suivants : **EEE/EEE/ETE** et **EEEE**. Cette activité se retrouve ainsi comptabilisée dans les deux cases du tableau relatives aux problèmes additifs et soustractifs. Cela explique que la somme des activités en rose et en violet est plus grande que le nombre d'activités analysées. L'analyse met en lumière que l'ensemble des savoirs visés en 3-4H est travaillé à travers les activités proposées sur ESPER, selon la répartition suivante : 105 activités travaillent spécifiquement la numération (58 en 3H et 47 en 4H), 76 activités portent sur le calcul (38 en 3H et 38 en 4H) et 29 sur la résolution de problèmes (15 en 3H et 14 en 4H).

En ce qui concerne la section « Numération », l'analyse permet de constater que le « lien entre numération orale, écrite et quantités » est fortement représenté (69 activités soit 46 en 3H et 23 en 4H). Ce résultat n'est pas étonnant étant donné qu'il s'agit de la continuité du travail effectué en 1-2H où le lien entre quantités et numération orale se construit fortement. En 1-2H, 78 activités sur 194 travaillaient déjà cet aspect (Gardes et al., 2021). L'analyse met également en évidence que la construction de la numération écrite relève essentiellement d'apprentissages de 4H.

Pour la section « Calculs », l'analyse montre que les répertoires et les procédures mémorisés sont travaillés dès la 3H. Une analyse qualitative plus fine nous a permis de constater une évolution dans les types de répertoires et procédures travaillés. En 4H, par exemple les activités proposent un travail davantage sur le répertoire soustractif et l'ajout-retrait de 10. Pour le calcul réfléchi, nous remarquons une évolution entre les apprentissages visés en 3H et en 4H en regard du domaine numérique (qui augmente) et des procédures travaillées. Par exemple, l'ajout-retrait d'un nombre à une dizaine entière et le complément à la dizaine supérieure sont uniquement travaillés en 4H. Ceci est cohérent avec le fait que l'introduction de la dizaine et la construction de la numération écrite se font à ce degré-là.

Quant à la section « Résolution de problèmes », l'analyse met en évidence que le travail sur la résolution de problèmes additifs et soustractifs évolue entre la 3H et la 4H en fonction des types de problèmes proposés et du domaine numérique. Par exemple, les problèmes de comparaison ECE sont surtout travaillés en 4H, de même que les problèmes de type EEEE. L'approche de la multiplication est uniquement proposée dans certaines activités de 4H. Proportionnellement, cette section comporte moins d'activités que les deux premières, mais il convient de souligner que certaines activités, à l'image de "Problème du jour", proposent une cinquantaine de problèmes (avec une progression sur l'année) pouvant être utilisés comme rituel.

De manière générale, les MER semblent couvrir l'essentiel des savoirs relevés comme fondamentaux dans les recherches. Si l'on regarde un peu plus finement les savoirs concernant la numération écrite, l'aspect décimal, à savoir le rôle de « dix » dans la constitution des unités de numération successives (dix unités = une dizaine, dix dizaines = une centaine) (Tempier, 2010), ne figure pas explicitement dans les objectifs visés et pas réellement travaillé à travers les activités proposées, tant en 3H qu'en 4H. Seules deux activités, à savoir « Jeux avec la calculatrice » (4H) et « Les devinettes » (3H), touchent en partie cet apprentissage. Dans ces deux activités, une consigne permet de mobiliser le savoir « une dizaine = dix unités ». A l'aide de la calculatrice, l'élève doit afficher un nombre à deux chiffres puis changer le chiffre des dizaines en utilisant le moins de touches possibles et sans utiliser la touche « Efface » ni le « 0 ». Cela contraint l'élève à comprendre que une dizaine = 10 unités puis à décomposer 10. Ces tâches étant peu nombreuses, similaires et assez spécifiques (avec utilisation de la calculatrice), elles ne peuvent suffire, à elles seules, à

comprendre et entraîner l'aspect décimal de la numération écrite. Cela rejoint des constats déjà pointés par plusieurs recherches (Bednarz & Janvier, 1984 ; Tempier, 2010 ; Batteau & Clivaz, 2016). Paradoxalement, les textes disponibles sur ESPER soulignent l'importance d'un travail autour de l'aspect décimal du nombre, notamment pour :

- écrire en chiffres le nombre d'objets d'une collection ;
- constituer une collection dont on connaît l'écriture en chiffre du nombre d'objets ;
- comparer deux nombres écrits dans notre système de numération écrite ;
- repérer et placer des nombres sur une droite graduée.

Bien que l'aspect décimal soit peu travaillé dans les activités de 3-4H telles que proposées sur ESPER, il convient toutefois de souligner que plusieurs d'entre elles ont le potentiel, moyennant quelques modifications souvent minimes, de couvrir cet aspect. Dans le cadre de la préparation de la formation continue pour l'introduction aux nouveaux MER de 3-4H, nous avons par exemple adapté l'activité de 4H « En Égypte » (Annexes 3 et 3bis), dont l'enjeu mentionné est « décomposer un nombre en unités et dizaines et inversement jusqu'à 99 ». Sur ESPER, elle se présente de la manière suivante (Fig. 6) :

Règle du jeu « En Égypte »

Matériel pour 4 à 6 élèves

- Un plan de jeu
- Un dé
- Des pions
- Des cartes nombres de 0 à 99
- 90 cartes cubes

Déroulement

Lancez le dé.

Si vous arrivez sur :



- Prenez une carte nombre et dites le chiffre de dizaines et le chiffre des unités.

 - Si la réponse est incorrecte, passez votre tour.
- Prenez une carte cube et dites le nombre de cubes.

 - Si la réponse est incorrecte, passez votre tour.
- Rejouez.
- Retournez sur la case « Départ ».

Le premier joueur qui arrive exactement sur la case « Arrivée » a gagné.

Fig. 6 : Activité « En Égypte » (4H)

Telle que proposée ici, seul l'aspect positionnel est travaillé, ce qui s'observe à travers les « cartes cubes » (Fig. 7). En effet, le nombre d'unités (cubes individuels) et de dizaines (barres de 10 cubes individuels) de ces cartes atteignant au plus 9, l'élève doit uniquement dénombrer les cubes individuels et/ou barres de 10 cubes. Elles ne permettent ainsi pas de mobiliser l'aspect décimal, aucun échange entre unités et dizaines n'étant nécessaire.

Nous avons alors fait évoluer les « cartes cubes » de manière à travailler aussi l'aspect décimal. Voici un exemple des nouvelles « cartes cubes » créées (Fig. 8) :

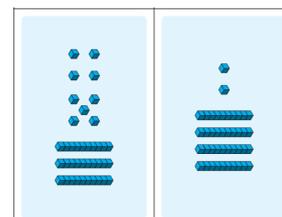


Fig. 7 : Exemples de cartes cubes

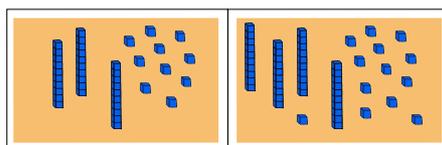


Fig. 8 : Exemples de cartes cubes modifiées

En proposant plus de 10 cubes individuels (unités), cette adaptation requiert de la part de l'élève le passage par des regroupements d'unités en dizaines et, ainsi, un travail autour de l'aspect décimal. Dans ce même but et selon la même logique, d'autres cartes encore ont été élaborées. Elles se présentent sous cette forme (Fig. 9) :



Fig. 9 : Exemples de nouvelles cartes nombres

À travers cet exemple, on constate donc que l'adaptation de certaines tâches permet d'intégrer un travail autour de l'aspect décimal. Mais ces adaptations sont à la charge de l'enseignant.

UTILISATION EN FORMATION

Durant les deux journées de formation continue pour les enseignant·es de 3-4H, un éclairage théorique sur la numération, les calculs et la résolution de problèmes arithmétiques leur est présenté. Le tableau des progressions représente une synthèse de ces apports et se veut donc un rappel théorique, mais surtout un outil utile pour la pratique des enseignant·es, en particulier pour la planification de l'enseignement des contenus mathématiques.

Lors de la formation, ce tableau est utilisé à plusieurs reprises. Les enseignant·es sont par exemple amené·es à y positionner une sélection de 12 activités extraites des nouveaux MER de 3-4H, en fonction des savoirs travaillés à travers chacune d'elles. Ils et elles ont à réaliser une analyse didactique de chaque activité (en prenant appui sur le tableau des progressions) pour en ressortir le ou les objectifs d'apprentissage mathématiques travaillés. Tant l'objectif principal que les autres savoirs et savoir-faire nécessaires pour réaliser l'activité sont à identifier. L'activité « Les petits billets » (Annexe 2), par exemple, permet de travailler en premier lieu la résolution de problèmes additifs et soustractifs (de type EEE et ETE), mais aussi le calcul réfléchi et automatisé (regroupements astucieux en mobilisant les répertoires mémorisés tant additifs que soustractifs). Précisons que le choix des activités à analyser a été fait de façon à ce que chaque case du tableau soit représentée par une activité et de manière à ce que l'activité illustre explicitement au moins un des apprentissages de la case en question. Une activité rituelle déjà fortement présente dans les classes a été ajoutée pour palier au manque d'activités permettant de construire la dizaine. Il s'agit du rituel « Chaque jour compte » (Divisa et al., 2018).

A ce jour, les retours du terrain sont positifs. La visualisation sur une page, claire et facile de lecture, des progressions des apprentissages est appréciée. La nécessité de collaborer et se coordonner entre duettistes d'une classe travaillant chacun·e de son côté une des sections avec les élèves a aussi été relevée pour pouvoir tisser des liens entre ces domaines. Les précisions de l'annexe au tableau sont aussi pointées comme un apport. Nous ne disposons cependant pas d'informations quant à son utilisation effective sur le terrain, tant pour la planification que l'analyse des activités proposées aux élèves.

Ce tableau est donc une aide pour analyser des tâches. Il offre à la fois un regard global sur les trois sections et une progression détaillée. Il permet de planifier l'enseignement au regard des savoirs à acquérir et de la progression des apprentissages.

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Dans le cadre de la formation continue sur l'introduction des nouveaux moyens d'enseignement romands de mathématiques destinée aux enseignant.es de 3-4H, un tableau des progressions a été élaboré. Celui-ci recense les principaux apprentissages à réaliser par les élèves de Suisse romande pour les degrés considérés pour les domaines des *Nombres* (numération) et des *Opérations* (calculs et résolution de problèmes). Il présente, de manière visuelle, d'une part l'évolution des apprentissages au sein d'un même domaine et d'autre part l'articulation et les liens entre les domaines sur les deux années scolaires. Ce tableau se veut un outil pour les enseignant.es et vise à les soutenir dans l'analyse d'activités de ces domaines et leur planification.

Signalons que l'analyse des activités, réalisée à l'aide de cet outil, est mise à disposition des enseignant.es, dans le but de leur permettre de rechercher rapidement des activités permettant de travailler un apprentissage visé en particulier. Le lien vers cette page Internet est accessible depuis le site dédié aux formations continues pour les nouveaux moyens d'enseignement conçu par la HEP Vaud.⁴

BIBLIOGRAPHIE

- Batteau, V. & Clivaz, S. (2016). Le dispositif de formation continue Lesson Study : travail autour d'une leçon de numération. *Grand N*, 98, 27-48. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/98n2_1552555015011-pdf
- Bednarz, N. & Janvier, B. (1984). La numération : les difficultés suscitées par son apprentissage. *Grand N*, 33, 5-31. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/33n1_1563266854879-pdf
- Butlen, D. & Charles-Pézar, M. (2007). Conceptualisation en mathématiques et élèves en difficulté. Le calcul mental, entre sens et technique. *Grand N*, 79, 7-32. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/79n2_1554796874332-pdf
- CIIP (2010). *Plan d'études romand*. Repéré à www.plandetudes.ch
- Croset, M.-C. & Gardes, M.-L. (2020). Une carte des connaissances pour la construction du nombre à l'école maternelle. *RMé*, 233, 117-127. <https://www.revue-mathematiques.ch/files/4315/9195/2640/RMe-233-Croset.pdf>
- Divisa, A., Mastrot, G., Stoffel, H. & Croset, M. (2018) *Quelles modalités pour construire un rituel de numération efficace au cycle 2 ?* In *Actes du 45^e colloque de la Copirelem : Manipuler, représenter, communiquer*. Juin 2018, Blois. <http://www.circ-ien-strasbourg3.ac-strasbourg.fr/wp/wp-content/uploads/2021/06/ActesCopirelem.pdf>.
- ESPER CIIP (sd). *Espace des moyens d'enseignement romands*. Repéré à www.ciip-esper.ch
- Gardes, M.-L., Déglon, A., Javet-Schlegel, S., Turcotte, C. & Croset, M.-C. (2021). Analyse des activités proposées dans « Nombres & Opérations » des MER 1-2H. *RMé*, 235, 39-49. <https://www.revue-mathematiques.ch/files/8516/2202/3376/RMe-235-Gardes.pdf>
- Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N*, 100, 59-78. MEN (2021). *Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP*. <https://eduscol.education.fr/media/3738/download>

⁴ <https://sites.google.com/view/fcmermathshepl/home/home-3p-4p/tri-des-t%C3%A2ches?authuser=0>

- Mounier, E, Grapin, N. & Pfaff, N. (2020). Lire, écrire les nombres : Quelle place dans l'apprentissage des numérations au cycle 2 ? *Grand N*, 106, 31-47. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/106n2_1604488418614-pdf
- Tempier, F. (2010). Une étude des programmes et manuels sur la numération décimale au CE2. *Grand N*, 86, 59-90. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/86n4_1554197732886-pdf
- Vergnaud, G. (1990). Psychologie du développement cognitif et Didactique des mathématiques, un exemple : les structures additives. *Petit x*, 22, 51-69. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/22x4_1570439024060-pdf

- Le domaine numérique en 3-4P s'étend progressivement de 0 à 200, tant pour la **numération orale** qu'écrite.
- La **numération orale** concerne l'ensemble des apprentissages autour de la suite numérique :
 - le comptage et le décompte de 1 en 1 et de 10 en 10 à partir d'un nombre donné ;
 - le comptage de 2 en 2 et de 5 en 5 à partir de 0.
- La **numération écrite** (construction de l'écriture chiffrée) est axée sur deux plans en lien constant qui doivent être travaillés en parallèle :
 - l'**aspect positionnel** : la valeur du chiffre dépend de sa position ;
 - l'**aspect décimal** : la base de notre numération est la base 10. Les différentes unités de numération (unité, dizaine, centaine, etc.) sont liées entre elles par des « relations » décimales. 10 unités = 1 dizaine, 10 dizaines = 1 centaine, etc. Sa construction passe par un travail autour des échanges, notamment les règles d'échanges 10 contre 1 / 1 contre 10.
- La mise en lien de la numération orale, écrite et de la quantité permet de travailler divers aspects du nombre dans le domaine numérique jusqu'à 200 : le dénombrement ; la lecture et l'écriture de nombres ; la comparaison, l'estimation, la constitution de collections ; l'encadrement, etc.

Ainsi, la compréhension de la numération orale et écrite facilite également l'acquisition du répertoire mémorisé, les procédures de calcul réfléchi et la résolution de problèmes.

- Le **calcul automatisé** comprend :
 - le **répertoire mémorisé** qui correspond à des résultats (de sommes, de différences ou de produits de deux termes) immédiatement disponibles. Il se construit au travers de situations et de matériel qui donnent du sens aux nombres. Des exercices rituels permettent notamment la mémorisation du répertoire sans passer par le calcul réfléchi. Exemples : répertoire additif, répertoire soustractif, compléments à 10, etc.
 - les **procédures élémentaires mémorisées** qui sont des traitements rapides de calculs s'appuyant sur des résultats mémorisés et mettant en jeu certaines propriétés des nombres et des opérations. Exemples : +1, -1, +10, -10, 20+7, décomposer un nombre (24=20+4 ou 2 dizaines et 4 unités), commuter les termes d'une addition, calculer un presque-double, etc.
- On parle de **calcul réfléchi** à partir du moment où l'élève doit, pour exécuter le calcul demandé, mettre en place une procédure spécifique. Le calcul réfléchi fait appel à la fois aux propriétés des nombres, aux propriétés des opérations et au répertoire mémorisé. Par exemple :
 - Soustraire un nombre à 10 : 10-6 / 10-4
 - Presque double (additionner 2 nombres qui ont 1 d'écart) : 7+6 / 12+13
 - Addition / soustraction de dizaines entières : 40+50 / 60-20 / 30+60
 - Commutativité : 4+3=3+4 / 6+25=25+6
 - Associativité : (3+4)+6 = 3+(4+6)
 - Regroupements astucieux (utilisation combinée de plusieurs techniques) : 6+7+4=6+4+7 (commutativité) =10+7 (compléments à 10) =17 (addition d'un nombre à 10)
- Le calcul réfléchi doit, dans un premier temps, se faire sans échanges unités-dizaine ou dizaine-unités (p. ex. : 29-7 / 45+3 / 78-5 / 91+8), puis avec échanges (p. ex. : 29+8 / 45-9 / 74+17 / 58-19).
- Le calcul automatisé et le calcul réfléchi se nourrissent mutuellement. Le calcul automatisé se construit en partie avec le calcul réfléchi. Ce dernier utilise le répertoire et les procédures mémorisées pour gagner en efficacité.
- Le domaine numérique s'étend progressivement de 0 à 200 et cela enrichit ainsi la **compréhension du système de numération et la résolution de problèmes**.

- Il existe différents types de **problèmes additifs et soustractifs** :
 - **EEE** : Composition de deux états (p. ex. : J'ai 3 pommiers et 6 poiriers. Combien ai-je d'arbres ?). Rechercher le composé EEE est plus facile que de rechercher un des états EEE (p. ex. : J'ai 3 pommiers, 6 poiriers et 5 abricotiers. Combien ai-je d'arbres ?). Rechercher le composé EEE est plus facile que de rechercher un des états EEE (p. ex. : J'ai 9 arbres, 3 pommiers et des poiriers. Combien ai-je de poiriers ?).
 - **ETE** : Transformation d'état → état final → transformation → état initial → transformation → état final (p. ex. : J'ai 15 billes, j'en gagne 7 à la récré. Combien ai-je de billes en rentrant en classe ?). Rechercher l'état final ETE est plus facile que de rechercher l'état initial ETE ou la transformation ETE (p. ex. : J'ai 22 billes après la récré alors que j'en avais 15 avant. Combien en ai-je gagné ?). Il est possible d'avoir plusieurs transformations successives (p. ex. : J'ai 15 billes, j'en gagne 7 puis j'en perds 9. Combien ai-je de billes ? 15+7=22 (1^{er} ETE) et 22-9=13 (2^e ETE)).
 - **ECE** : Comparaison d'états (p. ex. : J'ai 12 ans. Mon frère a 23 ans. Combien d'années a-t-il de plus que moi ?). Seule la comparaison ECE est recherchée en 3-4P.
- L'**approche de la multiplication** est travaillée en 4P avec :
 - L'addition itérée : il s'agit de l'addition répétée d'un même terme, pouvant être remplacée par une multiplication (p. ex. : 5+5+5+5+5=5x5).
 - Le produit cartésien : le nombre de cases d'une grille avec a lignes et b colonnes = a x b.

Numération, calcul et problèmes se travaillent en parallèle et s'enrichissent mutuellement.

Les petits billets (1)

Aline a 4 jetons rouges et 8 jetons bleus.

Combien a-t-elle de jetons ?

Il y a 9 jetons rouges et 4 jetons bleus par terre.

Combien y a-t-il de jetons par terre ?

J'ai 11 jetons dans ma main droite et 6 jetons dans ma main gauche.

Combien ai-je de jetons ?

J'ai 13 jetons, je donne 5 jetons à mon ami.

Combien me reste-t-il de jetons ?

Aline a 7 jetons, Ali a 6 jetons et Marie a 4 jetons.

Combien les enfants ont-ils de jetons ensemble ?

Sur la table, il y a 5 jetons jaunes, 3 jetons rouges et 7 jetons bleus.

Combien y a-t-il de jetons sur la table ?

J'ai 12 jetons, je perds 6 jetons.

Combien de jetons me reste-t-il ?

Je mets 5 jetons sur la table et je mets encore 9 jetons.

Combien y a-t-il de jetons sur la table ?

J'ai 15 jetons, mon ami me prend 6 jetons.

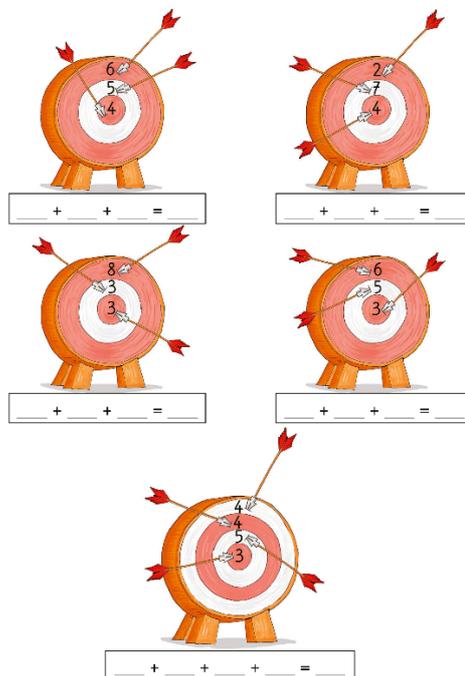
Combien me reste-t-il de jetons ?

14 jetons sont sur la table. Il y en a 5 qui tombent par terre.

Combien de jetons reste-t-il sur la table ?

Les cibles – Calcul réfléchi

Complète les additions sous les cibles en tenant compte de l'emplacement des flèches.



Jouons avec la bande

Le nombre caché

L'enseignant cache un nombre sur la bande numérique de la classe et les élèves notent sur une feuille ou sur leur ardoise le nombre caché. La validation se fait en découvrant le nombre caché.

Certains enfants peuvent nommer le nombre caché et d'autres peuvent écrire le bon nombre par déduction (en tenant compte de la régularité de la suite écrite des nombres), mais ne savent pas son « nom ». Par exemple, ils peuvent dire que le « quatre - sept » vient après le « quatre - six », mais ils ne savent pas dire « quarante-sept » ou « quarante-six ».

Pour cet exercice, l'enjeu est de s'approprier la règle de régularité de la suite numérique écrite en chiffres et non pas de nommer oralement le nombre caché.

Je m'arrête

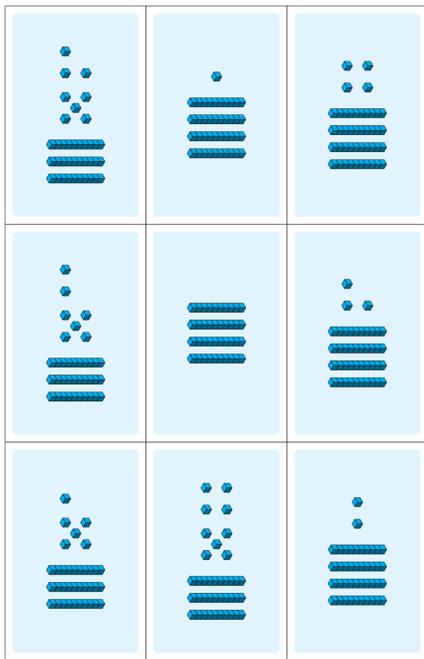
Un élève récite la suite numérique et s'arrête. Il interroge un autre élève qui doit nommer le nombre qui continue la suite. Le groupe valide la réponse.

Tu m'arrêtes

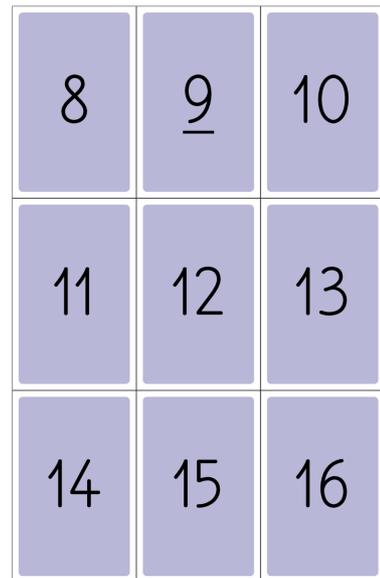
Un élève propose un nombre à un camarade, celui-ci récite la suite numérique et doit s'arrêter au nombre indiqué. Le groupe valide l'exercice.

0	1	2	3	4	5	<u>6</u>	7	8	<u>9</u>	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
---	---	---	---	---	---	----------	---	---	----------	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Annexe 3 : Activité « En Egypte » (4H) telle que proposée sur ESPER



« Cartes Cubes » (90 cartes différentes)



« Cartes Nombres » (1-99)

Annexe 3bis : Activité « En Egypte » (4H) adaptée (exemples de cartes supplémentaires)

