RMé 239

239

RMé

REVUE DE MATHÉMATIQUES POUR L'ÉCOLE

Avril 2023

ISSN : 2571-516X

SOMMAIRE

L'UTILISATION DE LA MÉTHODE « CE QUE JE SAIS, CE QUE JE CHERCHE » EN CLASSE DE MATHÉMATIQUES : ANALYSE DE PRODUCTIONS D'ÉLÈVES

Marie-Pier Goulet, Dominic Voyer

Université du Québec à Trois-Rivières, Université du Québec à Rimouski

Nous avons étudié la façon dont l'activité de résolution de problèmes mathématiques est abordée en classe du primaire (école élémentaire), particulièrement lorsque celle-ci est abordée par l'entremise d'une méthode de type « ce que je cherche, ce que je sais ». Nous avons documenté la façon dont cette méthode est utilisée par des élèves québécois de quatrième année (9-10 ans) qui choisissent librement d'y avoir recours, c'est-à-dire sans que cette méthode leur soit imposée. Les productions de 45 élèves ont été analysées afin d'étudier la cohérence interne de la démarche mise en œuvre.

Mots clés : Résolution de problèmes mathématiques, enseignement primaire, pratiques enseignantes, méthodes de résolution de problèmes.

SITUATION PROBLÉMATIQUE ET CADRE DE RÉFÉRENCE

Bien que l'activité de résolution de problèmes occupe depuis plusieurs années une place centrale dans les différents programmes de formation (Fagnant & Vlassis, 2010 ; Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport, 2006 ; Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur, 2019 ; Ministère de l'Éducation du Québec, 1988 ; National Council of Teachers of Mathematics, 1980; 1989; 2008), la façon dont cette activité est vécue dans les classes du primaire montre que plusieurs enjeux persistent. Un de ces enjeux est sans aucun doute la question du « comment faire apprendre aux élèves à résoudre des problèmes » (Balmes & Coppé, 1999 ; Coppé & Houdement, 2002 ; Demonty & al., 2004 ; Verschaffel & De Corte, 2008). Cette question a été soulevée il y a près de 30 ans par Lester (1994) qui soutenait alors que même si la résolution de problèmes est l'un des sujets ayant fait couler le plus d'encre, il est l'un des moins bien compris dans le curriculum mathématique des États-Unis. Selon cet auteur, les acteurs du milieu de l'éducation s'entendent généralement pour dire que le développement d'habiletés de résolution de problèmes chez les élèves est un objectif principal de l'enseignement des mathématiques, alors que le « comment » atteindre cet objectif est une question à part. Lester (1994) affirme que les enseignants doivent souvent se contenter d'une banque bien intentionnée de problèmes à résoudre, d'une liste de stratégies à enseigner et de suggestions d'activités de classe, plutôt que d'avoir accès à un programme avec des directives claires quant à la façon de faire de la résolution de problèmes une partie intégrante du curriculum. Les propos de Favier (2022) mettent en évidence que le problème décrit par Lester en 1994 n'est toujours pas réglé, lorsqu'il affirme que « […] les enseignants sont souvent démunis, ne sachant pas comment aider ni trop, ni trop peu les élèves durant leur recherche, ou comment organiser et gérer les mises en commun à la suite de la recherche des élèves […] » (p.9). Les travaux de Demonty et Fagnant (2014) s'inscrivent aussi dans cette même lignée. Ces autrices expliquent que la façon dont des tâches complexes sont exploitées dans des classes de sixième année (11-12 ans) consiste en « un cadrage à la fois *trop étroit,* conduisant à décomposer le problème en microtâches requérant simplement d'appliquer les procédures identifiées, et *trop large*, peu susceptible d'aider les élèves à cerner les enjeux réels des apprentissages » (p.184). Un tel constat peut notamment s'expliquer par le peu de conseils offerts aux enseignants relativement à la façon de travailler la résolution de problèmes auprès des élèves (Coppé, 2021 ; Lajoie & Bednarz, 2014). En réponse à ces difficultés vécues par les enseignants (et les élèves), différentes modalités d'enseignement ont été proposées dans les écrits au cours des dernières décennies. Récemment, Coppé (2021) a identifié trois de ces modalités, par rapport auxquelles elle soulève certaines limites possibles : (1) **la répétition d'activités de recherche** (enjeux d'apprentissages pouvant être difficilement repérables par les élèves et les enseignants) (2) **l'enseignement de différentes étapes du processus de résolution de problèmes** (processus souvent trop séquentiel alors que la démarche de résolution de problèmes devrait être cyclique et itérative), et (3) **la proposition d'activités d'aide à la résolution de problèmes** (danger de développer des compétences liées à la résolution de problèmes de façon isolée incluant des activités dépourvues d'intentions mathématiques).

Cette troisième modalité a fait l'objet d'une étude menée par Balmes et Coppé (1999) qui se sont intéressées aux activités s'inscrivant dans la rubrique « Résolution de problèmes » de différents manuels de mathématiques destinés aux élèves du primaire. Ces dernières ont cherché à savoir quelles sont les compétences développées par ces activités et si celles-ci permettent réellement aux élèves à apprendre à résoudre des problèmes de mathématiques. Les différents constats émis par Balmes et Coppé (1999) mettent en lumière l'importance accordée au développement de compétences d'ordre méthodologique dans les manuels analysés (ex. : identifier les données utiles/inutiles, définir ce qu'est un problème mathématique, formuler des questions, etc.), mais aussi la croyance selon laquelle le fait de développer ces compétences méthodologiques permettrait aux élèves de devenir des solutionneurs compétents. Or, le réinvestissement des compétences développées de façon isolée lors d'une démarche (complète) de résolution de problèmes n'est pas assuré, tel que le soulignent Balmes et Coppé (1999) : « Il nous semble qu'il y a un a priori très fort dans cette idée que la maîtrise de ces diverses compétences permettra aux élèves de mieux résoudre les problèmes classiques : à savoir que la maîtrise de chaque compétence aboutira à la maîtrise du tout, ce qui, selon nous, ne va pas de soi. On peut donc s'interroger sur l'efficacité des outils proposés » (p.49).

Au Québec, une méthode de résolution de problèmes reconnue sous le nom de la méthode « ce que je sais, ce que je cherche » (voir annexe 1) semble avoir gagné en popularité au cours des dernières années. La question qui se pose est de savoir si et comment cette méthode qui se retrouve dans certains manuels de mathématiques est présentée par les enseignants et utilisée par les élèves. Puisque les connaissances actuelles dans les écrits scientifiques à propos des méthodes de résolution de problèmes mathématiques présentées aux élèves du primaire sont encore limitées, alors que celles en lien avec la méthode « ce que je sais, ce que je cherche » sont pratiquement inexistantes, nous avons décidé de mener une première phase exploratoire sur le sujet. Par ailleurs, nous avons choisi d'utiliser le terme « méthode » plutôt que « modèle », puisque par définition, un modèle est une représentation schématique ou symbolique d'un processus, d'une démarche raisonnée, ayant pour but de représenter une réalité, alors qu'une méthode est une séquence d'étapes agencées pour atteindre un but, pour parvenir à un résultat (Legendre, 2005). À la lumière de ces définitions, il devient clair qu'en contexte scolaire, les différentes étapes définies par les modèles ne sont pas utilisées pour représenter le processus de résolution de problèmes aux élèves : elles servent plutôt d'outils aidant les élèves à résoudre les problèmes proposés (but).

Synthèse de la phase préliminaire

Dans le cadre d'une phase préliminaire, nous nous sommes penchés sur la question des pratiques déclarées des enseignants du deuxième et du troisième cycle du primaire[1] en lien avec l'utilisation de méthodes de résolution de problèmes écrits en mathématiques. Pour ce faire, deux collectes de données ont été réalisées. Des entrevues ont d'abord mis en évidence que les enseignants présentent généralement à leurs élèves une méthode à utiliser lors de l'activité de résolution de problèmes, bien que leurs exigences par rapport à son utilisation puissent varier. Parmi les 10 enseignants interrogés, 8 ont déclaré utiliser dans leur classe une méthode qui s'apparente à la méthode de type « ce que je sais, ce que je cherche » (Goulet, 2018). Suite

[1] Il s'agit d'enseignants dont les élèves sont âgés entre 8 et 12 ans.

aux entrevues, un questionnaire autoadministré en ligne a permis de recueillir des données quantitatives pour documenter les pratiques relatives aux méthodes de résolution de problèmes écrits de mathématiques présentées en classe par les enseignants québécois du deuxième et du troisième cycle du primaire (Goulet & Voyer, sous presse). Les résultats issus des 143 questionnaires complétés suggèrent notamment que l'utilisation de la méthode de type « ce que je sais, ce que je cherche » semble être une pratique très populaire auprès des enseignants du primaire, alors que 90,8% de l'échantillon à l'étude a déclaré l'utiliser. Les résultats montrent aussi que cette méthode est utilisée de façon systématique et séquentielle par le tiers des enseignants qui ont déclaré « présenter la séquence à suivre et ensuite exiger que toutes les étapes soient appliquées, et ce, dans le même ordre qu'elles ont été présentées ». Or, plusieurs recherches ont remis en cause cette façon de faire (Coppé, 2021 ; Julo, 1995 ; Richard, 1990), notamment en raison du caractère cyclique et itératif reconnu au processus de résolution de problèmes. De plus, Balmes et Coppé (1999) soulèvent le risque que les élèves en viennent à penser que « résoudre un problème c'est répondre à une attente du maître et donc qu'il faut identifier ce que le maître veut » (p.46). Dans le cas présent, les élèves pourraient penser que résoudre un problème, c'est remplir correctement les sections « ce que je sais » et « ce que je cherche ».

Par ailleurs, bien que les données de recherche actuelles ne permettent pas d'établir un lien entre la pratique de ces enseignants et le rendement des élèves en résolution de problèmes, une phase subséquente de la recherche doctorale menée par Goulet (2018) a permis de mettre en évidence que l'utilisation de la méthode « ce que je sais, ce que je cherche » chez des élèves de quatrième année du primaire (N=278) ne nuit pas à leur compréhension, mais ne l'améliore pas non plus (voir Goulet-Lyle & al., 2020). Par contre, lorsque les élèves ont le choix d'utiliser ou non cette méthode, la grande majorité (90,1%) préfère ne pas l'utiliser. Ce résultat va dans le même sens qu'une interrogation soulevée par Coppé et Houdement (2002, p.61) : « Si l'on supprime le côté motivant de la recherche, ne risque-t-on pas de donner aux élèves une image triste et stéréotypée des mathématiques ? » Il s'agit là d'un des risques de l'utilisation de la méthode de type « ce que je sais, ce que je cherche » qui semble avoir été confirmé par la troisième phase de l'étude doctorale de Goulet (2018).

Outre la présentation séquentielle de la méthode par plusieurs enseignants, les résultats issus de cette phase préliminaire ont soulevé un nouveau questionnement par rapport à la place de l'implicite dans la méthode. Cette question nous apparaît importante considérant que pour atteindre un niveau de compréhension suffisant à une résolution mathématique réussie, l'élève doit établir des liens entre les données du problème, mais aussi avec ses connaissances générales et mathématiques antérieures, ce qui renvoie à un niveau de compréhension de l'ordre de l'implicite. On parle alors de compréhension inférentielle, pouvant être définie comme le complément de la compréhension littérale, qui elle, est limitée à un niveau de l'ordre de l'explicite (repérage) (Campion & Rossi, 1999 ; Giasson, 2003). L'élève doit donc aller au-delà des informations explicites et produire des inférences pour résoudre les problèmes mathématiques auxquels il fait face (Kintsch, 1998 ; Österholm, 2006 ; Reusser, 2000 ; Van Dijk & Kintsch, 1983). D'ailleurs, Reusser (2000) affirme que « la compréhension et la résolution de problèmes écrits de mathématiques sont reconnues pour être des processus complexes et hautement inférentiel, même pour les problèmes simples » (Traduction libre, p. 5).

Parmi les huit enseignants interrogés qui utilisent une méthode de type « ce que je sais, ce que je cherche », aucun n'exige que les informations implicites, même si elles sont essentielles à la résolution du problème, ne soient inscrites dans la section « ce que je sais ». Il faut savoir que cette section devrait contenir toutes les informations nécessaires pour résoudre le problème. Les discussions avec les enseignants nous ont amenés à voir une contradiction entre l'importance qu'ils accordent à l'implicite en résolution de problèmes mathématiques et l'importance accordée à l'implicite dans la méthode utilisée. Par exemple, certains enseignants n'exigent pas que leurs élèves retranscrivent les informations dans la section « ce que je sais », mais demandent plutôt que les informations soient soulignées directement dans l'énoncé de problème. Cette exigence limite à notre avis l'importance accordée au rôle de l'implicite, du moins lors de l'étape de la compréhension.

- Au terme de cette phase préliminaire, différents constats peuvent être dégagés :
- Nous pouvons confirmer la popularité de la méthode de type « ce que je sais, ce que je cherche » dans les classes du deuxième et troisième cycle du primaire au Québec ;
- Nous pouvons affirmer que la méthode de type « ce que je sais, ce que je cherche » est présentée séquentiellement par plusieurs enseignants du primaire au Québec[2] ;
- Nous pouvons soulever la question de l'utilisation (séquentielle) de la méthode de type « ce que je sais, ce que je cherche » <u>par les élèves</u> du primaire et celle de la place de l'implicite dans cette méthode en particulier.

HYPOTHÈSES DE RECHERCHE

Les discussions avec les enseignants interrogés lors de la phase préliminaire au sujet de la place de l'implicite dans la méthode « ce que je sais, ce que je cherche » soulèvent certaines limites. D'abord, le surlignage d'informations directement dans le texte est incompatible avec l'idée de rendre l'implicite explicite, tandis que la retranscription des données nécessaires à la résolution dans la section « ce que je sais » ne semble pas s'appliquer aux données implicites. De ce fait, nous avons pour hypothèse que les exigences des enseignants amènent les élèves à se concentrer davantage sur les informations explicites, réduisant l'attention portée à la production d'inférences.

Nous avons pour deuxième hypothèse que la majorité des élèves remplissent les quatre sections de la méthode « ce que je sais, ce que je cherche » comme s'il s'agissait de quatre tâches distinctes. Cette hypothèse s'appuie d'abord sur l'analyse des questionnaires issus de la phase préliminaire qui montre que le tiers des enseignants déclare présenter la méthode de façon séquentielle. Il est donc raisonnable de penser que si la méthode est présentée de façon séquentielle par les enseignants, elle risque d'être utilisée de façon séquentielle par les élèves, c'est-à-dire sans allers-retours entre les différentes sections. De plus, nous nous appuyons sur les propos d'enseignants ayant déclaré que certains élèves complètent d'abord la section « ce que je fais » et une fois le problème résolu, viennent compléter les deux premières sections (« ce que je sais » et « ce que je cherche »). On y voit là une indication que les sections sont traitées en tant que tâches distinctes, sans réel lien entre elles. Les nombreux travaux ayant remis en cause l'idée de pouvoir « découper » la résolution d'un problème en étapes distinctes dans une visée d'enseignement de la résolution de problèmes (Coppé, 2021 ; Julo, 1995 ; Richard, 1990) viennent appuyer l'intérêt d'aller vérifier une telle hypothèse.

OBJECTIF ET QUESTIONS DE RECHERCHE

L'objectif général poursuivi est d'étudier l'utilisation de la méthode « ce que je sais, ce que je cherche » par les élèves de quatrième année du primaire au regard de la cohérence interne de la démarche qu'ils mettent en place. Autrement dit, nous voulons analyser la façon dont les différentes sections de la méthode sont complétées par les élèves. Afin de répondre plus précisément à la question « Comment la méthode de type "ce que je sais, ce que je cherche" est utilisée par les élèves de quatrième année du primaire ? », nous tenterons de répondre aux deux sous-questions suivantes :

- Quels types d'information les élèves inscrivent-ils dans les sections « ce que je sais » et « ce que je cherche » ?
- Le contenu de la section « ce que je fais » est-il cohérent avec celui de la section « ce que je sais » ? »

[2] Environ 34% des enseignants ayant déclaré utiliser une méthode de type « ce que je sais, ce que je cherche » l'utilisent de façon séquentielle (37 enseignants sur 110 répondants).

ASPECTS MÉTHODOLOGIQUES

Afin de répondre à la question et aux sous-questions présentées, nous avons étudié des productions d'élèves pour lesquelles la méthode « ce que je sais, ce que je cherche » a été utilisée spontanément, c'est-à-dire sans que celle-ci ne leur soit imposée. Pour ce faire, nous avons mis en place un devis méthodologique basé sur l'étude de documents (Paillé, 2007).

Choix du corpus et collecte de documents

Afin d'analyser le contenu des différentes sections de la méthode complétées par des élèves de quatrième année, nous avons eu accès à 255 productions d'élèves ayant résolu différents problèmes écrits de mathématiques dans le cadre d'un autre projet de recherche[3]. Lors de ce projet, les élèves devaient résoudre des problèmes écrits en laissant les traces de leur démarche. Or, aucune méthode en particulier ne leur était suggérée. Les classes participantes ont été sélectionnées sans savoir comment les enseignants travaillent la résolution de problèmes mathématiques avec leurs élèves. Ces 255 élèves, entièrement anonymes, proviennent de 12 classes issues de six écoles de la région Chaudière-Appalaches. Le tableau ci-dessous permet d'illustrer la répartition des élèves des 12 classes formant l'échantillon de l'étude initiale, selon qu'ils aient choisi ou non d'utiliser la méthode « ce que je sais, ce que je cherche » pour résoudre les problèmes proposés.

Classe	AVEC la méthode	SANS la méthode	Nombre total d'élèves dans la classe
1	14	8	22
2	13	10	23
3	4	18	22
4	1	19	20
5	0	21	21
6	0	24	24
7	0	23	23
8	12	5	17
9	0	18	18
10	0	20	20
11	0	24	24
12	1	20	21
Total	**45**	**210**	**255**
	17,6%	**82,4%**	**100%**

Fig. 1 : Répartition des élèves selon qu'ils aient utilisé ou non la méthode « ce que je sais, ce que je cherche »

Les 255 productions d'élèves ont été consultées en sélectionnant celles dont les élèves ont utilisé la méthode « ce que je sais, ce que je cherche » pour résoudre au moins un problème parmi les trois analysés. Le tableau (Fig.1) montre que cette sélection a permis de cibler 45 copies d'élèves. Parmi ces 45 copies, 39 représentent des copies dont les élèves ont utilisé la méthode pour résoudre au moins deux des trois problèmes.

Les trois problèmes analysés ont tous une caractéristique commune, soit le besoin de produire une inférence obligatoire pour réussir à résoudre le problème correctement. Les inférences jugées obligatoires sont celles qui servent à comprendre les données de l'énoncé (données quantitatives ou qualitatives) étant directement liées à la résolution mathématique du problème. Sans la production de ces inférences, l'élève ne peut atteindre la solution. Une deuxième caractéristique importante (mais non essentielle) des problèmes analysés est la présence d'une donnée inutile. Par donnée inutile nous entendons une donnée,

[3] Le chercheur nous ayant donné accès aux productions d'élèves de cet autre projet faisait partie du comité de recherche du projet de thèse dont il est question dans le présent article. Il est aussi co-auteur du présent article.

numérique ou non, dont l'utilisation ne sert pas à la résolution du problème. Au contraire, son utilisation dans les calculs mènerait à une réponse erronée. On pourrait donc dire que l'utilisation d'une telle donnée est à éviter puisqu'elle amène l'élève à s'éloigner de la modélisation adéquate du problème : elle vient donc nuire à la réussite du problème. L'intérêt pour cette variable s'explique par le fait que nous voulons savoir si les élèves incluent dans la section « ce que je sais » uniquement les données nécessaires à la résolution du problème, ou s'ils complètent plutôt cette section de façon plus « mécanique ou superficielle » pour répondre aux exigences de leur enseignant. Les trois problèmes sont présentés en annexe 2.

Méthode d'analyse de données

Considérant la nature de nos questions de recherche, des analyses descriptives ont été réalisées. Plus précisément, afin de répondre aux sous-questions visant à décrire le contenu des différentes sections de la méthode, les cotes « 0 » et « 1 » ont été utilisées pour indiquer respectivement l'absence ou la présence d'un élément. Les données obtenues sont présentées au moyen de tableaux de fréquences exprimées en pourcentages. Le tableau ci-dessous présente les différentes variables pour lesquelles des analyses descriptives seront présentées.

VARIABLE	EXPLICATION/CODAGE
Données explicites complètes	1 : L'élève a inclus dans la section « ce que je sais » **toutes** les données explicites présentées dans l'énoncé de problème étant **nécessaires** à la résolution adéquate du problème.
	0 : L'élève n'a pas inclus toutes les données explicites.
Donnée inutile	1 : L'élève a inclus dans la section « ce que je sais » la donnée **inutile** présentée dans l'énoncé de problème.
	0 : L'élève n'a pas inclus la donnée inutile.
Utilisation de la donnée inutile	1 : L'élève a utilisé (dans la section « ce que je fais ») la donnée **inutile**.
	0 : L'élève n'a pas utilisé la donnée inutile.
Donnée implicite	1 : L'élève a inclus dans la section « ce que je sais », une **information qui n'est pas présentée explicitement** dans l'énoncé de problème (une information implicite), mais qui est nécessaire à la résolution adéquate du problème.
	0 : L'élève n'a pas inclus une information implicite.
Question reformulée incorrectement	1 : L'élève a écrit dans la section « ce que je cherche » une question qui n'est pas celle du problème (il a donc une **compréhension erronée** de la question).
	0 : L'élève a écrit la bonne question du problème (il a donc une bonne compréhension de la question).
Retranscription de la question	1 : L'élève a retranscrit **textuellement** la question (telle que présentée dans l'énoncé) dans la section « ce que je cherche ».
	0 : L'élève n'a pas retranscrit textuellement la question.
Question reformulée correctement	1 : L'élève a écrit dans la section « ce que je cherche » la question présentée dans l'énoncé de problème, mais **formulée dans ses propres mots.**
	0 : L'élève n'a pas reformulé la question dans ses propres mots.
Question pointée	1 : L'élève a **tracé une flèche** partant de la question écrite dans l'énoncé de problème à la section « ce que je cherche » (sans la retranscrire).
	0 : L'élève n'a pas tracé de flèche sans retranscrire la question.
Résolution possible sans le texte	1 : Les informations inscrites dans les sections « ce que je cherche » et « ce que je sais » sont suffisantes pour permettre à l'élève de résoudre correctement le problème **sans avoir à « retourner dans le texte »**.
	0 : Les informations inscrites ne sont pas suffisantes pour résoudre le problème sans retourner au texte.
Résolution réussie	1 : Les calculs effectués permettent **d'atteindre la solution attendue.** L'élève a résolu correctement le problème **ou** aurait résolu correctement le problème s'il n'avait pas fait d'erreur(s) de calcul.
	0 : Les calculs effectués ne permettent pas d'atteindre la solution attendue.

Fig. 2 : Description des variables étudiées

RÉSULTATS ET DISCUSSION

Résultats et interprétation relatifs à la sous-question 1

Pour répondre à la première sous-question, à savoir « Quels types d'information les élèves inscrivent-ils dans les sections « *ce que je sais* » et « *ce que je cherche* ? » nous avons analysé le contenu de ces deux sections (séparément) pour les 45 copies d'élèves. Le tableau ci-dessous rapporte d'abord les résultats en lien avec l'analyse des trois variables associées à la section « ce que je sais ».

Variables étudiées	Problème 1 *(La vente de petits pains)*	Problème 2 *(L'envolée en montgolfière)*	Problème 3 *(La course à pieds)*	Moyenne *(% moyen des trois problèmes)*
Variable 1 : Données explicites complètes	35,7%	58,3%	50%	48%
Variable 2 : Donnée implicite	0%	44,4%	21,1%	21,8%
Variable 3 : Donnée inutile	64,3%	Aucune donnée inutile	52,6%	58,5%

Fig. 3 : Pourcentages relatifs aux trois variables étudiées en lien avec la section « ce que je sais » selon les trois problèmes analysés.

Concernant la première variable étudiée, les résultats montrent qu'en moyenne, seulement 48% des élèves (N=45) inscrivent dans la section « ce que je sais » l'ensemble des données explicites étant nécessaires à la résolution adéquate du problème. L'autre moitié inclut généralement une partie des données explicites, négligeant certaines données importantes, ou encore inclut uniquement les nombres se trouvant dans l'énoncé de problème. Pour ce qui est de la variable « donnée implicite », les résultats en lien avec le problème 1 sont très clairs : aucun élève n'a inclus la donnée implicite obligatoire pour réussir le problème dans la section « ce que je sais ». À notre avis, le fait qu'il s'agissait d'une donnée implicite qualitative, étant plus difficile à cerner qu'une donnée implicite quantitative (numérique), explique possiblement que l'information n'ait été notée par aucun élève. Par contre, même lorsque la donnée implicite est une donnée numérique, comme c'était le cas dans les problèmes 2 et 3, le pourcentage d'élèves incluant cette donnée dans la section « ce que je sais » reste plutôt faible (44,4% et 21,1%). Globalement, on observe que les données implicites sont rarement incluses dans la section « ce que je sais », même si elles sont obligatoires à la réussite du problème. Finalement, les résultats indiquent que pour les problèmes 1 et 3 respectivement, 64,4% et 52,6% des élèves ont inclus la donnée inutile dans la section « ce que je sais » (le problème 2 ne contenait pas de donnée inutile). Dans le problème 1, la donnée inutile se lisait comme suit : « **la moitié** des pains vendus est au blé ». Nous pensons que cette donnée a été sélectionnée par les élèves étant donné que le mot « moitié » connote « mathématique », laissant croire aux élèves qu'il doit s'agir d'une information importante. Dans le problème 3, la donnée inutile était « Elle nage aussi **1 km** tous les jeudis ». Le fait qu'il s'agisse d'une donnée numérique (1 km) peut expliquer pourquoi autant d'élèves l'ont sélectionnée. Une moyenne de 58,5% pour les deux problèmes nous laisse croire que les élèves sont attirés par les données numériques et par le vocabulaire propre au langage mathématique. Un tel comportement peut être dû à l'enseignement de stratégies de repérage, par exemple identifier les mots-clés ou repérer les indices, reconnues pour être des stratégies fréquemment enseignées au primaire (Bruun, 2013 ; Fagnant & Burton, 2009 ; Seifi & al., 2012). Sachant que ce type de stratégie est défini par plusieurs chercheurs en tant que stratégie superficielle (Rosales & al., 2012 ; Van de Walle, 2010 ; Verschaffel & al., 2000), nous interprétons ce résultat comme une indication possible d'une utilisation superficielle de la méthode « ce que je sais, ce que je cherche » par les élèves.

Ensuite, pour connaître la nature de la question incluse dans la section « ce que je cherche », nous avons analysé le contenu des productions d'élèves en fonction des quatre variables présentées dans le tableau ci-dessous (voir figure 2 pour un rappel de la description des variables étudiées) :

Variables étudiées	Problème 1 *(La vente de petits pains)*	Problème 2 *(L'envolée en montgolfière)*	Problème 3 *(La course à pieds)*	Moyenne *(% moyen des trois problèmes)*
Question retranscrite	79,1%	83,8%	84,2%	82,4%
Question reformulée correctement	14%	13,5%	15,8%	14,4%
Question pointée ou soulignée	0%	2,7%	0%	0,9%
Question reformulée incorrectement	7%	0%	0%	2,3%

Fig. 4 : Pourcentages relatifs aux quatre variables étudiées en lien avec la section « ce que je cherche » selon les trois problèmes analysés

Les résultats montrent clairement que la majorité des élèves retranscrivent la question mot pour mot, avec un pourcentage moyen de 82,4%. Conséquemment, peu d'élèves reformulent la question dans leurs propres mots (14,4% en moyenne), comme le suggèrent les collections de manuels et de cahiers d'exercices mathématiques ayant adopté cette méthode (par exemple, les éditions ERPI). Ces données suggèrent à nouveau que les élèves semblent utiliser cette méthode de façon superficielle : sans qu'aucune réflexion ne soit nécessaire, les élèves peuvent repérer la phrase se terminant par un point d'interrogation, puis la recopier dans la section « ce que je cherche ».

Résultats et interprétation relatifs à la sous-question 2

Afin de répondre à la deuxième sous-question, soit « Le contenu de la section *ce que je fais* est-il cohérent avec celui de la section *ce que je sais* ? » nous avons réalisé des analyses descriptives bivariées, nous permettant de décrire les relations entre deux variables simultanément (Fortin & Gagnon, 2022).

Nous avons d'abord cherché à savoir si la donnée inutile notée dans la section « ce que je sais » est ensuite utilisée dans la section « ce que je fais ». Les analyses variées présentant la répartition des 45 productions d'élèves en fonction de la sélection de la donnée inutile (dans la section « ce que je sais ») et de son utilisation (dans la section « ce que je fais ») pour résoudre les problèmes 1 et 3 montrent que pour les deux problèmes, seulement 16% des élèves ayant inscrit la donnée inutile dans la section « ce que je sais » ont ensuite utilisé cette donnée pour tenter de trouver la solution au problème. Deux hypothèses peuvent à notre avis être avancées pour expliquer ce résultat. Une hypothèse fondée sur la modélisation du processus de résolution de problèmes, défini en tant que processus cyclique et itératif (Fagnant & al., 2003; Greer, 1997 ; Julo, 1995 ; Pólya, 1945 ; Verschaffel & al., 2000), pourrait expliquer que lorsque l'élève atteint l'étape du « ce que je fais », sa compréhension ait évolué, l'amenant à réaliser que la donnée identifiée précédemment comme étant nécessaire est en fait inutile. Cette hypothèse est tout aussi valable pour les données jugées nécessaires à la résolution. Balmes et Coppé (1999) mentionnent à ce sujet que la reconnaissance des données utiles n'est possible que lorsqu'il y a un engagement dans la résolution du problème. Une deuxième hypothèse serait d'affirmer que les élèves traitent les différentes sections de la méthode de façon isolée. Autrement dit, les quatre sections de cette méthode renverraient à quatre tâches distinctes pour l'élève. Comme il nous est impossible de vérifier la première hypothèse à l'aide des données dont nous disposons, nous nous concentrerons sur la seconde en explorant les relations entre la réussite du problème et le contenu de la section « ce que je sais ». Pour ce faire, nous avons à nouveau effectué des analyses bivariées, cette fois-ci entre la variable « résolution du problème » et les variables « données explicites » et « donnée implicite ».

Deux conclusions peuvent être dégagées de ces analyses supplémentaires, appuyant à nouveau notre hypothèse d'une utilisation cloisonnée des quatre sections de la méthode.

(1) Les élèves ne se réfèrent pas (uniquement) à ce qu'ils ont écrit dans la section « ce que je sais » lorsque vient le temps de résoudre le problème. Si c'était le cas, tous ceux ayant omis d'inscrire certaines données explicites dans la section « ce que je sais » auraient échoué la résolution du problème.

(2) Même si la donnée implicite n'est pas rendue explicite sur papier, l'inférence nécessaire à la résolution peut être générée. Tous les élèves ayant réussi le problème sans avoir noté la donnée implicite témoignent de cette possibilité. Il est possible que les élèves génèrent des inférences implicites, qui renvoient aux inférences produites sans effort et automatiquement, sans que le lecteur ne s'en rende compte (Johnson-Laird,1983). Quel que soit le moment où l'inférence a été générée, les élèves ne se sont pas référés aux informations notées dans la section « ce que je sais » pour réaliser la section « ce que je fais ».

En terminant, il faut souligner que le nombre restreint de problèmes analysés et la taille de l'échantillon (comportant des données manquantes) représentent une limite méthodologique liée à la généralisation des résultats. Par ailleurs, l'expérience scolaire des élèves fait en sorte que nous ne pouvons pas prétendre que les mêmes résultats auraient été obtenus si nous avions travaillé avec des élèves plus jeunes ou plus âgés.

Conclusion

En réponse à la question « Comment la méthode "ce que je sais, ce que je cherche" est-elle utilisée par les élèves de quatrième année du primaire? », les résultats obtenus supportent nos deux hypothèses. En effet, la section « ce que je cherche » est principalement complétée en retranscrivant mot pour mot la question repérée dans l'énoncé de problème, tandis que la section « ce que je sais » est majoritairement complétée de manière incorrecte et par des actions de copier-coller, ce qui confirme l'hypothèse selon laquelle l'utilisation de cette méthode par les élèves repose principalement sur le repérage de données explicites (hypothèse 1), n'accordant pas (suffisamment) de place à l'implicite comme le recommande la recherche. Par ailleurs, l'analyse des productions d'élèves révèle que même si la section « ce que je sais » est rarement bien complétée par les élèves, cela ne les empêche pas de réussir à résoudre le problème. Un tel résultat nous amène à penser que les élèves ne se soucient pas réellement de compléter cette section correctement, et ce parce qu'ils abordent les différentes sections de la méthode séparément, sans faire de liens entre elles, ce qui vient supporter notre deuxième hypothèse de recherche.

Ces résultats nous amènent à poser un nouveau constat selon lequel les élèves qui résolvent des problèmes à l'aide de cette méthode s'engagent dans deux tâches distinctes : (1) remplir les sections selon les exigences de l'enseignant et (2) trouver la solution mathématique au problème. À ce sujet, des enseignants rencontrés en entrevue ont déclaré être conscients que certains de leurs élèves débutent la résolution du problème en réalisant la section « ce que je fais », puis terminent en complétant les sections « ce que je sais » et « ce que je cherche ». Autrement dit, ces élèves trouvent d'abord la solution mathématique au problème, et ils notent ensuite la question et les informations nécessaires à la résolution, qui renvoient aux exigences de l'enseignant. Pour ces élèves qui débutent par la tâche de résolution (« ce que je fais »), il est permis de conclure que les autres sections de la méthode représentent une tâche supplémentaire complétée superficiellement, au sens où cette deuxième tâche leur est complètement inutile (car le problème est déjà résolu). D'ailleurs, lors d'entrevues réalisées auprès de 104 élèves de quatrième année du primaire dans une autre phase de la recherche, 25% d'entre eux ont déclaré ne pas utiliser cette méthode lorsqu'elle ne leur est pas imposée parce qu'ils la jugent inutile (Goulet, 2018). Il est aussi raisonnable de penser que ces élèves font partie de ceux qui ne complètent pas la section « ce que sais » correctement : le problème étant déjà résolu, ils doivent très peu se soucier du contenu de celle-ci. Ainsi, les élèves s'engagent dans deux tâches distinctes, certains débutant par la résolution du problème (section « ce que je fais »), d'autres par les sections « ce que je sais » et « ce que je cherche ». Dans les deux cas, cette double tâche ne conduit pas à de meilleurs résultats par rapport à la compréhension du problème (Goulet & al., 2020). Au contraire, cette double tâche est perçue négativement par la grande majorité des élèves (Goulet, 2018). Il semble donc qu'une méthode de type « ce que je sais, ce que je cherche » dans les classes du primaire soit discutable : son utilisation mériterait une attention particulière pour éviter de rendre l'activité de résolution de problème superficielle et par le fait même pour éviter de perdre de vue ce que veut réellement dire résoudre des problèmes en mathématiques.

BIBLIOGRAPHIE

Balmes, R.M. & Coppé, S. (1999). Les activités d'aide à la résolution de problèmes en cycle 3. *Grand N*, *63*, 39-58.

Bruun, F. (2013). Elementary teachers' perspectives of mathematics problem solving strategies. *The Mathematics Educator*, *23*(1), 45-59.

Campion, N. & Rossi, J.-P. (1999). Inférences et compréhension de texte. *L'année psychologique*, *99*(3), 493-527.

Coppé, S. (2021). Faut-il savoir ce qu'est un problème pour le résoudre ? *Revue de Mathématiques pour l'école*, *235*, 60-72.

Coppé, S. & Houdement, C. (2002). Réflexions sur les activités concernant la résolution de problèmes à l'école primaire. *Grand N*, *69*, 53-62.

Demonty, I. & Fagnant, A. (2014). Tâches complexes en mathématiques : difficultés des élèves et exploitations collectives en classe. *Éducation et francophonie*, *42*(2), 173–189.

Demonty, I, Fagnant, A. & Lejong, M. (2004). *Résoudre des problèmes : pas de problème ! (8-10 ans).* Guide méthodologique et documents reproductibles. De Boeck.

Fagnant, A. & Burton, R. (2009). Développement de compétences et résolution de problèmes en mathématiques à l'école primaire : pratiques déclarées des enseignants et pratiques projetées des futurs enseignants. *Scientia Paedagogica Experimentalis*, *46*(2), 293-318.

Fagnant, A. & Vlassis, J. (2010). Le rôle de la résolution de problèmes dans les apprentissages mathématiques : questions et réflexions. *Éducation Canada*, *50*(1), 50-52.

Fagnant, A., Demonty, I. & Lejong, M. (2003). La résolution de problèmes : un processus complexe de modélisation mathématique. *Bulletin d'informations pédagogiques*, *54*(1), 29-39.

Favier, S. (2022). *Étude des processus de résolution de problèmes par essais et ajustements en classe de mathématiques à Genève.* Thèse de doctorat, Université de Genève, Suisse.

Fortin, M. F. & Gagnon, J. (2022). *Fondements et étapes du processus de recherche*. Méthodes quantitatives et qualitatives (4e édition). Montréal, Québec : Chenelière Éducation.

Giasson, J. (2003). *La lecture: de la théorie à la pratique* (2e éd.). Gaétan Morin.

Goulet, M-P. (2018). *Méthodes de résolution de problèmes écrits de mathématiques présentées au primaire : pratiques associées et effets de ces méthodes sur l'activité mathématique des élèves.* Thèse de doctorat, Université du Québec à Rimouski, Canada.

Goulet, M-P. & Voyer, D. (soumis). *Enseigner la résolution de problèmes écrits de mathématiques au primaire : pratiques déclarées des enseignants du deuxième et troisième cycle*.

Goulet-Lyle, M.-P., Voyer, D. & Verschaffel, L. (2020). How does imposing a step-by-step solution method impact students' approach to mathematical word problem solving? *ZDM, 52*(1), 139-149.

Greer, B. (1997). Modelling reality in mathematics classrooms: the case of word problems. *Learning and Instruction*, *7*(4), 293-307.

Johnson-Laird, P. N. (1983). *Mental models: towards a cognitive science of language, inference, and consciousness (no. 6).* Harvard University Press.

Julo, J. (1995). *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques : Un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement.* Presses universitaires de Rennes.

Julo, J. (2002). Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ? *Grand N*, *69*, 31-52.

Kintsch, W. (1998). *Comprehension: a paradigm for cognition*. Cambridge University Press.

Lajoie, C. & Bednarz, N. (2014). La résolution de problèmes en mathématiques au Québec : évolution des rôles assignés par les programmes et des conseils donnés aux enseignants. *Éducation et francophonie*, *42*(2), 7-23.

Legendre, R. (2005). *Dictionnaire actuel de l'éducation* (3e éd.). Montréal, Québec : Guérin.

Lester, F. (1994). Musings about mathematical problem-solving research: the first 25 years in JRME. *Journal of Research in Mathematics Education*, *25*(6), 660- 675.

Ministère de l'Éducation de l'Ontario (2006). *Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6e année : Fascicule 2*.

Ministère de l'Éducation du Québec (1988). *Guide pédagogique, primaire, mathématique, fascicule K, résolution de problèmes, orientation générale.* Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (2006). *Programme de formation de l'école québécoise, version approuvée.* Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur (2019). *Référentiel d'intervention en mathématique.* Gouvernement du Québec.

National Council of Teachers of Mathematics (1980). *An agenda for action: recommendations for school mathematics of the 1980s.* NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics.* NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics (2008). *Principles and standards of school mathematics.* NCTM.

Österholm, M. (2006). A reading comprehension perspective on problem solving. Dans C. Bergsten & B. Grevholm (dir.), *Developing and researching quality in mathematics teaching and learning* (p. 136-145). MADIF 5 (the 5th Swedish Mathematics Education Research Seminar).

Paillé, P. (2007). La méthodologie de recherche dans un contexte de recherche professionnalisante : douze devis méthodologiques exemplaires. *Recherches qualitatives*, *27*(2), 133-151.

Pólya, G. (1945). *How to Solve it*. Princeton University Press.

Reusser, K. (1990). From text to situation to equation: cognitive simulation of understanding and solving mathematical word problems. Dans H. Mandl, E. De Corte, S. N. Bennett et H. F. Friedrich (dir.), *Learning & instruction: European research in an international context* (vol. 2, p. 477-498). Pergamon Press.

Reusser, K. (2000). Success and failure in school mathematics: effects of instruction and school environment. *European Child & Adolescent Psychiatry*, *9*(1), II/17-II/26.

Richard, J.-F. (1990). *Les activités mentales.* Armand Colin.

Rosales, J., Vicente, S., Chamoso, J. M., Munez, D. & Orrantia, J. (2012). Teacher student interaction in joint word problem solving. The role of situational and mathematical knowledge in mainstream classrooms. *Teaching and Teacher Education*, *28*(1), 1185-1195.

Seifi, M., Haghverdi, M. & Azizmohamadi, F. (2012). Recognition of students' difficulties in solving mathematical word problems from the viewpoint of teachers. *Journal of Basic and Applied Scientific Research*, *2*(3), 2923-2928.

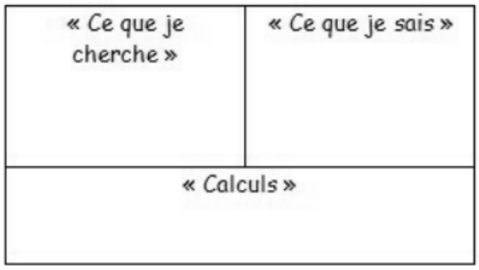
Van de Walle, J. A. (2010). *Elementary and middle school mathematics* (7e éd.). Allyn and Bacon.

Van Dijk, T. A. & Kintsch, W. (1983). *Strategies of discourse comprehension*. Academie Press.

Verschaffel, L. & De Corte, E. (2008). La modélisation et la résolution des problèmes d'application : de l'analyse à l'utilisation efficace. Dans M. Crahay, L. Verschaffel, E. De Corte et J. Grégoire (dir.), *Enseignement et apprentissage des mathématiques. Que disent les recherches psychopédagogqiues* (vol. 2, p. 153-176). De Boeck Supérieur.

Verschaffel, L., Greer, B. & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Swets & Zeitlinger.

ANNEXE 1 : Les exemples de méthodes de type « ce que je sais, ce que je cherche »



ANNEXE 2 : Détails des problèmes analysés

Problème 1

À 10 heures du matin, la boulangère remplit à nouveau son kiosque en y déposant 80 petits pains. À 16 heures, elle calcule qu'elle a vendu 65 petits pains. La moitié des pains vendus sont des pains au blé. Au moment de la fermeture, elle remarque qu'il reste 20 petits pains dans son comptoir. Combien de petits pains se trouvaient dans son comptoir avant qu'elle en ajoute à 10h ?

- Type de donnée obligatoire à inférer : qualitative.
- Donnée inutile : Oui (la moitié des petits pains vendus sont des pains au blé).
- Contenu attendu pour chaque « section » de la méthode :
  - **Ce que je cherche** : Le nombre de petits pains dans le comptoir avant que la boulangère en ajoute OU avant 10 heures.
  - **Ce que je sais** :

    (a) Données explicites nécessaires à la réussite du problème :

    • +/dépose 80 pains

    • -/vend 65 pains

    • restent 20 pains

    (b) Inférence obligatoire : les 20 pains restants au moment de la fermeture **incluent** certains des pains qui se trouvaient dans le kiosque avant 10 heures.
  - **Ce que je fais** : ? + 80 – 65 = 20
  - **Ma réponse** : Il y avait 5 petits pains dans le comptoir avant 10 heures.

Problème 2

Sandrine et ses sœurs jumelles se rendent au magasin pour acheter un cadeau à leur mère pour souligner la fête des Mères. Elles veulent lui offrir une envolée en montgolfière. Si le prix de l'envolée est de 45$ par personne, et qu'elles souhaitent accompagner leur mère, combien devront-elles payer pour vivre cette expérience ?

- Type de donnée obligatoire à inférer : quantitative.
- Donnée inutile : non.
- Contenu attendu pour chaque « section » de la méthode :
    - **Ce que je cherche** : Le prix total pour l'envolée en montgolfière/pour le cadeau/pour l'expérience.
    - **Ce que je sais** :

      (a) Données explicites nécessaires à la réussite du problème :

        - Coût de 45$ par personne

      (b) Inférence obligatoire : Sandrine et ses sœurs jumelles correspondent à un total de trois personnes. Puisqu'elles souhaitent accompagner leur mère, les trois sœurs devront acheter **quatre** billets au total.
    - **Ce que je fais** : 4 x 45$= 180$
    - **Ma réponse** : Elles devront payer 180$ pour vivre l'expérience de l'envolée en montgolfière.

Problème 3

Sophie est une grande athlète. Bientôt, elle participera à une importante compétition. Évidemment, elle souhaite remporter la médaille d'or. Afin de bien se préparer, elle s'entraîne sur une piste cyclable qui est située tout près de chez elle. Sophie fait 4 tours de piste par jour, tous les jours sauf le samedi. Elle nage aussi 1 km tous les jeudis. Elle espère que s'entraîner sur cette piste de 2 km la fera gagner. Combien de kilomètres Sophie court-elle par semaine?

- Type de donnée obligatoire à inférer : quantitative.
- Donnée inutile : oui (Elle nage aussi 1 km tous les jeudis).
- Contenu attendu pour chaque « section » de la méthode :
    - **Ce que je cherche** : Le nombre de kilomètres couru par Sophie par semaine.
    - **Ce que je sais** :

      (a) Données explicites nécessaires à la réussite du problème :

        - 4 tours de piste par jour;
        - Piste d'une distance de 2 km.

      (b) Inférence obligatoire : Puisque Sophie court tous les jours sauf le samedi, elle court donc **six** jours par semaine.
    - **Ce que je fais** : (4 x 2) x 6 = 48
    - **Ma réponse** : Sophie court 48 km par semaine.

CONSTRUCTION D'UNE DÉFINITION EN GEOMETRIE : CONCEPT-IMAGE DES ETUDIANTS SUR LA FIGURE ET SES DESSINS

Patrick Tchonang Youkap, Judith Njomgang Ngansop, Nchia Ntam Lawrence

École Normale Supérieure de Yaoundé

Cet article a pour objectif d'explorer les connaissances des étudiants sur la figure et ses dessins en situation de construction d'une définition en géométrie. Il en résulte que les difficultés des étudiants pour construire une définition acceptable proviendraient d'un concept-image incohérent sur les figures manipulées, leurs images mentales semblant prendre le dessus sur les propriétés conceptuelles des figures.

Mots clés : figure, dessin, concept-image, construction de la définition.

INTRODUCTION

La figure géométrique est perçue comme un objet géométrique sur lequel repose le raisonnement, c'est un objet abstrait, un objet idéel tandis que le dessin est la trace laissée sur un support de représentation que symbolise l'écran (Laborde, 1994; Parzysz, 1988). Les programmes de mathématiques du secondaire (âges des élèves de 11 à 17 ans) au Cameroun recommandent d'impliquer les élèves dans la construction de leurs connaissances sur les figures étudiées en géométrie. Toutefois, les définitions des figures géométriques sont proposées de façon axiomatique, d'autres figures ne sont pas définies, seuls leurs dessins sont présentés aux élèves (Tchonang, Njomgang, Tieudjo, & Pedemonte, 2020). On pourrait penser que les élèves mémorisent les définitions qui leur sont présentées et construisent leurs définitions en interprétant les dessins qu'ils rencontrent au cours de leur expérience avec la figure. On peut donc craindre que cette façon de procéder ait des répercussions sur la compréhension des figures par les élèves, ce qui pourrait résister après leurs études secondaires.

Des recherches antérieures se sont intéressées à la définition en mathématiques (De Villiers, 1998 ; Fischbein & Nachlieli, 1998 ; Tchonang, 2021). De Villiers (1998) et Vinner (1991). Elles rapportent que, lorsque la définition est donnée de façon axiomatique aux élèves, celle-ci peut être oubliée ou encore que les élèves peuvent construire des définitions personnelles qui sont en contradiction avec la définition formelle. De Villiers (1998) pense que les élèves devraient être impliqués activement dans le processus de construction des définitions des objets géométriques. Vodušek et Lipovec (2014) observent que les réflexions des enseignants du primaire se limitent à l'image visuelle du carré en situation de résolution de problème. La forme du carré contenues dans leurs images mentales domine sur les éléments conceptuels de cet objet. Noirfaliste (1991) observe que certaines figures sont mentalement plus prégnantes que d'autres. Elles agissent quelques fois comme des obstacles dans la résolution des problèmes, il les appelle figures « prototypes ». Parzysz (1988) et Duval (1988) observent que le dessin joue un rôle de premier plan dans la construction des connaissances en géométrie au début du collège (élèves de 12-15 ans) et peut induire des fausses conceptions chez les élèves. Ces travaux précédents montrent que les connaissances des élèves du secondaire sur la figure et ses dessins ne sont pas toujours conformes à la théorie sur ces objets. Qu'en est-il des étudiants ? L'objectif de cette étude est de mettre en lumière les connaissances des étudiants sur la figure et ses dessins en situation de construction d'une définition de la congruence de deux triangles.

CADRE THÉORIQUE

D'après Fischbein et Nachlieli (1998) la figure géométrique a deux propriétés fondamentales : une propriété conceptuelle et une propriété sensorielle (constitué des images mentales qui lui sont associées). Le cadre théorique de cette étude est constitué du modèle concept-image concept-définition (Vinner, 1983 ; Vinner & Hershkowitz, 1980) et des paradigmes en géométrie (Houdement & Kuzniak, 2006).

Le concept-image concept-définition est un cadre théorique qui peut guider le professeur et le chercheur dans la compréhension du processus mental de l'élève associé à un concept (Vinner, 1983). Le concept-image est constitué des images mentales, des propriétés et des processus associés à un concept (figure) dans la mémoire d'un individu. Le concept-définition est la définition verbale du concept qui peut être mémorisée et répétée. Il permet à un individu d'appliquer son concept-image à une figure. L'apprenant qui interprète un dessin et décrit une figure géométrique mobilise les éléments de son concept-image sur ces objets. Le concept-image d'un individu sur une figure peut ne pas être cohérent et avoir des aspects qui sont très différents du système axiomatique formel. De notre point de vue, avoir un concept-image cohérent sur une figure c'est pouvoir établir des connexions cohérentes entre ses composantes conceptuelles et sensorielles.

Houdement et Kuzniak (2006) ont élaboré un outil théorique pour enrichir le regard porté sur l'enseignement de la géométrie. Ces auteurs identifient trois paradigmes géométriques et décrivent les modes de pensée (l'intuition, l'expérience et le raisonnement déductif) inhérents à ces paradigmes. Les deux paradigmes que nous décrivons ici sont les seuls présents au secondaire.

La géométrie I (GI) : elle est encore appelée géométrie naturelle du fait de sa proximité avec le monde sensible. Ce qui est vrai, dans cette géométrie, c'est ce qui est vu comme vrai, ce qui est contrôlé par les instruments. Les modes de pensée s'exercent sur les objets matériels (exemple des dessins) ou matérialisés grâce à la perception et à l'expérience mécanique.

La géométrie II (GII) : elle est encore appelée géométrie axiomatique naturelle, car la réalité, le sensible subsiste. Ce paradigme géométrique s'est établi pour organiser les connaissances géométriques issues de problèmes spatiaux. Cependant, la simple vérification visuelle et l'évidence intuitive ne sont plus acceptées. On observe dans cette géométrie un effort d'abstraction dans la mesure où l'objet passe progressivement du dessin à la figure.

Lorsque l'élève interprète le dessin, il exerce ses modes de pensée et il utilise la perception visuelle. En fonction des informations retenues sur ces dessins, on peut le situer dans l'un des deux paradigmes ci-dessus.

Les travaux antérieurs en didactique de la géométrie montrent que les connaissances des élèves sur la figure géométrique ainsi que leur interprétation des dessins peuvent induire des difficultés au secondaire. On peut se demander si ces difficultés disparaissent au fur et à mesure que ces élèves évoluent dans leur scolarité. Les concepts-images des étudiants sur les figures ainsi que le paradigme dans lequel ils se situent en situation de construction d'une définition en géométrie demeurent peu connus. La question de recherche de cette étude s'énonce comme suit : en situation d'exécution de tâches, quels concepts-images sur la figure et ses dessins sont mobilisés par les élèves étudiants dans le processus de construction d'une définition de deux triangles congruents ? Dans quel paradigme se situent-ils ?

MÉTHODOLOGIE

Pour mettre en lumière les éléments du concept-image des étudiants sur la figure et ses dessins ainsi que les paradigmes géométriques dans lesquels ils se situent en situation de construction d'une définition de deux triangles congruents, nous avons mené une étude qualitative de type exploratoire.

Population et collecte des données

La population de cette étude est constituée de 60 étudiants des Classes Scientifiques Spéciales (CSS) de l'École Normale Supérieure (ENS) de Yaoundé. Il s'agit d'une structure qui prépare les jeunes bacheliers durant une année aux concours des grandes écoles scientifiques. Les participants à cette étude étaient tous volontaires. La géométrie euclidienne constitue près de 50 % des contenus de mathématiques enseignés au collège au Cameroun (âge des élèves de 11 à 15 ans). Nos participants ont eu à étudier les propriétés des figures et ont appris à interpréter les dessins en géométrie au collège.

Les données de cette étude sont des productions écrites des étudiants en réponse à un questionnaire et les enregistrements récoltées lors d'une expérimentation. Le questionnaire était constitué de trois exercices, pour cet article nous analysons les réponses d'un exercice. Cet exercice correspond à une activité de construction d'une définition en géométrie (De Villiers, 1998). Ce questionnaire a été passé en décembre 2021 pendant les heures de cours durant une période d'une heure. Nous avons recueilli les productions écrites des étudiants dans un premier temps et ensuite nous avons constitué 4 binômes dont nous avons enregistré les discussions. Les étudiants qui constituent les binômes étaient tous volontaires. Le choix de les faire travailler en binômes est dû au fait que nous souhaitions favoriser les échanges lors de l'exécution des tâches. D'après Pedemonte (2002), les discussions des élèves sont beaucoup plus riches en informations que leurs productions écrites. Ces discussions ont été transcrites pour les analyses. Dans cette étude, nous analysons les réponses des étudiants aux questions suivantes.

Les dessins de chaque figure[1] ci-dessous représentent deux triangles congruents

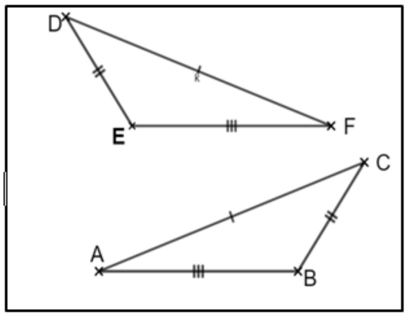


Figure 1

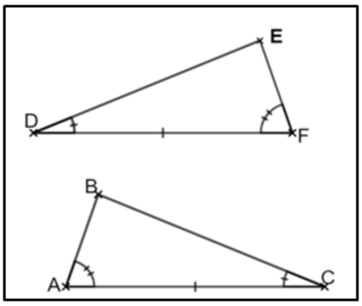


Figure 2

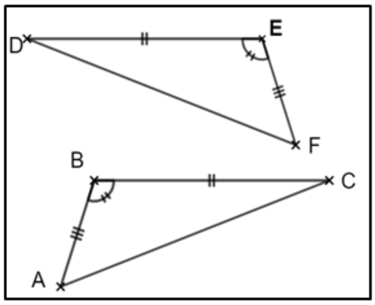


Figure 3

1. *Fais la liste des propriétés communes aux couples de triangles des figures ci-dessus.*
2. *Comment peux-tu expliquer le plus simplement possible ce que sont deux triangles congruents à quelqu'un qui ne le sait pas ?*

Analyse a priori des tâches

Les étudiants ont la responsabilité d'exécuter deux tâches. Elles conduisent à la construction d'une définition de la congruence de deux triangles. La première tâche consiste à lister les propriétés communes pour chaque couple de dessins. On peut s'attendre à ce que les étudiants se limitent aux interprétations des codes qui représentent les propriétés sur les dessins. Lorsque ces codes sont correctement interprétés, on peut supposer que ces étudiants expriment un concept-image cohérent sur les figures. Ces derniers savent identifier les informations pertinentes liées à la figure sur les dessins, on peut les situer en GII. En outre, leurs productions peuvent contenir des informations spatiales : les informations sur les formes des dessins (nous entendons par formes des dessins, leur orientation ainsi que leur taille) ; les longueurs des côtés et les mesures des angles. Des informations géométriquement signifiantes non représentées par des

[1] La figure ici est vue comme étant des couples de dessins (figure1 ; figure2 ; figure 3).

codes sont également attendues (les isométries des longueurs ou des angles). Deux modes de validation peuvent expliquer la présence de ces informations. D'une part, on peut s'attendre à ce que les étudiants procèdent par contrôle instrumenté ou par contrôle visuel sur les dessins ce qui permet de les situent en GI. D'autre part, on peut s'attendre également à ce que ceux-ci valident les propriétés d'isométries des longueurs non codées par déduction, dans lequel cas on peut les situer en GII.

La seconde tâche consiste à donner une description de deux triangles congruents. On s'attend à ce que ces participants énoncent leur concept-définition sur la congruence de deux triangles. Les définitions attendues sont celles qui établissent l'égalité entre les longueurs des côtés homologues et les mesures des angles homologues des deux triangles. Par ailleurs, on peut s'attendre à ce que les étudiants proposent une définition ambiguë (qui donne lieu à plusieurs interprétations) ou encore, une définition liée aux représentations (qui contient des informations spatiales : orientation, place dans la feuille, taille mesure de longueur…). On dira que ces étudiants ont un concept-image incohérent de la congruence de deux triangles.

RÉSULTATS

Pour chacune des questions du questionnaire, nous commençons par analyser les productions écrites des 60 participants. Ensuite, nous analysons les extraits des transcriptions des discussions de deux binômes d'étudiants.

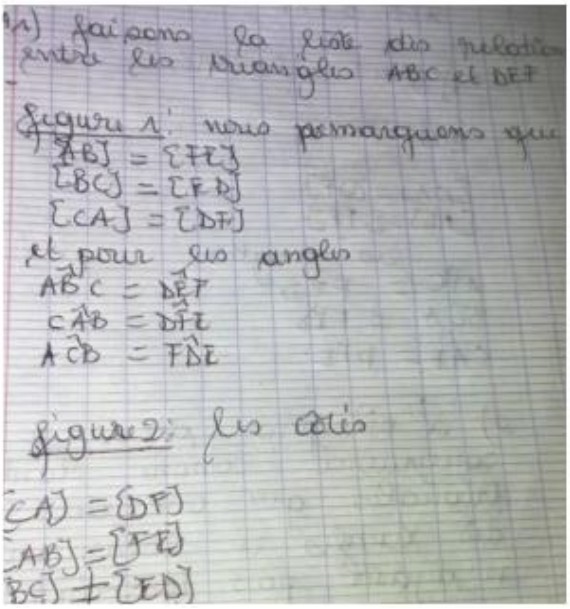
Interprétation des propriétés sur le dessin

Les productions des étudiants ont été classées en catégories et regroupées dans le tableau qui suit. Ces étudiants ont effectué un travail d'interprétations des dessins et ont retenu des informations qui leur semblent pertinentes pour cette tâche.

Informations retenues par les étudiants	Pourcentage des étudiants
Isométrie des longueurs et des angles codée sur les dessins	23%
Forme des dessins : orientations et taille des dessins	8%
Position des dessins sur la feuille	8%
Isométrie des longueurs et des angles non codées sur les dessins	51%
Autres	13%

Tableau 1 : Informations évoquées par les étudiants sur les dessins des figures

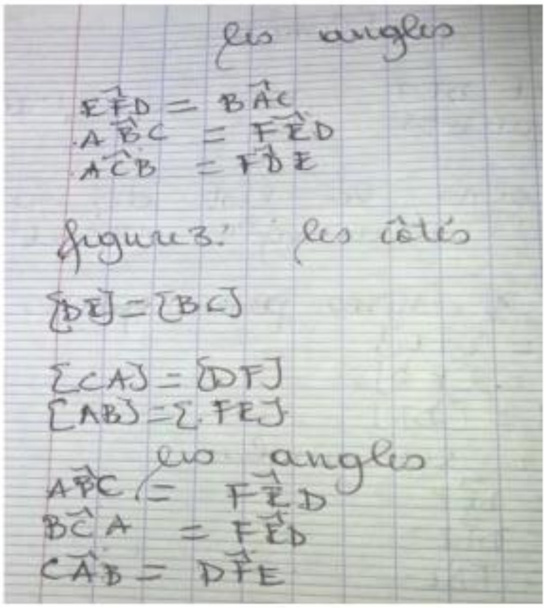
Le tableau précédent permet de constater que 51% des étudiants ont évoqué des propriétés géométriquement signifiantes non codées sur les dessins (isométrie des longueurs et des angles). Par exemple, certains ont évoqué l'égalité des trois côtés homologues des triangles dans chacune des figures. Ces résultats correspondent à ceux attendus à l'analyse a priori. On peut supposer que certains de ces étudiants se sont situés en GI en procédant par contrôles visuel ou instrumenté pour valider les informations tandis que d'autre se sont situés en GII en procédant par déduction pour valider les informations.



1) faisons la liste des relation entre les triangles ABC et DEF

figure 1 : nous remarquons que
[AB] = [FE]
[BC] = [FD]
[CA] = [DF]
et pour les angles
$A\widehat{B}C = D\widehat{E}F$
$C\widehat{A}B = D\widehat{F}E$
$A\widehat{C}B = F\widehat{D}E$

figure 2 : les côtés
[CA] = [DF]
[AB] = [FE]
[BC] ≠ [ED]



les angles
$E\widehat{F}D = B\widehat{A}C$
$A\widehat{B}C = F\widehat{E}D$
$A\widehat{C}B = F\widehat{D}E$

figure 3 : les côtés
[DE] = [BC]
[CA] = [DF]
[AB] = [FE]
les angles
$A\widehat{B}C = F\widehat{E}D$
$B\widehat{C}A = F\widehat{E}D$
$C\widehat{A}B = D\widehat{F}E$

On note que 23% des étudiants se sont limités à l'interprétation des codes représentés sur les dessins. Ces derniers ont traduit correctement les codes sur les dessins. Toutefois, les productions des étudiants ont mis en lumière un manque de rigueur sur l'utilisation des symboles qui représentent les objets géométriques. Comme l'illustre l'exemple ci-dessus, on observe des confusions entre longueur et segment, entre mesure et angle. Dans la pratique, le codage d'un segment d'extrémité A et B se note [AB] et sa longueur se note AB, le codage de l'angle de sommet A et de côté [AB] et [AC] se note $\widehat{ABC}$ et sa mesure Mes $\widehat{ABC}$. La confusion entre ces codages peut rendre ambiguë la lecture des propriétés. 8% des étudiants ont évoqué des informations sur la forme des dessins, 8% ont évoqué les positions des dessins sur la feuille par exemple « les triangles sont côte à côte ». Ces résultats sont en droite ligne avec nos attentes de l'analyse a priori. Les propriétés sensorielles des figures semblent dominer les propriétés conceptuelles dans le concept-image des étudiants lorsqu'il s'agit d'interpréter les dessins. On peut supposer qu'au sortir du secondaire ces étudiants n'ont pas toujours un concept-image cohérent sur les objets géométriques étudiés. 13 % des étudiants ont proposé des réponses ambiguës que nous n'avons pas pu analyser.

Cas 1 : Analyse des discussions des étudiants « DA » et « ED »

Les discussions des étudiants permettent de constater que ces derniers traduisent de façon abusive les propriétés visuelles des dessins. En effet, les informations évoquées ne sont pas associées aux propriétés géométriques de l'objet. L'extrait qui suit illustre les descriptions des étudiants.

ED : c'est quoi deux triangles congruents ? DA : deux triangles congruents sont deux triangles quelconque et en même temps isocèle où on retrouve deux côtés égaux. ED : lorsqu'on regarde, ça ne peut pas avoir deux côtés égaux parce que ça la forme deux triangles rectangles.	Pour ED, deux triangles congruents sont « quelconque et en même temps isocèle » ce qui est contradictoire. Pour ED, les triangles rectangles n'ont pas « deux côtés égaux », ce qui exclut les triangles rectangles isocèles de la classe des triangles rectangles. Ces affirmations expriment un concept-image incohérent sur les triangles. On observe que les étudiants procèdent par contrôle visuel pour comparer les longueurs des côtés.

Les étudiants utilisent un contrôle visuel pour comparer les longueurs des côtés et les mesures des angles sur les dessins. De plus, les côtés non codés sur les dessins des deux triangles ont également fait l'objet d'une comparaison. Les étudiants obtiennent donc certaines informations par vérification expérimentale. L'extrait des discussions des étudiants ci-dessous permet de l'illustrer.

ED : AB égal à FE, AC égal à DF et BC égal à EF. Dans la figure 1, l'angle A est égal à l'angle F ; DA [figure1] ici [angle en E] c'est 120 et 123 pour ceci [angle en B], regarde aussi. DA : mesure les angles des triangles dans la figure 2 ; on doit comparer tous les trois angles.	On observe que les étudiants évoquent une relation superflue dans la figure 1. Aucune information ne permet d'affirmer que les mesures des angles sont égales. On pourrait supposer qu'ils aient procédé par un contrôle visuel. Les mesures des angles qu'évoque l'un des étudiants ne sont pas données dans l'énoncé de la tâche.

Les productions écrites révèlent que pour chaque figure, les étudiants ont exprimé l'égalité entre les côtés homologues dans chaque couple de triangles. On observe également que ces derniers ont évoqué les relations d'égalité entre les angles homologues pour chaque couple de triangles représentés dans chacune des figures. On observe cependant des erreurs lorsque les étudiants expriment les relations entre les objets géométriques, en l'occurrence l'égalité entre les segments au lieu des longueurs des segments ou encore l'égalité entre les angles au lieu des mesures des angles. En se référant au système sémiotique enseigné au secondaire au Cameroun, on écrit l'égalité entre les distances et non entre les segments. Il en est de même pour les angles, on écrit l'égalité entre les mesures des angles et non entre les angles.

Les productions orales et écrites de ce binôme permettent de constater que les règles de traduction qui leur permettent de faire le lien entre la figure et ses dessins en géométrie ne sont pas cohérentes. On peut supposer que cela est dû à un concept-image incohérent sur les figures qu'ils manipulent. En particulier, il semble ne pas exister des liens cohérents entre les images mentales des étudiants sur la figure et ses propriétés. Le fait que les étudiants aient procédé par vérification expérimentale sur les dessins permet d'inférer que ces étudiants se situent en GI.

CAS 2 : ANALYSE DES DISCUSSIONS DES ÉTUDIANTS « AM » ET « KE ».

Dans leur discussion, les étudiants ont exprimé des difficultés dans la compréhension de la relation entre la figure et ses dessins. Parmi les propriétés retenues sur les dessins, ces étudiants ont évoqué les formes des dessins. En effet, les étudiants identifient la nature de certains triangles à partir de la forme des dessins. De plus, ceux-ci contrôlent visuellement la relation d'égalité entre les côtés d'un même triangle.

AM : le triangle DEF à deux côtés égaux ; KE : je t'écoute ; AM : l'autre triangle à un côté égal avec l'angle ; KE : c'est bizarre comment ? L'angle peut être égal avec le côté ? AM : c'est bizarre ; KE : on dit « faites la liste des relations entre les triangles ABC et EFD ci-dessous » ; AM : DEF a deux côtés égaux, figure 2 ; AM : hein oui c'est vrai, l'autre c'est un triangle isocèle ; KE : ABC est un triangle isocèle ; AM : Figure 2, le triangle EFD, l'angle est égal avec le côté parce qu'ils ont les mêmes codes ; Figure trois l'angle est égale avec un côté et l'autre est différent ;	AM évoque le fait que le triangle DEF a deux côtés égaux, ce qui fait de ce triangle un triangle isocèle. Cependant, aucun code sur les dessins ne permet de valider cette affirmation. On peut supposer que cela provient d'un contrôle visuel sur le dessin. Il évoque, chez l'étudiant, un exemple de triangle ayant deux côtés égaux contenus dans son image mentale. On constate qu'AM compare l'angle et le côté du triangle. C'est une erreur, car ces objets n'appartiennent pas à la même classe d'objets. Cela serait dû à une mauvaise interprétation des codes représentés sur le dessin. En effet, le même signe est utilisé pour coder le côté et l'angle du triangle.

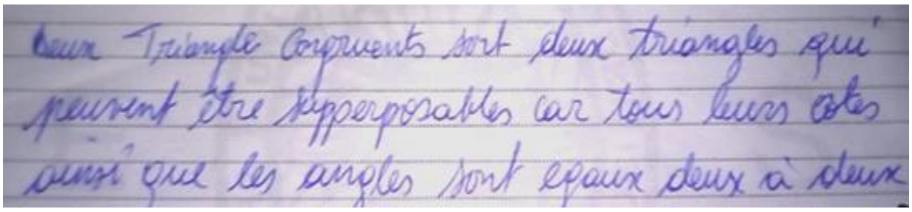
Parmi les propriétés proposées par les étudiants on retrouve des informations qui font référence à l'orientation spatiale des dessins. En effet, ces derniers décrivent la façon dont les dessins sont positionnés sur la feuille. L'extrait qui suit permet de l'illustrer.

AM : on va dire que les deux triangles ont les mêmes côtés et chacun... ; KE : on peut aussi dire qu'ils sont disposés de différente manière ; AM : et chacun d'eux a de différentes mesures ; KE : leurs côtés sont différents ; AM : les triangles là sont égaux non ?	On constate que la propriété évoquée par AM est ambiguë. Il pourrait s'agir des triangles confondus ou des triangles équilatéraux. La propriété évoquée par KE est une information spatiale qui n'est pas géométriquement signifiante. Les étudiants évoquent le fait que les côtés des triangles sont différents, on peut supposer qu'ils veulent parler des longueurs différentes.

On constate que les étudiants procèdent par contrôle visuel pour identifier les propriétés sur les différents dessins. Cela permet de les situer en GI. Les relations d'égalité entre les côtés d'un triangle sont contrôlées visuellement sur les dessins. Les dessins évoquent chez les étudiants des exemples de figures contenus dans leur image mentale qui leur sert de référence dans l'exécution des tâches. De plus, les informations spatiales font partie des éléments du concept-image des étudiants sur la figure manipulée. On peut également noter les difficultés d'interprétation des codes représentés sur les dessins. Ces phénomènes permettent de supposer que les règles de traduction qui permettent aux étudiants de connecter la figure à ses représentations dans leur concept-image n'ont pas atteint leur maturité.

Description de deux triangles congruents

Les étudiants ont proposé une caractérisation de deux triangles congruents. Ces derniers ont mobilisé les termes contenus dans leur concept-définition pour exprimer leur concept-image sur de deux triangles congruents. Les productions des élèves permettent de constater que 55 % des étudiants ont proposé des descriptions ambiguës de deux triangles congruents. Il s'agit de descriptions qui peuvent donner lieu à plusieurs interprétations.


Deux Triangle Congruents sont deux triangles qui peuvent être supperposables car tous leurs cotes ainsi que les angles sont egaux deux à deux

La description de ces étudiants n'est pas assez précise. En effet, la propriété « avoir les côtés égaux deux à deux » peut signifier qu'il s'agit uniquement de deux triangles équilatéraux. 38% des étudiants ont proposé des descriptions empiriques, car liées aux représentations de ces triangles (par exemple « *si l'un est le reflet de l'autre dans un miroir* »). Les productions de ces étudiants correspondent à ceux attendues à l'analyse a priori et permettent de les situer en GI. Pour ces derniers, les objets manipulés semblent être des objets du monde sensible. On note également que 5 % des étudiants ont évoqué le fait qu'il s'agit de deux triangles isométriques, ce qui est un synonyme de deux triangles congruents. Enfin, 5 % des étudiants ont évoqué des informations non pertinentes pour la tâche par exemple, l'hypoténuse des triangles. On peut noter que les dessins de la première question représentent des triangles quelconques et non des triangles rectangles. Une tentative d'explication à cela serait que ces étudiants n'ont pas un concept-image cohérent sur les figures manipulées. Le tableau qui suit indique le type de description produite par les étudiants.

Caractérisation de l'objet	Pourcentage des étudiants
Définition ambiguë	55 %
Définition empirique	38 %
Évocation des transformations	5 %
Autres propriétés	5 %

Tableau 2 : Différentes caractérisations données par des étudiants de deux triangles congruents

CAS 1

Les étudiants de ce binôme ont donné une description non conforme à celle qui peut être acceptée en géométrie au secondaire. Cette description est ambiguë. En effet, les propriétés évoquées par les étudiants peuvent donner lieu à plusieurs interprétations. Le tableau qui suit donne un extrait des discussions entre les deux étudiants.

ED : deux triangles congruents sont deux triangles ayant les mêmes côtés et les mêmes angles souvent codés de la même manière ;	Les propriétés contenues dans l'énoncé de cet étudiant peuvent donner lieu à plusieurs interprétations. On pourrait penser qu'il s'agit des triangles équilatéraux ou à deux triangles confondus.
ED : s'ils sont égaux, ça veut dire qu'ils sont complémentaires l'un de l'autre ; DA : explique-toi, complémentaire ? ED : je sais ce que je dis c'est-à-dire leurs angles sont complémentaires leurs côtés sont complémentaires ; ED : il s'agit de deux triangles ayant les mêmes côtés DA : quand tu dis ça, cela veut dire que tout ça est égal à tout ça ; c'est-à-dire tous les côtés se ressemblent ; cela veut dire que ce sont des triangles équilatéraux ;	On constate que les étudiants parlent de triangles complémentaires, ce qui n'a pas de sens en géométrie. Cependant, ils expliquent cette propriété en évoquant à nouveau les côtés complémentaires. Lorsque nous les avons interrogés à ce sujet, ils disent qu'il s'agit des triangles superposables et des côtés de même longueur. On constate également que les étudiants évoquent les côtés qui se ressemblent, cela laisse penser qu'il s'agit d'une constatation visuelle.

On constate à travers cet extrait que les étudiants rencontrent des difficultés à trouver des termes appropriés pour spécifier leur concept-image. Les descriptions qu'ils proposent sont ambiguës et liées aux représentations, elles ne concordent pas à celles qui peuvent être acceptées au secondaire. Elles traduisent un concept-image incohérent sur la congruence de deux triangles et permettent de situer ces étudiants en GI.

CAS 2

Les étudiants ont proposé un synonyme à deux triangles congruents, leur description intègre les propriétés spatiales des dessins ainsi que les formes des dessins. L'extrait qui suit en donne une illustration.

KE : on peut dire que deux triangles congruents, c'est deux triangles qui ont la même forme, mais de dispositions différentes. Non, c'est deux triangles qui ont différentes formes, mais de mêmes dispositions. AM : je pense plutôt que c'est deux triangles sont égaux, mais placés de différentes manières, parce que le sommet du triangle regarde par ici alors que le sommet du triangle là regarde par là. On va dire qu'il s'agit de deux triangles égaux, mais disposés de manière différente.	On constate que les étudiants parlent de triangles égaux, il s'agit d'un synonyme de triangles congruents. Les étudiants évoquent les propriétés telles que : « avoir la même forme » et « être disposé des différentes manières » qui n'ont pas de sens en géométrie axiomatique naturelle.

On constate que les descriptions des étudiants intègrent les propriétés qui proviennent des interprétations abusives des dessins. On observe également que les éléments de leur concept-image sur les figures manipulées ne sont pas cohérents. L'évocation des formes et des propriétés spatiales permet de situer les étudiants en géométrie naturelle.

Les productions des étudiants permettent d'inférer que leur concept-image de deux triangles congruents n'est pas suffisamment développé. Leurs définitions sont ambiguës et liées aux dessins. Les termes utilisés pour les décrire ne sont pas appropriés. Cela serait dû au fait que ces étudiants n'aient pas été associés aux processus de construction des définitions des figures géométriques au secondaire. De notre point de vue, développer les concepts-images des élèves sur les figures pourrait consister à donner une place importante aux activités de construction des définitions dans les pratiques enseignantes. Impliquer les élèves dans le processus de construction. Faire varier les dessins pour éviter l'émergence des phénomènes prototypes.

Conclusion et discussions

L'objectif de cet article était de mettre en lumière les concept-image des étudiants sur la figure et ses dessins en situation de construction d'une définition de la congruence de deux triangles. Pour ce faire, nous avons passé un questionnaire et conduit une expérimentation au cours de laquelle les discussions des élèves ont été enregistrées et transcrites.

Les productions des étudiants font émerger des difficultés dans l'interprétation des propriétés des dessins. On observe que les étudiants font des interprétations abusives des dessins. Dans l'illustration de la page 4, les étudiants évoquent l'égalité des trois côtés homologues de chaque couple de triangles alors les codes représentés sur les dessins ne permettent pas de l'affirmer. Des propriétés spatiales sont évoquées, comme on peut le voir dans les discussions de « KE » et « AM » à la première question : « on peut aussi dire qu'ils sont disposés de différentes manières ». Ces résultats permettent de situer ces étudiants en GI. On peut supposer que leur concept-image sur les figures n'est pas suffisamment développé. Ces résultats convergents avec ceux de Coppé, Dorier, & Moreau (2005), Laborde (1994) et Walter (2001) qui ont également observé que certaines difficultés des élèves en géométrie proviennent de l'utilisation des informations visuelles qui parfois n'ont pas de sens en géométrie. Les formes des dessins font également partie des informations du dessin évoquées par les étudiants. Ce fait pourrait indiquer que ces derniers ont mobilisé leur image mentale sur les triangles. Cette observation concorde avec celle de Noirfaliste (1991) qui a remarqué que les élèves se réfèrent à leur image mentale pour exécuter des tâches en géométrie. Ces images mentales sont à l'origine des difficultés que rencontrent les élèves pour définir les figures géométriques (Tchonang & al. 2019). Ces résultats renforcent ceux de Vodušek et Lipovec (2014) qui ont constaté que les enseignants en formation mobilisaient leur image mentale du carré au détriment des propriétés en situation de résolution de problème. On peut dire que ces étudiants n'ont pas achevé leur transition vers la GII. En particulier, ces derniers éprouvent des difficultés à connecter les propriétés conceptuelles de la figure à ses propriétés sensorielles en situation de résolution de problème.

Les résultats de cette étude montrent que l'évolution dans la scolarité n'améliore pas toujours l'interprétation des dessins et ne permet pas toujours à l'élève de construire un concept-image cohérent sur la figure en géométrie. Ces résultats rejoignent ceux de Fischbein et Nachlieli (1998) qui démontrent que l'avancement dans la scolarité n'améliore pas le contrôle des composantes conceptuelles sur l'interprétation des dessins contrairement à ce que l'on pourrait penser.

Enfin, cette étude présente toutefois des limites. Tout d'abord, les résultats ne peuvent être généralisés en raison du faible nombre de participants. Ensuite, on pourrait réduire la part de subjectivité des résultats en menant des entretiens avec les participants pour qu'ils expliquent leur choix. Des études futures consisteraient à explorer les pratiques enseignantes en lien avec la figure et ses dessins. Elles porteraient sur des observations en salle de classe et des questionnaires pour enseignants. Ces études permettraient d'une part de faire le lien entre les concepts-images des élèves et les pratiques enseignantes, d'autre part, de dégager des stratégies pour développer les concepts-images des élèves sur les figures géométriques.

BIBLIOGRAPHIE

Coppé, S., Dorier, J.-L., & Moreau, V. (2005). Différents types de dessins dans les activités d'argumentation en classe de 5ème. *Petit x*, 68, 8–37.

De Villiers, M. (1998). To teach definitions in geometry or teach to define? *Proceedings of the Twentysecond International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, *2*(July), 248–255.

Duval, R. (1988). Approche cognitive des problèmes de géométrie en terme de congruence. *Anale de Didactique et Des Sciences Cognitives*, *1*, 57–74. Retrieved from IREM de Strasbourg

Fischbein, E., & Nachlieli, T. (1998). Concepts and figures in geometrical reasoning. *International Journal of Science Education*, *20*(10), 1193–1211. https://doi.org/10.1080/0950069980201003

Houdement, C., & Kuzniak, A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, *11*, 175–193.

Laborde, C. (1994). Enseigner la géométrie : Permanence et révolution. *Bulletin APMEP*, *2*, 523–548.

Noirfalise, R. (1991). Figures prégnantes en géométrie. *Repères-IREM*, *2*, 51–58.

Parzysz, B. (1988). "Knowing" vs "seeing". problems of the plane representation of space geometry figures. *Educational Studies in Mathematics*, *19*(1), 79–92. https://doi.org/10.1007/BF00428386

Pedemonte, B. (2002). *Étude didactique et cognitive des rapports entre argumentation et démonstration dans l'apprentissage des mathématiques*. Université Joseph-Fourier-Grenoble I.

Tchonang, P. (2021). Student Comprehension of The Concept of a Geometrical Figure : The Case of Straight Lines and Parallel Line. *Journal of Mathematics Education*, *6*(2), 149–158. https://doi.org/http://doi.org/10.31327/jme.v6i2.1408

Tchonang, P., Njomgang, J., Tieudjo, D., & Nchian, L. (2019). Influence of Drawing and Figures on Secondary School Students' Argumentation and Proof: An investigation on Parallelogram. *Acta Didactica Napocensia*. https://doi.org/10.24193/adn.12.2.10

Tchonang, P., Njomgang, J., Tieudjo, D., & Pedemonte, B. (2020). The Introduction of Proof at the Secondary School in Cameroun: A First Approach trough the Study of Quadrilaterals and Triangles in the Textbook. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *15*(3), em0599. https://doi.org/10.29333/iejme/8404

Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *14*(3), 293–305. https://doi.org/10.1080/0020739830140305

Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. *Advanced Mathematical Thinking*, 65–81.

Vinner, S., & Hershkowitz, R. (1980). Concept images and common cognitive paths in the development of some simple geometrical concepts. In *Proceedings of the fourth international conference for the psychology of mathematics education* ,177–184.

Vodušek, H. B., & Lipovec, A. (2014). The square as a figural concept. *Bolema - Mathematics Education Bulletin*, *28*(48), 430–448. https://doi.org/10.1590/1980-4415v28n48a21
Walter, A. (2001). Quelle géométrie pour l'enseignement en collège? *Petit x*, *54*, 31–49.

DE LA MISE EN COMMUN A LA MISE EN DIALOGUE

Valérie Batteau, Stéphane Clivaz

HEP Vaud, UER MS, 3LS, Lausanne, Suisse

Après la résolution d'un problème mathématique, le moment de mise en commun des procédures, idées et résultats obtenus par les élèves est difficile à gérer tant au niveau de la construction collective des connaissances qu'au niveau organisationnel. Nous développons et illustrons comment des enseignant·e·s de primaire (élèves de 4 à 11 ans) et secondaire 1 (élèves de 12 à 15 ans) mettent en dialogue les procédures des élèves pour construire collectivement les connaissances visées par le problème.

Mots-clés : mise en commun, mise en dialogue, *neriage*

La didactique des mathématiques francophone s'est intéressée aux processus de dévolution et d'institutionnalisation afin d'identifier comment évoluent et se construisent les connaissances des élèves pendant une leçon de mathématique (par exemple Allard, 2015 ; Coulange, 2013). Ainsi, des phénomènes de « transparence » des savoirs (Margolinas & Laparra, 2011) et d'« incidence » des savoirs (Coulange, 2011) ont été identifiés. Le processus d'institutionnalisation se déroulant tout au long de la leçon de mathématiques, nous considérons que la construction collective des connaissances lors de la mise en commun fait partie intégrante de ce processus. Cet article vise à montrer comment le moment de mise en commun contribue et rend possible la construction collective des connaissances. En particulier, cet article met en lumière comment la construction des connaissances visées se réalise par les mises en lien entre procédures et quelles en sont les conditions.

La comparaison de pratiques enseignantes dans les contextes suisse et japonais (Batteau, 2021 ; Clivaz & Miyakawa, 2020) nous amène à introduire une nouvelle notion de *mise en dialogue* des procédures, idées et résultats des élèves qui précise et étend la notion de mise en commun. L'idée est que la connaissance visée par le problème peut émerger du dialogue entre procédures alors qu'elle n'est pas contenue dans une seule procédure. Ainsi le dialogue orchestré par l'enseignant·e entre deux procédures vise à produire plus de connaissances que celles contenues séparément dans chacune d'elle.

La première partie propose quelques éléments théoriques présentant les enjeux de la mise en commun et de la mise en dialogue des procédures. La deuxième partie illustre deux exemples de construction collective des connaissances par la mise en dialogue des procédures de résolution pour un problème soustractif au primaire et pour un problème d'algèbre au secondaire 1. Ces deux leçons (d'une ou deux périodes de 45 minutes) ont été construites en commençant par la préparation et l'anticipation de la mise en dialogue des procédures. Nous discutons les résultats et observations de ces expérimentations dans la partie suivante. Nous terminons par des perspectives pour la recherche et la formation et une brève conclusion.

MISE EN COMMUN ET MISE EN DIALOGUE : CADRAGE THÉORIQUE

Cette partie commence par une brève revue de littérature sur la mise en commun et identifie les difficultés d'enseignement d'ordre épistémologique et pragmatique. La phase collective appelée *neriage* dans le contexte japonais est ensuite introduite pour présenter l'origine de l'idée de *mise en dialogue*. La dernière partie explicite en quoi la mise en dialogue prolonge et se distingue de la mise en commun.

La mise en commun

Le moment de mise en commun fait l'objet de recherches en Suisse et en France (Batteau, 2021 ; Pilet & al., 2019). Il en ressort qu'organiser les institutionnalisations en lien avec les mises en commun des procédures des élèves est peu observé et constitue une activité difficile pour les enseignant·e·s. Dans le contexte suisse (Batteau, 2018 ; Tièche Christinat & Delémont, 2005), les pratiques enseignantes ordinaires tendent à être individualisées, souvent sous forme d'atelier, ce qui rend difficiles les phases d'enseignement collectif telles que les mises en commun et les institutionnalisations, car les élèves n'ont pas eu les mêmes tâches à réaliser pendant la même période de mathématiques. Dans le contexte français d'éducation prioritaire, Charles-Pézard *et al.* (2012) ont mis en évidence que les enseignant·e·s primaires réalisent peu de hiérarchisation des procédures des élèves avec organisation de synthèses contextualisées, suivies d'institutionnalisation des savoirs en jeu dans la situation.

La phase de *neriage*

L'idée de mise en dialogue émerge de la comparaison de l'enseignement des mathématiques dans les contextes japonais et suisse (Clivaz & Miyakawa, 2020). Dans le contexte japonais, la phase collective qui suit la résolution du problème par les élèves est appelée *neriage* (prononcé nériagué).

> *Neriage :* Les diverses idées des élèves sont présentées au tableau, pour être comparées les unes aux autres […]. Le *neriage* n'est pas une simple présentation successive des méthodes de résolution des élèves. Ce terme décrit la nature dynamique et collaborative d'une discussion en classe entière au cours de la leçon. […] Le rôle de l'enseignant n'est pas de faire ressortir la meilleure solution, mais de guider la discussion des élèves vers une idée unificatrice et vers un nouveau concept mathématique. (Shimizu & al., 2022, p. 278)

Le *neriage* participe à la construction collective des connaissances qui sont résumées dans la phase suivante de synthèse (appelée *matome*). Pour les enseignant·e·s japonais·e·s de primaire, la phase de *neriage* représente le moment le plus important de la leçon en temps accordé et en importance, contrairement aux enseignant·e·s suisses (Clivaz & Miyakawa, 2020). Cette phase s'appuie sur un véritable art de préparation et de réalisation du tableau noir, le *bansho* (Baldry & al., 2022 ; Tan, 2021). Les recherches (Batteau & Miyakawa, 2020 ; Clivaz & Miyakawa, 2020) montrent l'importance accordée par les enseignant·e·s aux mises en commun dans les leçons de mathématiques.

La *mise en dialogue*

Lors d'une mise en commun, les élèves sont amenés à présenter leurs idées, solutions et procédures. Quand la mise en commun est réalisée sous la forme d'une mise en dialogue, elle ne vise pas de hiérarchisation des procédures. Pour nuancer les travaux (Charles-Pézard & al., 2012) qui avancent l'idée de hiérarchisation des procédures lors de mise en commun afin de développer les connaissances visées, nos expérimentations nous montrent que ce n'est pas tant la hiérarchisation des procédures qui participe à la construction collective des connaissances que la mise en dialogue et les liens qui sont faits entre les procédures et entre les registres de représentations qui le permet.

Nous avons fait le constat lors de formation continue d'enseignant·e·s du primaire qu'elles·ils reconnaissent que ce moment de mise en commun est difficile à gérer, mais qu'elles·ils pensent connaître et maîtriser les gestes professionnels nécessaires à son bon déroulement. Nous avons ainsi vu la nécessité d'introduire cette notion de mise en dialogue pour former les enseignant·e·s à de nouveaux gestes professionnels, spécifiques à cette modalité de mise en commun.

DEUX EXEMPLES DE MISE EN DIALOGUE

Mes problèmes préférés : une mise en dialogue en 5H

Contexte, préparation de la leçon et de la *mise en dialogue*. Lors d'une formation post-grade de la HEP Vaud[1], un groupe d'enseignantes vaudoises travaillant sous forme de lesson study (Clivaz, 2015) a construit, expérimenté et analysé une leçon autour des problèmes additifs en 5H[2], en mettant l'accent sur la phase de mise en commun, plus particulièrement sur le dialogue entre les représentations du problème et les procédures de résolution. De fait, le groupe a planifié la leçon en partant de la mise en commun, les choix concernant la façon de donner les consignes ou la phase de recherche étant conditionnés par cette dernière partie de la leçon.

Combien la chaussure de Fabien mesure-t-elle de plus que celle de Dominique ?

Fig. 1 : Le problème proposé (d'après CIIP, 2021)

Les objectifs mentionnés par le plan de leçon (Chaubaroux & al., 2022) étaient de travailler les schémas en barres (Clivaz & Dindyal, 2021 ; Clivaz & al., 2021) dans le domaine de la résolution de problèmes additifs de comparaison, afin que les élèves parviennent à une meilleure représentation des problèmes additifs.

Le plan de leçon, s'appuyant sur la planification du tableau noir, précise (voir les numéros correspondant dans la Fig. 2) :

> Pour la mise en commun, l'enseignant·e devra afficher au tableau une image agrandie du schéma des chaussures, ainsi que les barres (bandes magnétiques).
> 1. Classer les stratégies des élèves selon l'opération choisie : addition ou soustraction (étiquettes avec les noms des élèves). A ce stade, pas de discussion sur ce qui est correct ou non.
> 2. Placer les dessins des chaussures et les longueurs : que cherche-t-on ? Peut-on le voir sur le dessin ?
> 3. En vue de simplifier : on remplace les chaussures par des barres : mettre les barres puis enlever les chaussures. Que cherche-t-on ?
> 4. Souligner chaque nombre des écritures arithmétiques avec les mêmes couleurs que les barres.
> 5. Pour chaque écriture, faire le lien entre l'écriture arithmétique et le schéma en barres. Enlever et remettre la barre correspondant à l'opération effectuée. Discuter et écarter les écritures ne correspondant pas aux barres. (Chaubaroux & al., 2022, p. 8-9)

[1] Il s'agit du CAS Innovations pour l'enseignement des mathématiques. Le groupe était formé de Nicole Deruaz, Loriane Perreten, Corinne Zoller, Sophie Chaubaroux, Célia Roduit, Gaëlle Weislo, Deborah Grosjean et Stéphane Clivaz. Le plan de leçon produit par ce groupe (Chaubaroux & al., 2022) est disponible sur le site du laboratoire 3LS (3LS.hepl.ch) ou via ce QR code

[2] Grade 3 en degrés internationaux, CE2 en France, élèves de 8-9 ans.

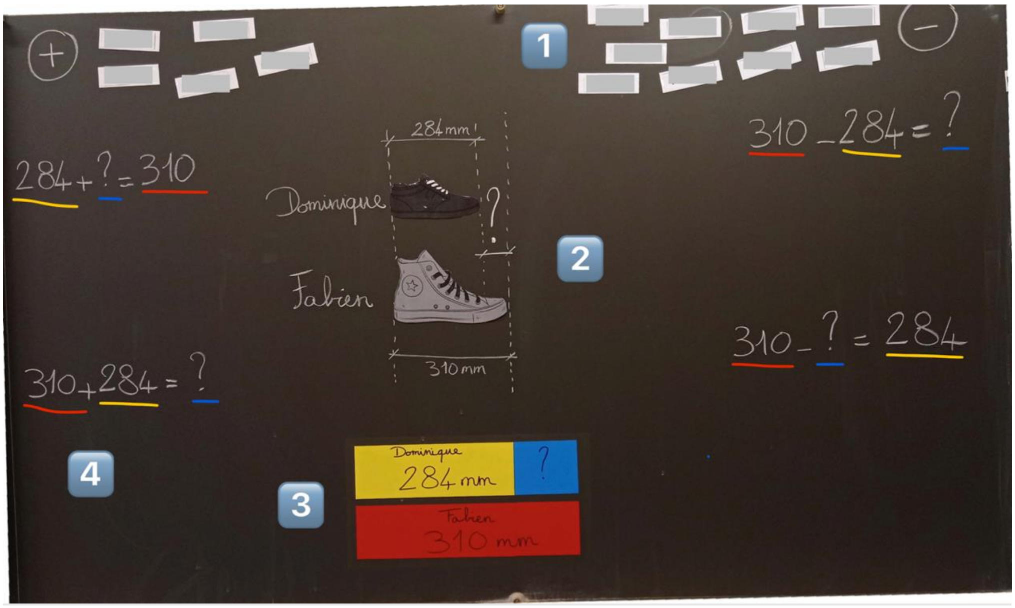


Fig. 2: Le tableau noir à la fin de la mise en commun.
Les numéros se réfèrent aux étapes de la mise en dialogue des procédures

La mise en dialogue réalisée. La mise en commun s'est déroulée en classe de manière très similaire à celle figurant dans le plan de leçon. Elle a duré 24 minutes pour une leçon d'environ 60 minutes. On peut remarquer plusieurs éléments.

L'usage des étiquettes magnétiques avec les noms des élèves permet de présenter une seule réalisation de chaque procédure, tout en permettant à chaque élève de situer la procédure qu'il a utilisée. De plus, au cours de la discussion, suite aux arguments échangés, certains élèves choisissant de « changer de procédure » peuvent demander que leur étiquette soit déplacée.

Chaque zone du tableau noir représente une procédure. Dans la Fig. 3 nous avons indiqué les procédures liées à des représentations et à des procédures de résolution. Nous avons ajouté l'énoncé du problème qui aurait pu figurer au tableau.

Fig. 3 : Représentations et procédures de résolution

Les représentations sont verbale (V), schématique figurative (F), schématique en barres (B) ou en écriture arithmétique (E). Elles représentent une stratégie additive (a), soustractive (s) ou indifféremment additive ou soustractive (n) ; pouvant être correcte (c) ou incorrecte (i).

La mise en dialogue a été pensée et réalisée en plusieurs étapes. Dans une première étape (1, 2 et 3 ci-dessus), les trois représentations verbale, figurative et en barres ont été comparées et la discussion, animée par l'enseignante sans qu'elle ne prenne position, a conduit à partager le constat qu'elles représentaient la même situation. Dans une deuxième étape (4 ci-dessus), en dialogue entre l'enseignante et la classe, des couleurs jaune, bleue et rouge ont été ajoutées aux quatre écritures arithmétiques afin de faire les liens possibles entre les écritures arithmétiques et le schéma en barres. Dans un troisième temps (5 ci-dessus), l'enseignante a posé la question de savoir si chaque écriture arithmétique correspondait effectivement au schéma en barres. Le débat, et les arguments produits ont conduit à éliminer les écritures E_{ai} (ne correspond pas à la situation) et E_{si} (choisie par aucun·e élève). Durant ce moment, les termes étaient désignés verbalement par les couleurs (le jaune plus le bleu égal le rouge) et non par les nombres. Dans un quatrième temps, une élève est allée au tableau afin de montrer à quelle action correspond l'écriture E_{ac} 284 + ? = 310 : la barre jaune et la barre rouge sont posées et je me demande combien vaut la barre bleue à ajouter à la jaune pour avoir la même longueur que la rouge. Un autre élève a ensuite mimé l'action correspondant à l'écriture E_{sc} 310 – 284 = ? : les trois barres sont posées : pour savoir ce que vaut la barre bleue, je peux enlever la barre jaune.

Le moment collectif est pensé comme un dialogue : dialogue entre l'enseignante et les élèves et entre élèves, et surtout dialogue entre les représentations du problème. Chaque élément du dialogue entre les représentations du problème est planifié et réalisé, à la fois comme une verbalisation et comme une action ou une écriture au tableau. Cette planification avait été faite par le groupe et par l'enseignante avant la leçon, sous forme de plan du tableau tel qu'il apparaîtrait aux moments clés de la mise en commun. Mais la conduite du moment collectif s'est aussi appuyée sur l'observation des élèves pendant le moment de recherche individuelle. De fait, l'activité principale de l'enseignante durant cette phase de recherche a été d'observer les élèves et de noter à côté de chaque procédure attendue quel élève l'avait utilisée.

Lors de leurs réflexions collectives à l'issue de la leçon, telles que reflétées dans le plan de leçon, les membres du groupe ont mis ces éléments en évidence.

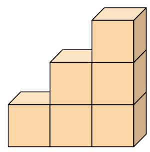
> La mise en commun que nous avons travaillée va bien au-delà d'une présentation des procédures. Elle vise une mise en dialogue entre les représentations du problème (avec des mots, avec des écritures arithmétiques, avec un dessin, avec un schéma en barres) et les opérations en jeu (addition, addition lacunaire, soustraction, soustraction lacunaire). Ce dialogue entre élèves est rendu possible par la présence au tableau de ces représentations et de ces opérations. L'enseignant·e orchestre ce dialogue et met visuellement en évidence ces liens quand ils apparaissent. Les élèves sont personnellement impliqués par l'utilisation au tableau des étiquettes avec leur prénom.
>
> L'organisation de la mise en commun et la mise en dialogue des procédures est permise par
>
> - l'anticipation des procédures des élèves
> - le recueil de celles-ci durant la phase de travail individuel (l'enseignant·e note quel·le élève a utilisé quelle procédure)
> - la planification du tableau noir
> - l'adaptation du déroulement de la mise en commun aux procédures effectivement utilisées par les élèves et par leurs apports lors de la mise en commun. (Chaubaroux & al., 2022, p. 10-11)

Escaliers : une mise en dialogue en 10 VP

Contexte. Une équipe composée des deux auteur·e·s de cet article et d'une enseignante de mathématiques expérimentée s'est réunie pendant une séance de deux heures pour préparer une leçon de mathématiques en secondaire 1 dans une classe de 10 VP[3] dans un établissement secondaire vaudois. L'objectif de cette expérimentation est d'illustrer la mise en dialogue en secondaire 1. L'équipe a choisi le problème de pattern Escaliers (Corminboeuf & al., 2012, FA2, p. 68) qu'elle a modifié en ne conservant que le premier escalier pour pouvoir accorder un temps suffisant aux discussions collectives et à la mise en dialogue. La leçon a duré 65 minutes.

FA2 Escaliers

Comment déterminer efficacement le nombre de cubes nécessaires à la construction d'un escalier de 1500 marches de hauteur ?



Escalier de 3 marches de hauteur

Fig. 4 : Problème de l'escalier adapté de Corminboeuf *et al.* (2012, FA2, p. 68)

Préparation de la leçon et de la mise en dialogue. L'objectif de la leçon est d'une part de travailler les liens entre une représentation géométrique et une écriture arithmétique, et d'autre part de généraliser ceci en établissant une expression algébrique. Pour préparer la leçon, l'équipe a commencé par anticiper la mise en dialogue des procédures, en identifiant les procédures géométriques et arithmétiques attendues ainsi que les liens entre elles. L'équipe a ainsi planifié en esquissant à la main sur un plan du tableau noir ce que l'enseignante allait écrire au tableau et proposer aux élèves. Cette esquisse a ensuite été réalisée en version informatique par un des membres de l'équipe (Fig. 5) et chaque étape est brièvement commentée dans un plan de leçon donnant le déroulement suivant. L'exemple de la consigne est affiché au tableau (en format A3). L'enseignante donne la consigne à lire individuellement, puis l'écrit au tableau, la commente et propose après quelques minutes de chercher par groupes de deux élèves le nombre de cubes pour un escalier de 20 marches (remplace 1500 par 20 en haut à gauche du tableau). Les procédures arithmétiques attendues sont l'écriture des 20 premiers entiers dont la somme fait 210, résultat attendu en posant l'addition en ligne (1ère ligne au centre du tableau sur la Fig. 5). La 2ème procédure attendue (Fig. 5, 2ème ligne) est un regroupement des termes deux par deux dont la somme fait 20. La 3ème procédure attendue (Fig. 5, 3ème ligne) est une procédure experte : un regroupement des termes deux par deux en partant des extrémités. Cette procédure est illustrée géométriquement (Fig. 5, en haut du panneau de droite). Pour des raisons de visibilité au tableau, l'équipe a prévu de réaliser les procédures géométriques avec un escalier de 6 marches (et non de 20). Nous relevons que lors de la leçon cela n'a posé aucun problème aux élèves dans leur raisonnement, voire même cela a probablement favorisé une certaine généralisation de l'exemple. La 4ème procédure attendue est la double somme des 20 premiers termes dans le sens croissant et décroissant (4ème et 5ème ligne du centre du tableau). Les additions en colonnes font apparaître le terme 21, 20 fois (6ème ligne du centre du tableau). Cette procédure est illustrée géométriquement (en bas du panneau de droite) en superposant deux escaliers de sorte à faire apparaître les regroupements 20+1, 19+2... verticalement. Il

[3] La classe de 10 VP correspond au Grade 8 dans le système international (4ème dans le système français). Les élèves inscrits en voie pré-gymnasiale (VP) se destinent à suivre une maturité gymnasiale (avec possibilité de poursuivre un cursus universitaire), contrairement aux élèves inscrits en voie générale (VG de niveau 1 et 2) qui se destinent principalement à l'apprentissage, ou aux écoles de culture générale et de commerce des gymnases ou de maturité professionnelle. (DGEO, https://www.vd.ch/fileadmin/user_upload/organisation/dfj/dgeo/fichiers_pdf/depliants/DGEO_Cycle3.pdf).

s'agit de repérer que le terme 21 correspond à la hauteur du rectangle et comme il y a 20 fois le terme 21, la largeur du rectangle est de 20 cubes.

L'équipe a ensuite prévu de demander de calculer le nombre de cubes pour un escalier de 1500 marches puis pour un nombre quelconque de marches (appelé n). L'équipe a planifié que l'enseignante, sur dictée des élèves, écrive au tableau l'expression algébrique permettant de trouver le nombre de cubes pour un escalier de n marches (centre du tableau en bas), puis de faire ressortir les éléments à retenir (encadré en bas du panneau de gauche).

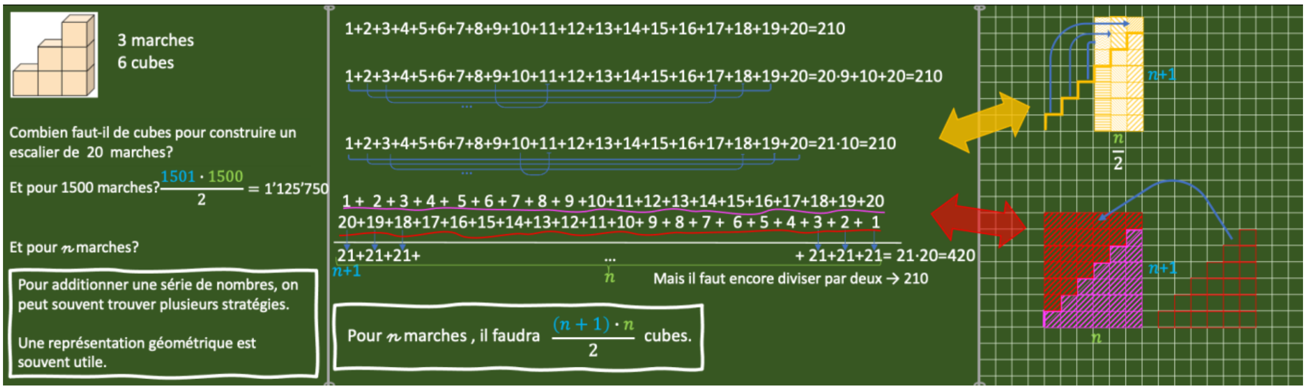


Fig. 5 : Planification du tableau

Déroulement de la leçon.

La Fig. 6 illustre le déroulement de la leçon par modalité de travail (individuel, en groupe ou en collectif) et par phase (consigne, mise en commun, recherche des élèves, synthèse). Ainsi, il ressort clairement que l'enseignement en collectif représente une part importante de la leçon et qu'il y a de nombreux allers-retours entre travail collectif et en groupe à partir de la consigne pour 1500 marches.

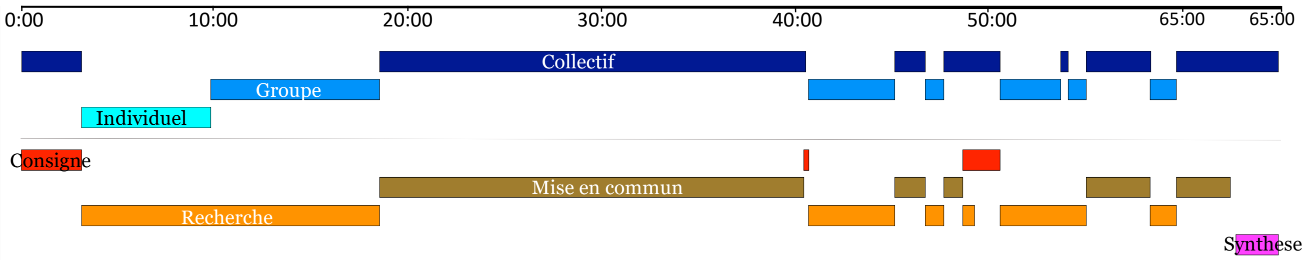


Fig. 6 : Déroulement de la leçon par modalité de travail et par phase

Si on compare la structure de cette leçon aux leçons suisses et japonaises analysées par Clivaz et Miyakawa (2020), on constate que cette leçon est proche de la structure de la leçon japonaise, en particulier dans l'alternance de moments collectifs de mise en commun et de recherche en groupes. Nous en concluons que lorsqu'une équipe planifie une leçon autour de la mise en commun, le déroulement effectif peut être proche d'une leçon ordinaire dans le contexte japonais.

La mise en dialogue réalisée. La comparaison des tableaux prévu et réalisé montre que la leçon s'est déroulée comme anticipée et que les procédures attendues ont effectivement été mises en œuvre et mises en dialogue : ainsi, la mise en dialogue s'est déroulée comme anticipée.

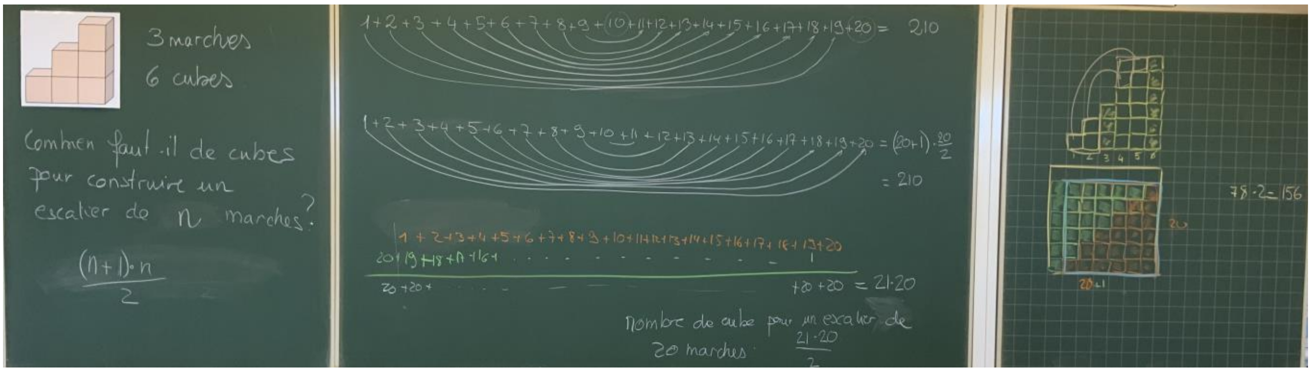


Fig. 7 : Tableau à la fin de la leçon

La mise en dialogue préparée par l'équipe (pour un escalier de 20 marches) repose sur la présentation des procédures arithmétiques et géométriques, mais aussi sur les passages entre la procédure arithmétique et celle géométrique associée. La mise en commun a permis la mise en dialogue entre les différentes représentations du problème (avec des mots, avec des écritures arithmétiques, avec une représentation géométrique) et les opérations en jeu (addition et multiplication : somme des 20 premiers entiers, produit $(20 + 1) \cdot \frac{20}{2}$, le double de la somme des 20 premiers entiers).

L'équipe a anticipé les représentations géométriques qui permettent d'illustrer :

- la somme des 20 premiers entiers (nombre de cubes pour un escalier de 20 marches) qui peut se voir de manière horizontale ou verticale.
- les regroupements des termes deux à deux de la somme en empilant les cubes aux extrémités de l'escalier.
- l'aire du rectangle donnée par la multiplication de sa longueur par sa largeur en prenant le cube comme unité (20·21 pour le double de l'escalier ou $21 \cdot \frac{20}{2}$ pour l'escalier).

Notons qu'il est nécessaire de mettre au tableau ces différentes représentations afin de rendre possible ce dialogue entre élèves.

L'enseignante a proposé un nouveau problème en prolongement dont la procédure experte est hors de portée des élèves.

> Enseignante : Il y a P. qui a trouvé une autre méthode, mais je crois que je ne vais pas vous la montrer, car je vais perdre la moitié de la classe.
>
> Élève : Et l'autre moitié, elle veut peut-être savoir !

À deux reprises avant et pendant la leçon, l'enseignante a manifesté le fait que ses élèves n'y arriveraient pas ou ne comprendraient pas la procédure d'une élève. Or, les élèves l'ont surprise positivement par rapport à leurs apprentissages et réussites. Nous l'interprétons comme étant notamment le résultat de la préparation d'une leçon centrée sur la mise en dialogue des procédures.

L'enseignante a conclu la leçon par cette synthèse :

> Vous avez fait des liens entre les différentes méthodes : la méthode du dessin, la méthode « on additionne par morceaux » [...] Vous avez fait et découvert des mathématiques. Vous m'avez sidérée par toutes les solutions que vous avez trouvées, alors que vous ne vous considérez pas bon en maths. Ce n'est pas vrai. Vous avez tous trouvé des solutions !

Cette synthèse a souligné l'importance de faire des liens entre les différentes procédures, ce qui constitue l'essence même de l'activité mathématique. Autrement dit, la leçon ne s'est pas arrêtée lorsque les élèves ont trouvé la solution du problème pour un escalier de 20 marches, 1500 marches ou même n marches. L'enseignante a également valorisé la démarche de recherche et la réussite des élèves lors de cette leçon.

DISCUSSION

À partir des deux exemples

Les exemples présentés ont en commun plusieurs éléments, et présentent des différences qui permettent quelques réflexions sur la mise en commun, vue et pratiquée comme une mise en dialogue. Le point commun essentiel est dans la construction de savoirs qui est réalisée grâce aux liens entre les procédures de résolution du problème et entre les représentations de ces procédures.

Dans ces exemples, la leçon a porté sur la résolution d'un seul problème additif en 5H et d'un seul problème de calcul de cubes pour l'escalier simple (sans proposer les calculs de cubes pour les escaliers double et quadruple de la tâche des Moyens d'Enseignement Romands) accompagné d'un prolongement. Piloter son enseignement autour des mises en dialogue implique d'organiser sa leçon autour d'un seul problème, car l'enseignement en collectif prend du temps. Pour reprendre la citation attribuée à Pólya, c'est mieux de résoudre un problème de cinq manières différentes, plutôt que de résoudre cinq problèmes de la même manière.

Si ces exemples ont été choisis pour montrer les potentialités de la mise en dialogue, ils ne sont pas exceptionnels. Notre travail de recherche et de formation nous a permis d'observer des problèmes ayant un tel potentiel dans toute la scolarité, dès les premiers degrés et jusqu'à la fin du secondaire. Ces problèmes sont présents dans les moyens officiels ou dans des ouvrages présentant en particulier l'utilisation de la mise en dialogue dans une approche inspirée de l'enseignement japonais des mathématiques (en particulier Takahashi, 2021).

Dans ces deux exemples, les connaissances en situation sont utilisées, voire construites, par les élèves, individuellement ou en groupes, lors de la résolution du problème. Mais ce qui permet la transformation de ces connaissances particulières en savoir, c'est aussi le dialogue entre écriture arithmétique et « façon de voir », entre énoncé en mots et écriture arithmétique ou algébrique. C'est le lien entre les registres de représentation qui permet de justifier le choix d'une opération et donc de contribuer à la construction du savoir généralisé de la modélisation par une écriture arithmétique ou algébrique de la situation décrite par le problème. La mise en évidence et l'utilisation de ces liens prend du temps. Les deux mises en commun illustrées ont nécessité un temps de préparation de la part des enseignant·e·s concerné·e·s. Ces exemples montrent l'importance d'anticiper les procédures attendues et leurs liens lors de la préparation de la leçon. Ces mises en dialogue ont occupé un temps de classe important (respectivement 24 minutes et 22 minutes). Ce temps semble rarement pouvoir être investi lors des leçons de mathématiques et la sonnerie interrompt bien souvent les débuts de mise en commun. La volonté de planifier les deux leçons en partant de la mise en commun et en prévoyant un temps suffisant pour celle-ci a été nécessaire pour parvenir à garder ce temps. Toutefois, cet investissement a été rentable du point de vue des apprentissages des élèves donnés à voir lors des deux leçons, que ce soit la résolution de problème additif du type EEE en 5H ou la détermination d'un *pattern* en 10VP.

À moyen terme, le temps nécessaire à des exercices d'entraînement peut ensuite être réduit grâce à la construction des savoirs mathématiques lors de la *mise en dialogue*.

Mais le bénéfice à long terme de cette *mise en dialogue* est encore plus important, comme le montre notamment les résultats des élèves japonais en résolution de problèmes (Takahashi, 2021) ou de certaines écoles états-uniennes dont l'enseignement des mathématiques est basé sur la résolution de problèmes et sur la pratique de la mise en dialogue (voir par exemple Lewis & al., 2022), ou encore comme le laisse présager la réaction des élèves que nous avons observés. En effet, les moments de mise en dialogue permettent de développer un grand nombre de compétences qu'on pourrait qualifier de « paramathématiques » et transversales, en particulier :

- la compétence à justifier et à argumenter lors de véritables débats mathématiques
- la flexibilité nécessaire à comprendre d'autres raisonnements que le sien
- la capacité à tisser des liens entre des concepts

- le développement d'une attitude de résolution de problème et la représentation de ce qu'est la résolution de problème (il n'y a pas une seule manière de résoudre un problème et il n'y a pas d'automatisme pour résoudre un problème, résoudre un problème ne se résume pas à faire un calcul, il existe des problèmes avec plusieurs solutions…)
- le développement de la confiance (je suis capable de résoudre des problèmes) et du désir de comprendre des méthodes parfois plus élaborées de résoudre des problèmes (par exemple, l'élève qui manifeste qu'elle veut connaître la procédure annoncée comme hors de portée pour la moitié de la classe par l'enseignante de secondaire 1)
- la prise de conscience que les notions mathématiques servent à résoudre des problèmes
- la motivation à faire des mathématiques
- la pensée créatrice dans l'activité mathématique notamment par la diversité des procédures mises en œuvre

Compte tenu de l'investissement en temps de préparation et de classe nécessaire aux mises en dialogue, il nous semble que celles-ci devraient d'abord être réalisées dans les circonstances les plus propices possibles. En particulier, ces moments pourraient être mis en œuvre en priorité pour des activités dont un des objectifs est de développer une pensée mathématique et une attitude de résolutions de problèmes chez les élèves en plus de travailler une notion mathématique particulière. Il faut aussi que le problème proposé puisse effectivement être résolu de plusieurs manières différentes et que le dialogue entre les procédures ait le potentiel de générer des connaissances mathématiques. Les deux exemples de cet article illustrent ces circonstances. Ils illustrent aussi le fait que le travail de préparation et la créativité nécessaire à préparer ces mises en dialogue profitent fortement d'un travail collaboratif entre collègues. Ils illustrent surtout le fait que ces moments bénéficient à l'apprentissage mathématique des élèves, tant sur la notion visée qui est au cœur de la leçon que sur celui du développement d'une pensée mathématique et d'une compétence à résoudre des problèmes. Ils bénéficient aussi aux enseignant·e·s, que ce soit par les questions générées lors du travail de préparation que par la surprise générée par la capacité des élèves à résoudre le problème proposé et à « faire des mathématiques ».

Des conséquences pour la formation

À partir des défis relevés par les enseignant·e·s avec lesquel·le·s nous avons travaillé, mais aussi de nos observations réalisées en formation, nous identifions maintenant les difficultés et les conditions nécessaires à la réalisation de mise en commun, particulièrement sous forme de mise en dialogue. Outre l'investissement en temps de préparation et de classe, une première difficulté consiste à faire ressortir les connaissances visées à partir des présentations des procédures des élèves. Pour relier les procédures des élèves avec les connaissances visées dans le problème, il est nécessaire d'avoir anticipé les différentes procédures possibles et les difficultés potentielles, ce qui fait partie de l'analyse a priori de la tâche. De plus, la mise en commun se réduit parfois à la validation des procédures et résultats, et se limite ainsi à une correction collective. Il est donc nécessaire de différencier une correction collective, parfois nécessaire, d'une mise en commun.

Une autre difficulté est le fait qu'il faut construire en temps réel la mise en commun des procédures des élèves sur un support qui aura dû être anticipé et préparé, mais non figé. Il peut être parfois utile de différer la mise en commun de la résolution de la tâche lors de la période suivante, car cela permet à l'enseignant·e de mieux organiser ce moment d'enseignement délicat, d'analyser les productions des élèves et de choisir l'ordre de passage des élèves ou groupe d'élèves. Par ailleurs, le support doit permettre à tous les élèves de voir, suivre et comprendre les procédures, idées et résultats présentés par leurs pairs. Le choix du support dépend des habitudes de l'enseignant·e, de l'équipement pédagogique dans la classe (tableau noir, tableau blanc, tableau blanc interactif, rétroprojecteur, ipads). L'utilisation et la gestion du support sont bien différentes selon les contextes éducatifs (Baldry & al., 2022 ; Tan, 2021; Tan & al., 2022 ; Train, 2013). De plus, l'enseignant·e organise la mise en commun dans un espace commun. Le support devient alors un point de focalisation de tous les regards. L'espace commun dans une classe d'école primaire est parfois un espace dédié à l'enseignement collectif. En plus du support qui doit permettre à tous les élèves de voir, suivre et comprendre les procédures présentées par leurs pairs, il est souvent nécessaire de reproduire la procédure avec le même matériel lors de la mise en dialogue que lors de la résolution de la tâche.

Une difficulté concerne le choix des productions qui seront discutées et celles qui seront écartées ou regroupées. Lors de la phase de recherche du problème, l'enseignant·e observe et relève les procédures mises en œuvre par les élèves et leurs erreurs. L'enseignant·e va alors choisir des procédures et des solutions différentes afin de viser une certaine représentativité de la diversité des procédures. De ce fait, il peut être utile à l'enseignant·e d'utiliser des étiquettes avec les prénoms des élèves comme pour notre premier exemple (ou simplement écrire les prénoms des élèves au tableau) pour identifier les procédures mises en œuvre qui sont proches et qui ne seront donc présentées et expliquées qu'une seule fois.

Pour déterminer l'ordre des productions, Stein *et al.* (2008) proposent de commencer par certaines procédures pour rendre les discussions mathématiques plus cohérentes et prévisibles : les procédures montrant des conceptions erronées, les procédures faciles à comprendre (par exemple avec des schémas), les procédures fréquemment utilisées avant celles plus rares ou encore les procédures avec des idées mathématiques proches les unes des autres (par exemple avec des idées similaires, mais différentes représentations).

Nous mettons en avant la nécessité de penser à l'articulation des procédures, et non d'abord de viser une hiérarchie entre elles lors des moments de mise en dialogue, dans l'objectif de construire collectivement les connaissances visées qui émergent des liens entre les différentes représentations. Cette mise en dialogue permettra toutefois de valider ou d'invalider certaines procédures, ce qui peut être considéré comme une première hiérarchisation.

Conclusion

Les expérimentations menées ainsi que nos recherches respectives nous ont amenés à prendre conscience de l'importance de la mise en commun dans la construction des connaissances lors de leçon de mathématiques, tant à l'école primaire qu'au secondaire 1. En plus des enjeux d'apprentissage mathématiques, ces moments de mise en commun participent au développement de compétences « paramathématiques » et transversales. L'idée de *mise en dialogue* développé dans cet article vise à enrichir les formations initiales et continues de mathématiques tant au primaire qu'au secondaire. Nous pensons qu'elle ouvre également des pistes de recherche intéressante quant à la construction de connaissances mathématiques lors de la résolution de problèmes.

Remerciements

Nous tenons à remercier les enseignantes qui ont participé à la formation post-grade InnoMaths : Nicole Deruaz, Loriane Perreten, Corinne Zoller, Sophie Chaubaroux, Célia Roduit, Gaëlle Weislo, Deborah Grosjean. Nous tenons également à remercier Anne Binz, enseignante de mathématiques au secondaire 1.

Bibliographie

Allard, C. (2015). *Étude du processus d'institutionnalisation dans les pratiques de fin d'école primaire : le cas de l'enseignement des fractions* [Université Paris Diderot]. https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01249807/document

Baldry, F., Mann, J., Horsman, R., Koiwa, D. & Foster, C. (2022). The use of carefully planned board work to support the productive discussion of multiple student responses in a Japanese problem-solving lesson. *Journal of Mathematics Teacher Education*. https://doi.org/10.1007/s10857-021-09511-6

Batteau, V. (2018). *Une étude de l'évolution des pratiques d'enseignants primaires vaudois dans le cadre du dispositif de formation lesson study en mathématiques* [Thèse de doctorat, Université de Genève]. https://archive-ouverte.unige.ch/unige:106282

Batteau, V. (2021). Une étude des pratiques enseignantes dans le contexte d'écoles primaires japonaises lors de phase de neriage. Dans H. Chaachoua, A. Bessot, B. Barquero, L. Coulange, G. Cirade, P. Job, A.-C. Mathé, A. Pressiat, M. Schneider & F. Vandebrouck (dir.), *Nouvelles perspectives en didactique: le point de vue de l'élève, questions curriculaires, grandeur et mesure* (XXème école d'été de didactique des mathématiques. Autrans-du 13 au 19 octobre 2019[e] éd., vol. 2, p. 437-446). ARDM.

Batteau, V. & Miyakawa, T. (2020). Des spécificités de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire au Japon: une étude des pratiques d'un enseignant. *Annales de didactique des mathématiques et de sciences cognitives, 25*, 9–48.

Charles-Pézard, M., Butlen, D. & Masselot, P. (2012). *Professeurs des écoles débutants en ZEP. Quelles pratiques ? Quelle formation ?* La pensée sauvage.

Chaubaroux, S., Deruaz, N., Grosjean, D., Perreten, L., Roduit, C., Weislo, G., Zoller, C. & Clivaz, S. (2022). *Plan de leçon: Mes problèmes préférés* [Plan de leçon]. 3LS. https://3ls.hepl.ch/wp-content/uploads/2023/03/plan-lecon-5H-Mesproblemespreferes-labo-3ls-2022-hep-vaud.pdf

CIIP. (2021). *Mes problèmes préférés*. ESPER. https://www.ciip-esper.ch/#/sequence/56/activite/492/ressource/TYPE_MATH_ACTIVITE

Clivaz, S. (2015). Les Lesson Study ? Kesako ? *Math-Ecole, 224*, 23–26. http://www.revue-mathematiques.ch/files/2614/6288/8786/ME224_Clivaz.pdf

Clivaz, S. & Dindyal, J. (2021). Représentations graphiques et résolution de problèmes: le cas de Singapour. *Grand N, 108*, 5–25.

Clivaz, S. & Miyakawa, T. (2020). The effects of culture on mathematics lessons: an international comparative study of a collaboratively designed lesson. *Educational Studies in Mathematics, 105*(1), 53–70. https://doi.org/10.1007/s10649-020-09980-1

Clivaz, S., Sakamoto, M. & Tan, S. (2021). Comment une addition peut-elle devenir une soustraction ? Le rôle du schéma en barres dans une leçon de mathématiques japonaise. *Revue de Mathématiques pour l'école, 236*, 27–35. https://doi.org/10.26034/vd.rm.2021.1718

Corminboeuf, I., Hostettler, T., Odiet, D. & Mante, M. (2012). *Mathématiques 10*. Loisirs et pédagogie et Conférence intercantonale de l'instruction publique de la Suisse romande et du Tessin.

Coulange, L. (2011). Quand les savoirs mathématiques à enseigner deviennent incidents. Étude des pratiques d'enseignement des mathématiques d'une enseignante de CM2. Dans J.-Y. Rochex & J. Crinon (dir.), *La construction des inégalités scolaires* (p. 33-44). PUR.

Coulange, L. (2013). Quelle visibilité des connaissances et des savoirs ? L'institutionnalisation au cœur de la construction des inégalités scolaires Dans D. BUTLEN, I. Bloch, M. Bosch., C. Chambris, G. Cirade, S. Clivaz, S. Gobert, C. Hache, M. Hersant & C. Mangiante-Orsola (dir.), *Actes de la XVIIème école d'été de didactique des mathématiques* (vol. 1, p. 187-210). La pensée sauvage.

Lewis, C. C., Takahashi, A., Friedkin, S., Liebert, S. & Houseman, N. (2022). Sustained, Effective School-wide Lesson Study: How Do We Get There? *Vietnam Journal of Education*, 45-57.

Margolinas, C. & Laparra, M. (2011). Des savoirs transparents dans le travail des professeurs à l'école primaire. Dans J.-Y. Rochex & J. Crinon (dir.), *La construction des inégalités scolaires* (p. 33-44). PUR.

Pilet, J., Allard, C. & Horoks, J. (2019). Une entrée par l'évaluation des apprentissages pour analyser les interactions entre l'enseignant ou l'enseignante et les élèves dans les moments de mise en commun. *Education et francophonie, 47*(3), 121-139. https://doi.org/https://doi.org/10.7202/1066516ar

Shimizu, S., Funahashi, Y., Hanazono, H. & Murata, S. (2022). Japanese Lexicon. Dans C. Mesiti, M. Artigue, H. Hollingsworth, Y. Cao & D. Clarke (dir.), *Teachers talking about their classrooms: Learning from the professional lexicons of mathematics teachers around the world*. Routledge.

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S. & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning, 10*(4), 313-340.

Takahashi, A. (2021). *Teaching Mathematics Through Problem-Solving, A Pedagogical Approach from Japan*. Routledge.

Tan, S. (2021). *The explication of cultural scripts of Japanese classrooms through bansho analysis* [Doctoral dissertation, Nagoya University, Japan].

Tan, S., Clivaz, S. & Sakamoto, M. (2022). Presenting multiple representations at the chalkboard: bansho analysis of a Japanese mathematics classroom. *Journal of Education for Teaching*, 1-18. https://doi.org/10.1080/02607476.2022.2150538

Tièche Christinat, C. & Delémont, M. (2005). *Pratiques et discours: le nouvel enseignement des mathématiques 1P-4P sous la loupe*. IRDP.

Train, G. (2013). *Le tableau blanc interactif, un outil pour la classe de mathématiques ?* [Thèse de doctorat, Université Paris-Diderot - Paris VII]. https://theses.hal.science/tel-00921871

NOMBRES ET OPERATIONS EN 3-4H : ANALYSE DES ACTIVITES DES MOYENS D'ENSEIGNEMENT ROMANDS

Manon Delétra, Isaline Ruf, Audrey D'Alba, Stéphanie Javet-Schlegel, Denis Haan, Marie-Line Gardes

Haute École pédagogique du Canton de Vaud, Lausanne, Suisse

Cet article présente un outil d'analyse élaboré à des fins de formation continue dans le canton de Vaud pour les nouveaux moyens d'enseignement romands de mathématiques. Cet outil, basé sur des textes théoriques et sur le plan d'études romand, recense et articule les principaux apprentissages à réaliser dans les axes thématiques Nombres et Opérations en 3-4H. Nous le présentons puis explicitons de quelle manière il a été utilisé pour analyser les activités de 3-4H concernées proposées sur ESPER. Son usage en formation est également exposé.

Mots clé : moyens d'enseignement, numération, calcul, problèmes arithmétiques, 3-4H.

INTRODUCTION

Cet article rend compte d'une étude menée dans le cadre de la mise en place d'une formation continue sur les nouveaux moyens d'enseignement romands (MER) pour la deuxième partie du cycle 1 (troisième et quatrième années de l'école primaire, 3-4H, élèves de 7-8 ans) dans le canton de Vaud. La préparation de cette formation nous a conduits à nous interroger, d'une part sur l'ensemble des savoirs visés en 3-4H sur la numération, le calcul et la résolution de problèmes, et d'autre part sur la progression et l'articulation de l'apprentissage de ces savoirs, mises en avant dans les axes thématiques *Nombres* et *Opérations* des MER.

Pour cartographier les savoirs visés en 3-4H, nous nous sommes basés sur le travail réalisé par un collectif de l'Education Nationale française qui a publié un ouvrage (MEN, 2021) intitulé *Un guide fondé sur l'état de la recherche – Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP* (niveau qui correspond à la 3H du système scolaire suisse). Il recense, d'une part des résultats de recherches sur la numération décimale (par exemple Mounier & al., 2020 ; Tempier, 2010), sur le calcul (par exemple Butlen & Charles-Pézard, 2007) et la résolution de problèmes (par exemple Vergnaud, 1990 ; Houdement, 2017), et d'autre part il propose des progressions d'apprentissage pour le niveau CP (3H). Nous avons, sur cette base, élaboré un « tableau des progressions » pour le contexte suisse romand que nous avons ensuite utilisé pour analyser l'ensemble des activités des moyens d'enseignement de 3-4H des axes thématiques *Nombres* et *Opérations* (200 activités) proposées sur ESPER[1] (s.d.).

PRÉSENTATION DE L'OUTIL D'ANALYSE

Dans la continuité du travail d'analyse des MER réalisé pour les deux premières années de scolarité (1-2H, élèves de 4-6 ans) lors de la préparation de la formation continue sur ces nouveaux moyens (Gardes & al., 2021), une démarche analogue a été mise en place pour ceux de 3-4H. La volonté, d'une part, de cartographier les savoirs visés sur la numération, le calcul et la résolution de problèmes et, d'autre part, d'analyser les activités des domaines *Nombres* et *Opérations* pour examiner ce qu'elles permettent de travailler, nous a conduits à créer un outil. Cet outil prend la forme d'un tableau divisé en trois sections

[1] Il s'agit de l'Espace des moyens d'enseignement romands (www.ciip-esper.ch).

(détaillées ci-après) qui présente les principaux savoirs visés en 3-4H sur la numération, le calcul et la résolution de problèmes (Fig. 8).

La section « Numération » (en orange) se divise en deux parties principales, selon les deux systèmes de numération (Mounier & al., 2020) : la numération orale qui concerne l'ensemble des apprentissages autour de la suite numérique et la numération écrite (i.e. la construction de l'écriture chiffrée) qui est axée sur deux aspects à travailler en parallèle (Tempier, 2010), à savoir l'aspect positionnel (la valeur du chiffre dépend de sa position) et l'aspect décimal (la base de la numération est la base 10, pour passer au groupement supérieur on utilise l'échange 1 contre 10). En numération, le code oral et le code écrit, qui n'ont pas les mêmes régularités, doivent être articulés. En effet, si 10 chiffres sont suffisants pour écrire l'ensemble des nombres (numération écrite), bien plus de mots sont nécessaires pour les dire ou les écrire en toutes lettres (treize, vingt-deux, cent-dix-neuf…). Relevons encore que les exceptions sont nombreuses dans la numération orale (onze, douze, treize...) et que le chiffre zéro ne se dit pas lorsque l'on prononce un nombre (par exemple 2042 se dit deux-mille-quarante-deux et non deux-mille-zéro-quarante-deux).

La section « Calculs » (en vert) se divise aussi en deux parties : le calcul automatisé et le calcul réfléchi. Le premier comprend le répertoire mémorisé (résultats immédiatement disponibles) et les procédures élémentaires mémorisées (traitements rapides de calculs qui s'appuient sur des résultats mémorisés et mettent en jeu certaines propriétés des nombres et des opérations). Quant au second, il s'agit de calculs pour lesquels l'élève doit mettre en place une procédure spécifique, s'appuyant sur les propriétés des nombres et des opérations (par exemple, l'associativité et la commutativité de l'addition). Une partie des procédures automatisées passe d'abord par le calcul réfléchi : ces deux formes de calculs sont ainsi en constante interaction et permettent un équilibre entre sens et technique (Butlen & Charles-Pézard, 2007). L'ajout de 10, par exemple, est tout d'abord travaillé en calcul réfléchi. Puis, à force d'entrainement, il intègre progressivement le répertoire mémorisé avant d'être totalement automatisé. Chaque élève augmente ainsi peu à peu, à son rythme, ses répertoires mémorisés, tout en élargissant les procédures de calcul réfléchi avec de nouveaux outils.

Enfin, la section « Résolution de problèmes » (en bleu) reprend les types de problèmes additifs et soustractifs, basés sur la typologie de Vergnaud[2] (1990), à travailler avec les élèves. À ces types de problèmes s'ajoutent des problèmes visant une première approche de la multiplication (par addition itérée ou liée au produit cartésien) ainsi que des problèmes de recherche. Ces derniers correspondent aux problèmes qu'Houdement (2017, p.7) qualifie d'atypiques et définit « par leur caractère non routinier, le fait qu'on suppose que les élèves ne disposent pas de stratégies connues pour les résoudre, qu'ils doivent en inventer de toutes pièces, en s'appuyant sur leurs connaissances passées, notamment leur mémoire des problèmes ».

[2] Pour plus de précisions concernant ces problèmes, voir annexe 1.

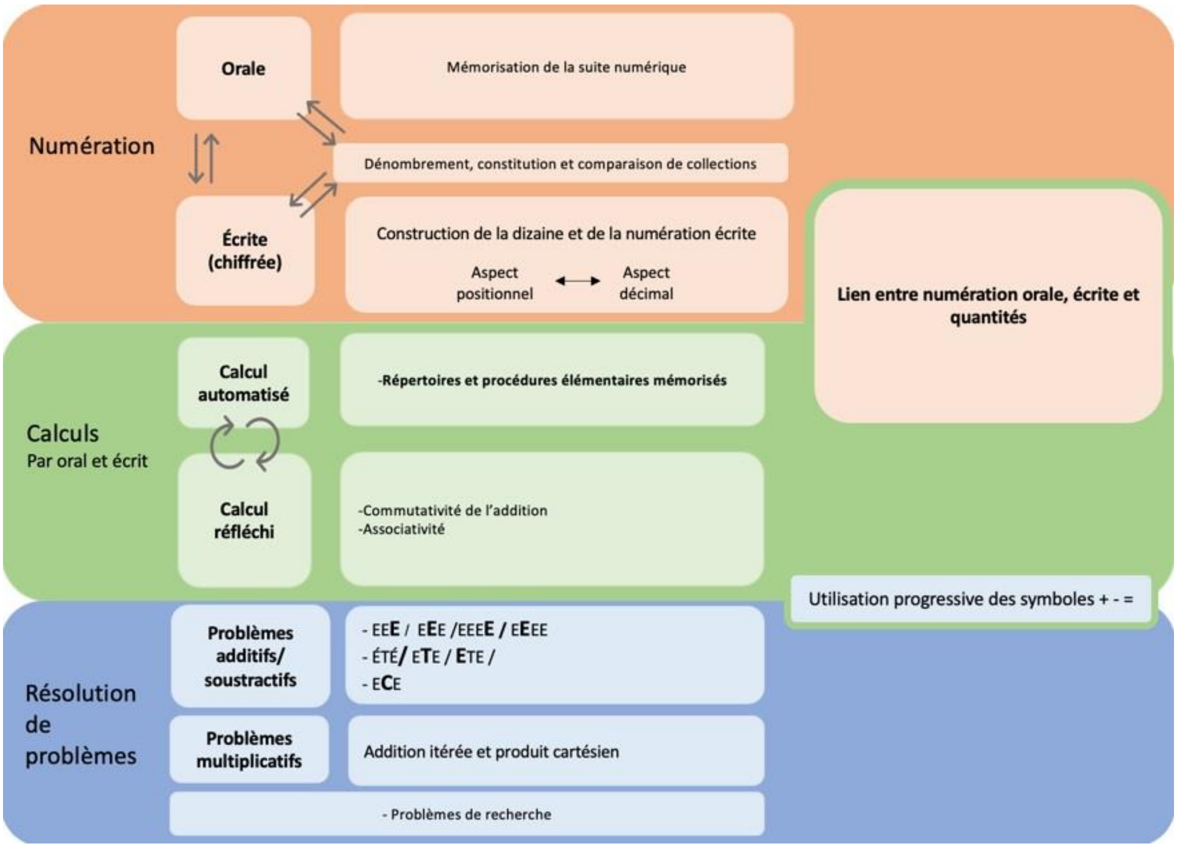


Fig. 8 : Structure globale du tableau des progressions s'appuyant sur la cartographie des savoirs visés en 3-4H sur la numération, le calcul et la résolution de problèmes

Pour identifier les apprentissages liés à ces savoirs et leurs progressions pour les degrés 3-4H, nous nous sommes basés, d'une part sur la proposition du guide français (MEN, 2021), et d'autre part sur la progression des apprentissages du Plan d'Etudes Romands (PER) (CIIP, 2010). Dans ce dernier, pour le cycle 1, les deux objectifs d'apprentissage concernés sont *Poser et résoudre des problèmes pour construire des représentations des nombres naturels* (MSN 12) pour ce qui concerne la construction de la numération et *Résoudre des problèmes additifs* (MSN 13) pour ce qui concerne le calcul et la résolution de problèmes.

Dans un premier temps, nous avons repris la progression proposée (sous forme de listes) par le guide et l'avons insérée dans la structure globale du tableau. Cette présentation a permis de mettre en évidence leur évolution au fil du demi-cycle – autrement dit de se représenter visuellement leur progression – et leurs liens. Dans un deuxième temps, nous avons repris et adapté cette progression pour en assurer une cohérence avec les objectifs du PER (CIIP, 2010). Par exemple, pour la section « Numération », le travail sur la petite comptine (de un à dix) et la grande comptine (de un à dix-neuf), spécifiques à la numération orale française (de soixante-dix à quatre-vingt-dix-neuf) a été supprimé. Pour la section « Calculs », le calcul posé (algorithme de l'addition en colonnes), déjà travaillé en France en CP, n'est abordé en Suisse romande qu'en cinquième année. Pour la section « Résolution de problèmes », les problèmes additifs de comparaison, à aborder en 4H selon le PER, ont été ajoutés. Par ailleurs, certaines adaptations ont également été nécessaires au niveau du vocabulaire utilisé, ou encore du domaine numérique afin qu'il soit en adéquation avec les attentes curriculaires.

Sur certains aspects, le tableau des progressions élaboré Fig. 9 présente l'avantage d'être plus détaillé que les progressions des apprentissages du PER. Dans son chapitre « Calculs » (MSN 13) par exemple, ce dernier mentionne uniquement l'« utilisation d'outils de calcul appropriés : calcul réfléchi avec possibilité d'utiliser un support (bande numérique, tableau des nombres,…), répertoire mémorisé, calculatrice ». Le tableau des progressions, quant à lui, spécifie explicitement des procédures à travailler avec les élèves en calcul réfléchi telles que l'ajout et le retrait de 1, 2 et 10, l'ajout et le retrait d'un nombre à 10 ou encore les presque doubles. Quant au MSN 12, seul le « dénombrement d'une collection d'objets, par comptage organisé, par groupements de 10 » fait référence à la construction de la dizaine, alors que le tableau précise que celle-ci se travaille sur deux aspects : positionnel et décimal. À l'inverse, le PER donne des précisions, dans le MSN 13, sur l'utilisation de matériel « en jouant (magasin, jeux de cartes, jeu de dés, …) », élément qui n'apparait pas dans notre tableau.

Le tableau élaboré offre une lecture plus large que celle du PER et met en relation des objectifs d'apprentissage et chapitres différents. En effet, le PER décrit les apprentissages des MSN 12 et 13 de manière disjointe alors que notre tableau les articule, en les présentant parallèlement sur trois sections (cf. Fig. 9). À titre d'illustration, cela permet de voir qu'un travail sur la mémorisation du répertoire additif enrichit la construction de la numération, en élargissant par exemple le domaine numérique. Réciproquement, l'extension du domaine numérique et la construction de la numération permettent d'enrichir le répertoire mémorisé et le calcul réfléchi. Ces compétences peuvent ensuite être réinvesties lors de la résolution de problèmes, de même que la résolution de problèmes étoffe les procédures de calcul réfléchi. Ces multiples liens, si importants, sont plus difficiles à voir dans le PER au vu du cloisonnement des compétences qu'impose sa structure.

Suite à l'ensemble des réflexions menées et adaptations réalisées, le tableau a finalement pris la forme suivante :

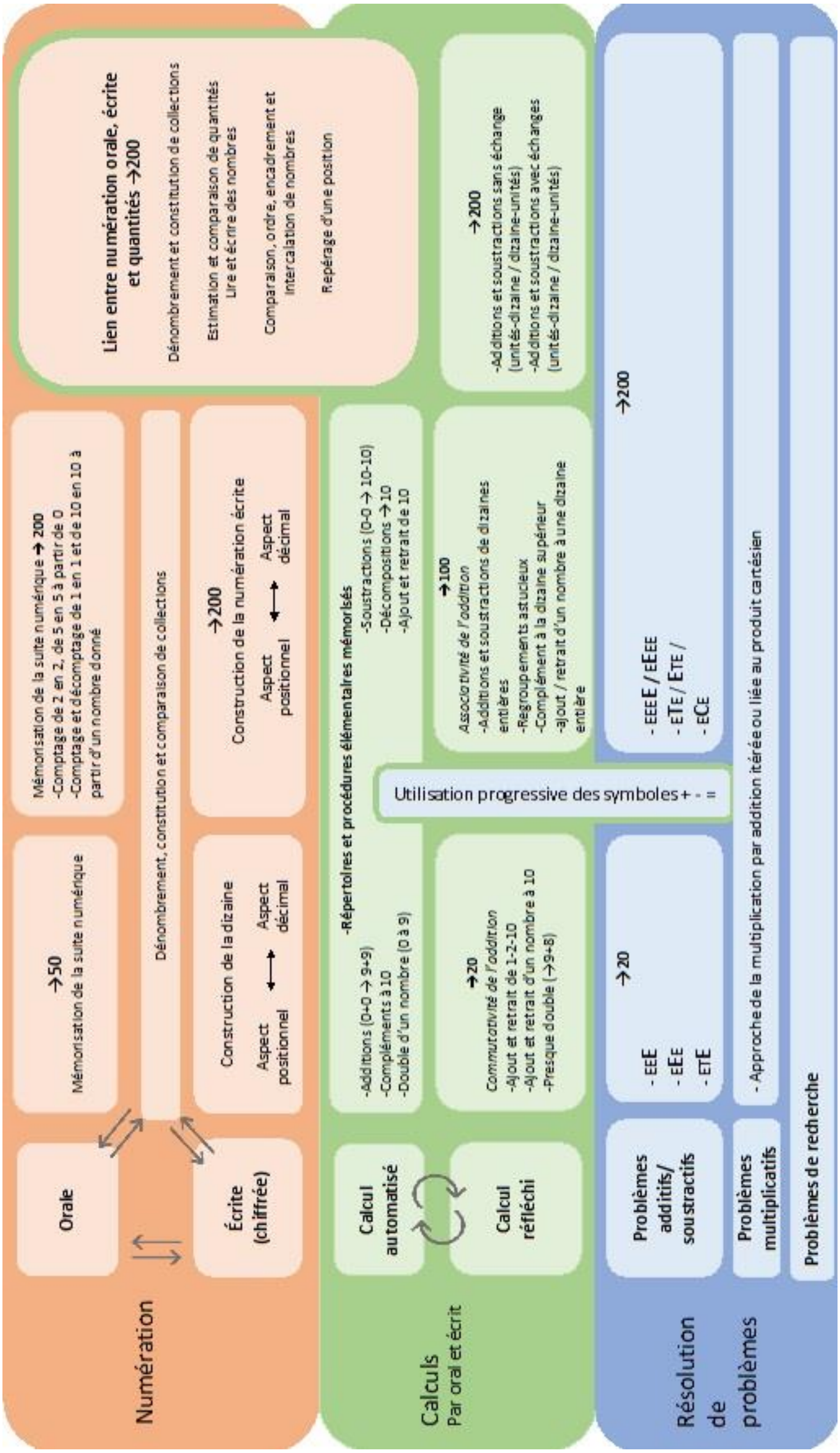


Fig. 9 : Tableau des progressions des apprentissages sur la numération, le calcul et la résolution de problèmes en 3-4H

Dans ce tableau, la progression de gauche à droite est à considérer de manière évolutive. Les apprentissages et savoirs travaillés en premier – soit ceux de gauche – doivent continuer à l'être au fil de l'année, en étendant progressivement le domaine numérique. Concomitamment, les apprentissages ayant déjà fait l'objet d'un travail sont élargis. Par exemple, en résolution de problèmes, ce sont tout d'abord des problèmes de types EEE (composition d'états) et ETE (transformation d'états) qui sont abordés en classe dans le domaine numérique de 0 à 20. Puis ils continuent à être traités, mais avec des nombres plus grands (jusqu'à 200), et de nouveaux types de problèmes, tels que les ECE (comparaison d'états), s'y ajoutent. Notons encore que deux éléments sont à cheval sur deux sections. En effet, l'« utilisation progressive des symboles » est autant travaillée dans la section « Calculs » que dans la section « Résolution de problèmes » et permet de lier ces deux sections. De même, la partie intitulée « lien entre numération écrite, orale et quantité » permet d'articuler le travail spécifique relevant de chacune des sections « Numération » et « Calculs ».

Ainsi, la présentation sous forme de tableau permet d'identifier rapidement, d'une part, les savoirs à travailler dans chacune des trois sections et la progression des apprentissages au fil de ces deux années de scolarité et, d'autre part, les liens entre ces sections. La lecture du tableau est donc double : horizontalement pour comprendre la progression d'une des sections et verticalement pour identifier les savoirs et progressions des apprentissages à travailler en parallèle. Relevons qu'il est important de ne pas rester uniquement dans l'une ou l'autre de ces lectures, mais de les lier pour comprendre la continuité et l'évolution. À titre d'illustration, les activités « Jouons avec la bande », « Les cibles » et « Les petits billets » (Annexe 2) couvrent les trois sections du tableau (respectivement *Numération orale*, *Calcul réfléchi* et *Résolution de problèmes EEE, ETE*). Travaillées en parallèle, elles permettent de lier la numération, le calcul et les problèmes, tout en les enrichissant mutuellement.

Notons encore que, le tableau se voulant très synthétique, une annexe à ce dernier a été rédigée (Annexe 1), précisant et exemplifiant certains apprentissages présentés lors de la formation. Le but de ce complément est de permettre aux enseignant·es de revenir sur un ou plusieurs savoirs, en fonction de leurs besoins. Cet étayage théorique est principalement tiré des textes d'ESPER[3].

Présentation des MER 3-4H

Les moyens d'enseignement romands pour la deuxième moitié du cycle 1 se structurent selon quatre axes thématiques du PER : *Espace*, *Nombres*, *Opérations* et *Grandeurs et mesures*. S'y ajoute une partie intitulée *Aide à la résolution de problèmes*. Chaque axe est ensuite découpé en un ou plusieurs chapitres, dans lesquels différents apprentissages sont visés. Par exemple, l'axe thématique *Nombres* est relié à l'objectif *Poser et résoudre des problèmes pour construire des représentations des nombres naturels* (MSN 12) du PER et se compose de deux chapitres : *Dénombrement et extension du domaine numérique et Comparaison et représentation du nombre*. Le premier propose quatre apprentissages visés (AV) et le second deux (Fig. 10).

---

[3] Les différents types de calculs :
https://www.ciip-esper.ch/#/discipline/5/4/objectif/38?sidepanel={%22contentType%22:%22LES_DIFFERENTS_TYPES_DE_CALCULS%22,%22fullscreen%22:false}

L'addition et la soustraction dans l'ensemble des entiers naturels :
https://www.ciip-esper.ch/#/discipline/5/4/objectif/38?sidepanel={%22contentType%22:%22LADDITION_ET_LA_SOUSTRACTION_DANS_LENSEMBLE_DES_ENTIERS_NATURELS%22,%22fullscreen%22:false}

Les nombres naturels – La numération de 3e à 6e) :
https://www.ciip-esper.ch/#/discipline/5/4/objectif/37?sidepanel={%22contentType%22:%22LES_NOMBRES_NATURELS_LA_NUMERATION_DE_3_SUP_E_SUP_A_6_SUP_E_SUP%22,%22fullscreen%22:false}

		3H	Nombre d'activités	4H	Nombre d'activités
Dénombrement et extension du domaine numérique	AV 1	Mémoriser et communiquer la suite des nombres de 0 à 50 (suite des mots-nombres et écriture chiffrée)	10	Mémoriser la suite des nombres de 0 à 200 en identifiant son organisation (écriture chiffrée)	7
	AV 2	Compter et décompter de 1 en 1 à partir d'un nombre donné, de 2 en 2 à partir de 0	6	Compter et décompter de 1 en 1, de 10 en 10 jusqu'à 100 à partir d'un nombre donné. Compter de 2 en 2 et de 5 en 5 à partir de 0. Reconnaître quelques suites numériques (pair, impair, …)	6
	AV 3	Passer du mot-nombre (oral ou écrit) à son écriture chiffrée et inversement de 0 à 50 dans un contexte ordinal et cardinal	7	Passer du mot-nombre (oral ou écrit) à son écriture chiffrée et inversement jusqu'à 200	6
	AV 4	Dénombrer et constituer une collection ayant un nombre d'objets inférieur à 50 et estimer le nombre d'objets d'une collection	11	Dénombrer et constituer une collection par comptage organisé, par groupements de 10, décomposer le nombre en unités et dizaines et inversement et estimer le nombre d'objets d'une collection	8
	Problèmes		2		4
Comparaison et représentation du nombre	AV 1	Comparer deux collections, deux positions sur une liste ordonnée	9		
	AV 2	Comparer, ordonner, encadrer et intercaler des nombres jusqu'à 30	6	Comparer, ordonner, encadrer et intercaler des nombres inférieurs à 100	5
	Problèmes		5		6

Fig. 10 : Apprentissages visés (AV) et activités de l'axe thématique « Nombres » en 3-4H

Quant à l'axe thématique *Opérations*, il est relié à l'objectif d'apprentissage *Résoudre des problèmes additifs* (MSN 13) du PER et se compose d'un chapitre en 3H et 4H intitulé *Addition et soustraction* qui propose également quatre AV. En 4H, un nouveau chapitre intitulé *Approche de la multiplication* s'y ajoute (Fig. 11.)

		3H	Nombre d'activités	4H	Nombre d'activités
Addition et soustraction	AV 1	Additionner et soustraire en situation	15		
	AV 2	Mémoriser le répertoire additif (somme inférieure ou égale à 10)	17	Mémoriser le répertoire additif (de 0+0 à 9+9) Mémoriser le répertoire soustractif (0-0 à 10-10)	11
	AV 3	Utiliser des procédures de calcul réfléchi pour additionner et soustraire	9	Utiliser des procédures de calculs réfléchis pour additionner et soustraire	23
	AV 4	Reconnaître et résoudre des problèmes additifs et soustractifs	3	Reconnaître et résoudre des problèmes additifs et soustractifs, anticiper un résultat	4
	Problèmes		5		11
Approche de la multiplication				Remplacer une écriture d'additions itérées par une écriture multiplicative et utiliser la touche « x » de la calculatrice pour effectuer la multiplication	3
	Problèmes				1

Fig. 11 : Apprentissages visés (AV) et activités de l'axe thématique « Opérations » 3-4H

Les activités proposées pour travailler ces différents apprentissages sont classées en activités de tuilage, d'introduction, d'entraînement et problèmes. À noter que les problèmes sont souvent en relation avec plusieurs AV, c'est pourquoi ils sont catégorisés de manière séparée.

Les deux axes thématiques *Nombres* et *Opérations* proposent au total 200 activités. Ce sont l'ensemble de ces activités que nous avons analysées avec le tableau des progressions créé. À noter que certaines de ces 200 activités comprennent parfois plusieurs sous-activités. Par exemple, « Calcul réfléchi » (3H) inclut quatre sous-activités : « Les cibles », « Les paniers », « Je regroupe » et « Je sais calculer ». Une même activité sur ESPER peut ainsi regrouper jusqu'à une dizaine de sous-activités distinctes traitant d'un même objectif avec des modalités pouvant varier.

Analyse des activités proposées pour les axes nombres et opérations dans les MER 3-4H à l'aide du tableau des progressions

Pour conduire cette analyse, nous avons étudié chaque activité proposée dans les axes thématiques *Nombres* et *Opérations* des nouveaux MER. Nous avons identifié le ou les savoirs visés dans l'activité, ainsi que la ou les progressions des apprentissages. Cette analyse a été effectuée sur la tâche demandée à l'élève telle que présentée sur ESPER. Autrement dit, nous n'avons pas caractérisé les différentes procédures possibles que l'élève pourrait mettre en œuvre pour résoudre la tâche ainsi que les potentialités de l'activité. Par exemple, pour l'activité « La couleur gagnante », dont la consigne est de « Préparez une collection avec un nombre d'objets plus petit que (plus grand ou égal à) celle que j'ai préparée », nous avons identifié le « lien entre numération orale, écrite et quantités » comme savoir visé et « estimation et comparaison de quantités » comme progression d'apprentissage. En effet, la collection témoin étant éloignée, le recours au nombre est nécessaire. Le dénombrement, en tant que procédure, n'a pas été caractérisé comme savoir visé.

Suite à l'analyse de l'ensemble de ces activités de 3-4H, nous avons comptabilisé, pour chaque degré, le nombre d'activités concernées pour chaque case du tableau (Fig. 12).

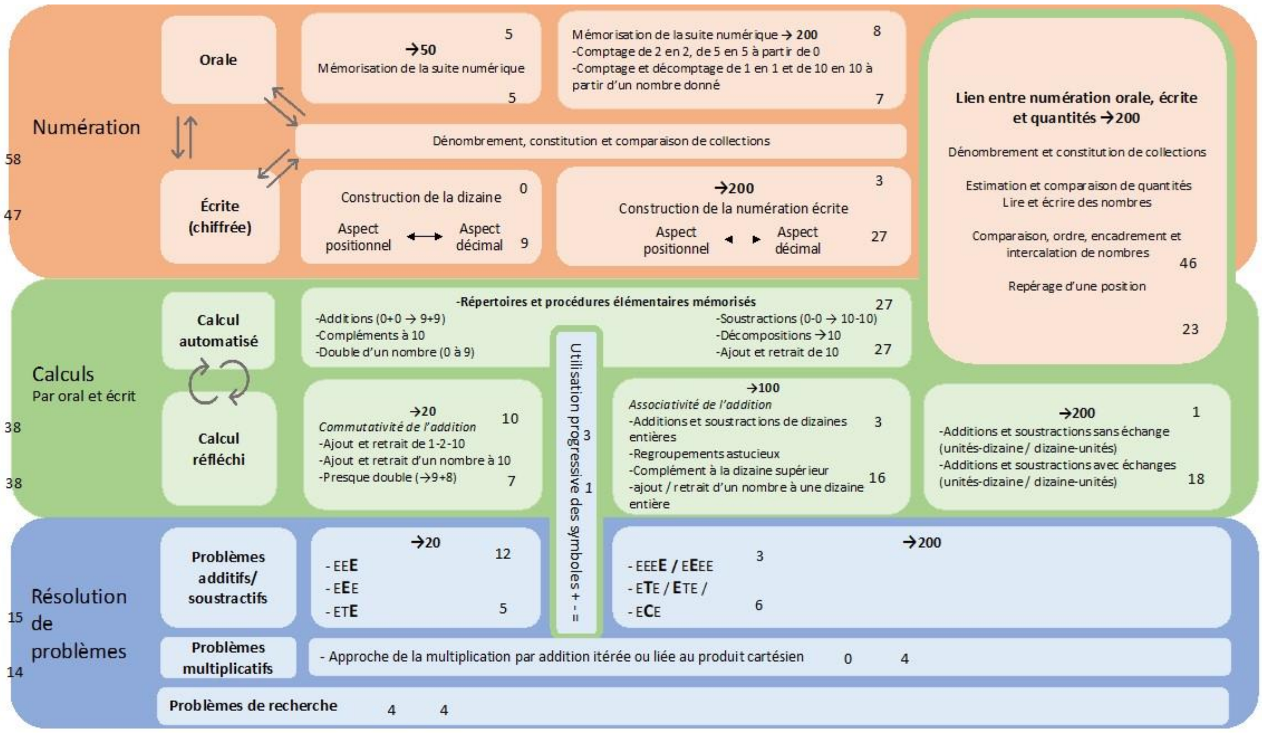


Fig. 12 : Répartition des activités des MER en fonction des savoirs et progressions des apprentissages visés et de l'année (en rose pour la 3H et en violet pour la 4H)

La figure 5 présente le nombre d'activités de 3H (en rose) et de 4H (en violet) en fonction des savoirs et progressions des apprentissages de chacune des cases du tableau. Il convient de souligner qu'une même activité a été comptée plusieurs fois si cette dernière touchait simultanément différentes cases. Par exemple, l'analyse de l'activité « Les petits billets », proposée en 3H, (Annexe 2) relève de la section « Résolution de problèmes », pour les problèmes additifs et soustractifs suivants : EEE/EEE/ETE et EEEE. Cette activité se retrouve ainsi comptabilisée dans les deux cases du tableau relatives aux problèmes additifs et soustractifs. Cela explique que la somme des activités en rose et en violet est plus grande que le nombre d'activités analysées. L'analyse met en lumière que l'ensemble des savoirs visés en 3-4H est travaillé à travers les activités proposées sur ESPER, selon la répartition suivante : 105 activités travaillent spécifiquement la numération (58 en 3H et 47 en 4H), 76 activités portent sur le calcul (38 en 3H et 38 en 4H) et 29 sur la résolution de problèmes (15 en 3H et 14 en 4H).

En ce qui concerne la section « Numération », l'analyse permet de constater que le « lien entre numération orale, écrite et quantités » est fortement représenté (69 activités soit 46 en 3H et 23 en 4H). Ce résultat n'est pas étonnant étant donné qu'il s'agit de la continuité du travail effectué en 1-2H où le lien entre quantités et numération orale se construit fortement. En 1-2H, 78 activités sur 194 travaillaient déjà cet aspect (Gardes & al., 2021). L'analyse met également en évidence que la construction de la numération écrite relève essentiellement d'apprentissages de 4H.

Pour la section « Calculs », l'analyse montre que les répertoires et les procédures mémorisés sont travaillés dès la 3H. Une analyse qualitative plus fine nous a permis de constater une évolution dans les types de répertoires et procédures travaillés. En 4H, par exemple les activités proposent un travail davantage sur le répertoire soustractif et l'ajout-retrait de 10. Pour le calcul réfléchi, nous remarquons une évolution entre les apprentissages visés en 3H et en 4H en regard du domaine numérique (qui augmente) et des procédures travaillées. Par exemple, l'ajout-retrait d'un nombre à une dizaine entière et le complément à la dizaine supérieure sont uniquement travaillés en 4H. Ceci est cohérent avec le fait que l'introduction de la dizaine et la construction de la numération écrite se font à ce degré-là.

Quant à la section « Résolution de problèmes », l'analyse met en évidence que le travail sur la résolution de problèmes additifs et soustractifs évolue entre la 3H et la 4H en fonction des types de problèmes proposés et du domaine numérique. Par exemple, les problèmes de comparaison ECE sont surtout travaillés en 4H, de même que les problèmes de type EEEE. L'approche de la multiplication est uniquement proposée dans certaines activités de 4H. Proportionnellement, cette section comporte moins d'activités que les deux premières, mais il convient de souligner que certaines activités, à l'image de « Problème du jour », proposent une cinquantaine de problèmes (avec une progression sur l'année) pouvant être utilisés comme rituel.

De manière générale, les MER semblent couvrir l'essentiel des savoirs relevés comme fondamentaux dans les recherches. Si l'on regarde un peu plus finement les savoirs concernant la numération écrite, l'aspect décimal, à savoir le rôle de « dix » dans la constitution des unités de numération successives (dix unités = une dizaine, dix dizaines = une centaine) (Tempier, 2010), ne figure pas explicitement dans les objectifs visés et n'est pas réellement travaillé à travers les activités proposées, tant en 3H qu'en 4H. Seules deux activités, à savoir « Jeux avec la calculatrice » (4H) et « Les devinettes » (3H), touchent en partie cet apprentissage. Dans ces deux activités, une consigne permet de mobiliser le savoir « une dizaine = dix unités ». A l'aide de la calculatrice, l'élève doit afficher un nombre à deux chiffres puis changer le chiffre des dizaines en utilisant le moins de touches possibles et sans utiliser la touche « Efface » ni le « 0 ». Cela contraint l'élève à comprendre qu'une dizaine = 10 unités puis à décomposer 10. Ces tâches étant peu nombreuses, similaires et assez spécifiques (avec utilisation de la calculatrice), elles ne peuvent suffire, à elles seules, à comprendre et entrainer l'aspect décimal de la numération écrite. Cela rejoint des constats déjà pointés par plusieurs recherches (Bednarz & Janvier, 1984 ; Tempier, 2010 ; Batteau & Clivaz, 2016). Paradoxalement, les textes disponibles sur ESPER soulignent l'importance d'un travail autour de l'aspect décimal du nombre, notamment pour :

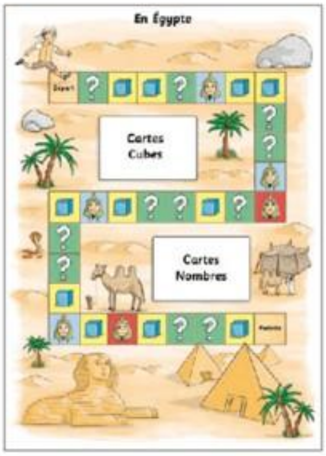
- écrire en chiffres le nombre d'objets d'une collection ;
- constituer une collection dont on connaît l'écriture en chiffre du nombre d'objets ;
- comparer deux nombres écrits dans notre système de numération écrite ;
- repérer et placer des nombres sur une droite graduée.

Bien que l'aspect décimal soit peu travaillé dans les activités de 3-4H telles que proposées sur ESPER, il convient toutefois de souligner que plusieurs d'entre elles ont le potentiel, moyennant quelques modifications souvent minimes, de couvrir cet aspect. Dans le cadre de la préparation de la formation continue pour l'introduction aux nouveaux MER de 3-4H, nous avons par exemple adapté l'activité de 4H « En Egypte » (Annexes 3 et 3bis), dont l'enjeu mentionné est « décomposer un nombre en unités et dizaines et inversement jusqu'à 99 ». Sur ESPER, elle se présente de la manière suivante (Fig. 13) :

Règle du jeu « En Égypte »

Matériel pour 4 à 6 élèves

- Un plan de jeu
- Un dé
- Des pions
- Des cartes nombres de 0 à 99
- 90 cartes cubes



Déroulement

Lancez le dé.

Si vous arrivez sur :


Prenez une carte nombre et dites le chiffre de dizaines et le chiffre des unités.
- Si la réponse est incorrecte, passez votre tour.


Prenez une carte cube et dites le nombre de cubes.
- Si la réponse est incorrecte, passez votre tour.


Rejouez.


Retournez sur la case « Départ ».

Le premier joueur qui arrive exactement sur la case « Arrivée » a gagné.

Fig. 13 : Activité « En Egypte »

Telle que proposée ici, seul l’aspect positionnel est travaillé, ce qui s’observe à travers les « cartes cubes » (Fig. 14). En effet, le nombre d’unités (cubes individuels) et de dizaines (barres de 10 cubes individuels) de ces cartes atteignant au plus 9, l’élève doit uniquement dénombrer les cubes individuels et/ou les barres de 10 cubes. Elles ne permettent ainsi pas de mobiliser l’aspect décimal, aucun échange entre unités et dizaines n’étant nécessaire

Nous avons alors fait évoluer les « cartes cubes » de manière à travailler aussi l’aspect décimal. Voici un exemple des nouvelles « cartes cubes » créées (Fig. 15).

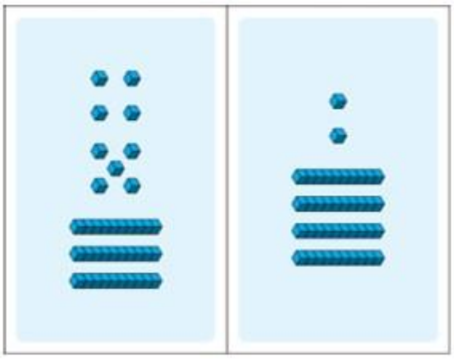


Fig. 14 : Exemples de cartes cubes

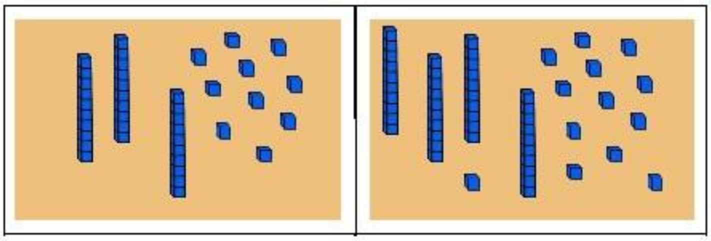


Fig. 15 : Exemples de cartes cubes modifiées

Fig. 16 : Exemples de nouvelles cartes nombres

En proposant plus de 10 cubes individuels (unités), cette adaptation requiert de la part de l'élève le passage par des regroupements d'unités en dizaines et, ainsi, un travail autour de l'aspect décimal. Dans ce même but et selon la même logique, d'autres cartes encore ont été élaborées (Fig. 16).

À travers cet exemple, on constate donc que l'adaptation de certaines tâches permet d'intégrer un travail autour de l'aspect décimal. Mais ces adaptations sont à la charge de l'enseignant.

Utilisation en formation

Durant les deux journées de formation continue pour les enseignant·es de 3-4H, un éclairage théorique sur la numération, les calculs et la résolution de problèmes arithmétiques leur est présenté. Le tableau des progressions représente une synthèse de ces apports et se veut donc un rappel théorique, mais surtout un outil utile pour la pratique des enseignant·es, en particulier pour la planification de l'enseignement des contenus mathématiques.

Lors de la formation, ce tableau est utilisé à plusieurs reprises. Les enseignant·es sont par exemple amené·es à y positionner une sélection de 12 activités extraites des nouveaux MER de 3-4H, en fonction des savoirs travaillés à travers chacune d'elles. Ils et elles ont à réaliser une analyse didactique de chaque activité (en prenant appui sur le tableau des progressions) pour en ressortir le ou les objectifs d'apprentissage mathématiques travaillés. Tant l'objectif principal que les autres savoirs et savoir-faire nécessaires pour réaliser l'activité sont à identifier. L'activité « Les petits billets » (Annexe 2), par exemple, permet de travailler en premier lieu la résolution de problèmes additifs et soustractifs (de type EEE et ETE), mais aussi le calcul réfléchi et automatisé (regroupements astucieux en mobilisant les répertoires mémorisés tant additifs que soustractifs). Précisons que le choix des activités à analyser a été fait de façon à ce que chaque case du tableau soit représentée par une activité et de manière à ce que l'activité illustre explicitement au moins un des apprentissages de la case en question. Une activité rituelle déjà fortement présente dans les classes a été ajoutée pour pallier au manque d'activités permettant de construire la dizaine. Il s'agit du rituel « Chaque jour compte » (Divisa & al., 2018).

A ce jour, les retours du terrain sont positifs. La visualisation sur une page, claire et facile de lecture, des progressions des apprentissages est appréciée. La nécessité de collaborer et se coordonner entre duettistes d'une classe travaillant chacun·e de son côté une des sections avec les élèves a aussi été relevée pour pouvoir tisser des liens entre ces domaines. Les précisions de l'annexe au tableau sont aussi pointées comme un apport. Nous ne disposons cependant pas d'informations quant à son utilisation effective sur le terrain, tant pour la planification que l'analyse des activités proposées aux élèves.

Ce tableau est donc une aide pour analyser des tâches. Il offre à la fois un regard global sur les trois[4] sections et une progression détaillée. Il permet de planifier l'enseignement au regard des savoirs à acquérir et de la progression des apprentissages.

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Dans le cadre de la formation continue sur l'introduction des nouveaux moyens d'enseignement romands de mathématiques destinée aux enseignant.es de 3-4H, un tableau des progressions a été élaboré. Celui-ci recense les principaux apprentissages à réaliser par les élèves de Suisse romande pour les degrés considérés pour les domaines des *Nombres* (numération) et des *Opérations* (calculs et résolution de problèmes). Il présente, de manière visuelle, d'une part l'évolution des apprentissages au sein d'un même domaine et d'autre part l'articulation et les liens entre les domaines sur les deux années scolaires. Ce tableau se veut un outil pour les enseignant.es et vise à les soutenir dans l'analyse d'activités de ces domaines et leur planification.

Signalons que l'analyse des activités, réalisée à l'aide de cet outil, est mise à disposition des enseignant·es, dans le but de leur permettre de rechercher rapidement des activités permettant de travailler un apprentissage visé en particulier. Le lien vers cette page Internet est accessible depuis le site dédié aux formations continues pour les nouveaux moyens d'enseignement conçu par la HEP Vaud[4].

BIBLIOGRAPHIE

Batteau, V. & Clivaz, S. (2016). Le dispositif de formation continue Lesson Study : travail autour d'une leçon de numération. *Grand N, 98*, 27-48. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/98n2_1552555015011-pdf

Bednarz, N. & Janvier, B. (1984). La numération : les difficultés suscitées par son apprentissage. *Grand N, 33*, 5-31. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/33n1_1563266854879-pdf

Butlen, D. & Charles-Pézard, M. (2007). Conceptualisation en mathématiques et élèves en difficulté. Le calcul mental, entre sens et technique. *Grand N, 79*, 7-32. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/79n2_1554796874332-pdf

CIIP (2010). Plan d'études romand. Repéré à www.plandetudes.ch

Croset, M.-C. & Gardes, M.-L. (2020). Une carte des connaissances pour la construction du nombre à l'école maternelle. *RMé, 233*, 117-127. https://www.revue-mathematiques.ch/files/4315/9195/2640/RMe-233-Croset.pdf

Divisa, A., Mastrot, G., Stoffel, H. & Croset. M. (2018). Quelles modalités pour construire un rituel de numération efficace au cycle 2 ? In *Actes du 45e colloque de la Copirelem : Manipuler, représenter, communiquer*. Juin 2018, Blois. http://www.circ-ien-strasbourg3.ac-strasbourg.fr/wp/wp-content/uploads/2021/06/ActesCopirelem.pdf

ESPER CIIP (sd). Espace des moyens d'enseignement romands. Repéré à www.ciip-esper.ch

Gardes, M.-L., Déglon, A., Javet-Schlegel, S., Turcotte, C. & Croset, M.-C. (2021). Analyse des activités proposées dans « Nombres & Opérations » des MER 1-2H. *RMé, 235*, 39-49. https://www.revue-mathematiques.ch/files/8516/2202/3376/RMe-235-Gardes.pdf

Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N, 100*, 59-78.

MEN (2021). Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP. https://eduscol.education.fr/media/3738/download

[4] https://sites.google.com/view/fcmermathshepl/home/home-3p-4p/tri-des-t%C3%A2ches?authuser=0

Mounier, E, Grapin, N. & Pfaff, N. (2020). Lire, écrire les nombres : Quelle place dans l'apprentissage des numérations au cycle 2 ? *Grand N, 106,* 31-47. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/106n2_1604488418614-pdf

Tempier, F. (2010). Une étude des programmes et manuels sur la numération décimale au CE2. *Grand N, 86,* 59-90. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/86n4_1554197732886-pdf

Vergnaud, G. (1990). Psychologie du développement cognitif et Didactique des mathématiques, un exemple : les structures additives. *Petit x, 22*, 51-69. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/22x4_1570439024060-pdf

ANNEXES

Annexe 1 : Annexe au tableau des progressions des apprentissages du nombre/opérations en 3-4H

- Le domaine numérique en 3-4P s'étend progressivement de 0 à 200, tant pour la **numération orale** qu'**écrite**.
- La **numération orale** concerne l'ensemble des apprentissages autour de la suite numérique :
  - le comptage et le décomptage de 1 en 1 et de 10 en 10 à partir d'un nombre donné ;
  - le comptage de 2 en 2 et de 5 en 5 à partir de 0.
- La **numération écrite** (construction de l'écriture chiffrée) est axée sur deux plans en lien constant qui doivent être travaillés en parallèle :
  - **l'aspect positionnel** : la valeur du chiffre dépend de sa position ;
  - **l'aspect décimal** : la base de notre numération est la base 10. Les différentes unités de numération (unité, dizaine, centaine, etc.) sont liées entre elles par des « relations » décimales. 10 unités = 1 dizaine, 10 dizaines = 1 centaine, etc. Sa construction passe par un travail autour des échanges, notamment les règles d'échanges 10 contre 1 / 1 contre 10.
- La mise en lien de la numération orale, écrite et de la quantité permet de travailler divers aspects du nombre dans le domaine numérique jusqu'à 200 : le dénombrement ; la lecture et l'écriture de nombres ; la comparaison, l'estimation, la constitution de collections ; l'encadrement, etc.

Ainsi, la compréhension de la numération orale et écrite facilite également l'acquisition du répertoire mémorisé, les procédures de calcul réfléchi et la résolution de problèmes.

- Le **calcul automatisé** comprend :
  - le **répertoire mémorisé** qui correspond à des résultats (de sommes, de différences ou de produits de deux termes) immédiatement disponibles. Il se construit au travers de situations et de matériel qui donnent du sens aux nombres. Des exercices rituels permettent notamment la mémorisation du répertoire sans passer par le calcul réfléchi. Exemples : répertoire additif, répertoire soustractif, compléments à 10, etc.
  - les **procédures élémentaires mémorisées** qui sont des traitements rapides de calculs s'appuyant sur des résultats mémorisés et mettant en jeu certaines propriétés des nombres et des opérations. Exemples : +1, -1, +10, -10, 20+7, décomposer un nombre (24=20+4 ou 2 dizaines et 4 unités), commuter les termes d'une addition, calculer un presque-double, etc.
- On parle **de calcul réfléchi** à partir du moment où l'élève doit, pour exécuter le calcul demandé, mettre en place une procédure spécifique. Le calcul réfléchi fait appel à la fois aux propriétés des nombres, aux propriétés des opérations et au répertoire mémorisé. Par exemple :
  - Soustraire un nombre à 10 : 10-6 / 10-4
  - Presque double (additionner 2 nombres qui ont 1 d'écart) : 7+6 / 12+13
  - Addition / soustraction de dizaines entières : 40+50 / 60-20 / 30+60
  - Commutativité : 4+3=3+4 / 6+25=25+6
  - Associativité : (3+4)+6 = 3+(4+6)
  - Regroupements astucieux (utilisation combinée de plusieurs techniques) : 6+7+4=6+4+7 (commutativité) =10+7 (compléments à 10) =17 (addition d'un nombre à 10)
- Le calcul réfléchi doit, dans un premier temps, se faire sans échanges unités-dizaine ou dizaine-unités (*p. ex.* : 29-7 / 45+3 / 78-5 / 91+8), puis avec échanges (*p. ex.* : 29+8 / 45-9 / 74+17 / 58-19).
- Le calcul automatisé et le calcul réfléchi se nourrissent mutuellement. Le calcul automatisé se construit en partie avec le calcul réfléchi. Ce dernier utilise le répertoire et les procédures mémorisés pour gagner en efficacité.
- Le domaine numérique s'étend progressivement de 0 à 200 et cela enrichit ainsi **la compréhension du système de numération et la résolution de problèmes.**

- Il existe différents types de **problèmes additifs et soustractifs :**
  - EEE : Composition de deux états (*p. ex.* : J'ai 3 pommiers et 6 poiriers. Combien ai-je d'arbres ?). Ce type de problèmes peut aussi se décliner en EEEE (*p. ex.* : J'ai 3 pommiers, 6 poiriers et 5 abricotiers. Combien ai-je d'arbres ?). Rechercher le composé EEE est plus facile que de rechercher un des états EEE (*p. ex.* : J'ai 9 arbres, 3 pommiers et des poiriers. Combien ai-je de poiriers ?).
  - ETE : Transformation d'état : état initial → transformation → état final (*p. ex.* : J'ai 15 billes, j'en gagne 7 à la récré. Combien ai-je de billes en rentrant en classe ?). Rechercher l'état final ETE est plus facile que de rechercher l'état initial ETE ou la transformation ETE (*p. ex.* : J'ai 22 billes après la récré alors que j'en avais 15 avant. Combien en ai-je gagné ?). Il est possible d'avoir plusieurs transformations successives (*p. ex.* : J'ai 15 billes, j'en gagne 7 puis j'en perds 9. Combien ai-je de billes ? 15+7=22 (1er ETE) et 22-9=13 (2e ETE)).
  - ECE : Comparaison d'états (*p. ex.* : J'ai 12 ans. Mon frère a 23 ans. Combien d'années a-t-il de plus que moi ?). Seule la comparaison ECE est recherchée en 3-4P.
- **L'approche de la multiplication** est travaillée en 4P avec :
  - L'addition itérée : il s'agit de l'addition répétée d'un même terme, pouvant être remplacée par une multiplication (*p. ex.* : 5+5+5+5+5+5=6x5).
  - Le produit cartésien : le nombre de cases d'une grille avec *a* lignes et *b* colonnes = *a* x *b*.

Numération, calcul et problèmes se travaillent en parallèle et s'enrichissent mutuellement.

Annexe 2 : Activités « Les petits billets », « Les cibles » et « Jouons avec la bande » (3H)

Les petits billets (1)

Aline a 4 jetons rouges et 8 jetons bleus.

Combien a-t-elle de jetons ?

Sur la table, il y a 5 jetons jaunes, 3 jetons rouges et 7 jetons bleus.

Combien y a-t-il de jetons sur la table ?

Il y a 9 jetons rouges et 4 jetons bleus par terre.

Combien y a-t-il de jetons par terre ?

J'ai 12 jetons, je perds 6 jetons.

Combien de jetons me reste-t-il ?

J'ai 11 jetons dans ma main droite et 6 jetons dans ma main gauche.

Combien ai-je de jetons ?

Je mets 5 jetons sur la table et je mets encore 9 jetons.

Combien y a-t-il de jetons sur la table ?

J'ai 13 jetons, je donne 5 jetons à mon ami.

Combien me reste-t-il de jetons ?

J'ai 15 jetons, mon ami me prend 6 jetons.

Combien me reste-t-il de jetons ?

Aline a 7 jetons, Ali a 6 jetons et Marie a 4 jetons.

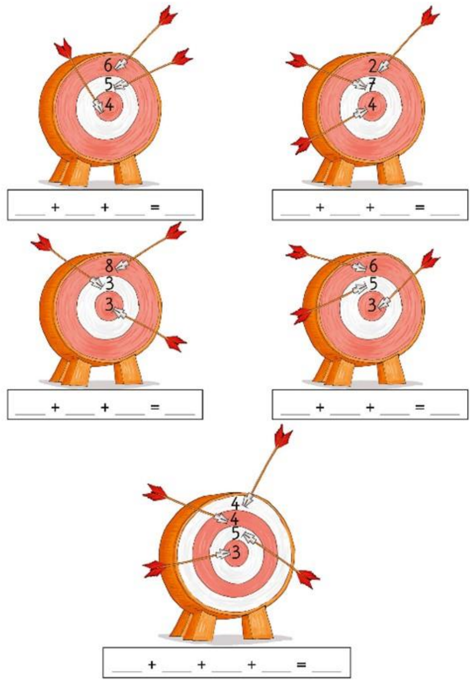
Combien les enfants ont-ils de jetons ensemble ?

14 jetons sont sur la table. Il y en a 5 qui tombent par terre.

Combien de jetons reste-t-il sur la table ?

Les cibles – Calcul réfléchi

Complète les additions sous les cibles en tenant compte de l'emplacement des flèches.



Le nombre caché

L'enseignant cache un nombre sur la bande numérique de la classe et les élèves notent sur une feuille ou sur leur ardoise le nombre caché. La validation se fait en découvrant le nombre caché.

Certains enfants peuvent nommer le nombre caché et d'autres peuvent écrire le bon nombre par déduction (en tenant compte de la régularité de la suite écrite des nombres), mais ne savent pas son « nom ». Par exemple, ils peuvent dire que le « quatre - sept » vient après le « quatre - six », mais ils ne savent pas dire « quarante-sept » ou « quarante-six ».

Pour cet exercice, l'enjeu est de s'approprier la règle de régularité de la suite numérique écrite en chiffres et non pas de nommer oralement le nombre caché.

Je m'arrête

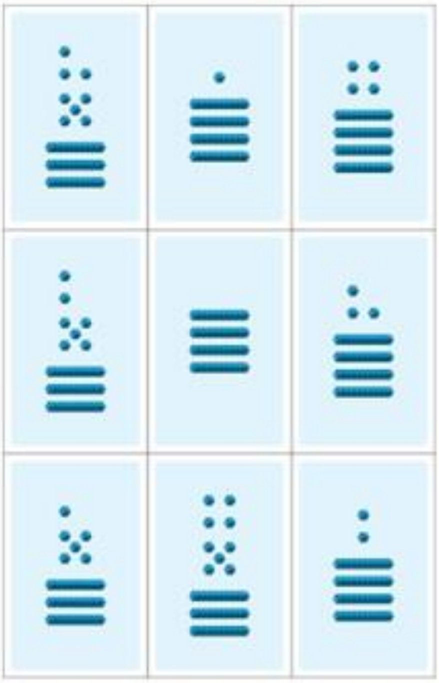
Un élève récite la suite numérique et s'arrête. Il interroge un autre élève qui doit nommer le nombre qui continue la suite. Le groupe valide la réponse.

Tu m'arrêtes

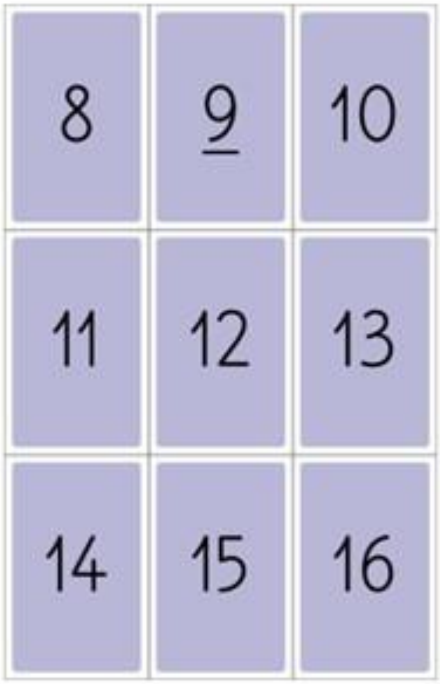
Un élève propose un nombre à un camarade, celui-ci récite la suite numérique et doit s'arrêter au nombre indiqué. Le groupe valide l'exercice.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Annexe 3 : Activité « En Egypte » (4H) telle que proposée sur ESPER

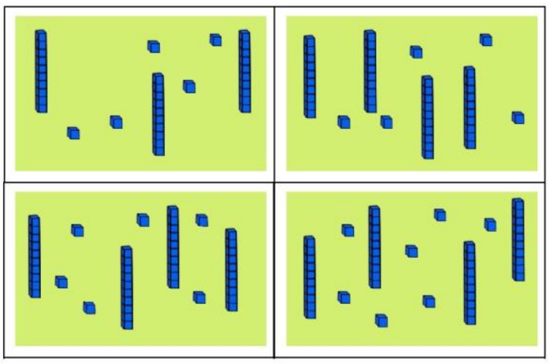


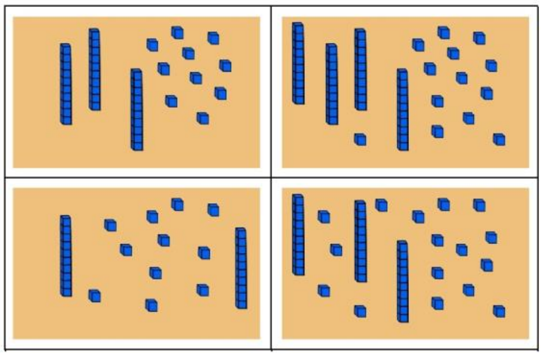
« Cartes Cubes » (90 cartes différentes)



« Cartes Nombres » (1-99)

Annexe 3bis : Activité « En Egypte » (4H) adaptée (exemples de cartes supplémentaires)





UN LABORATOIRE DE MATHEMATIQUES A L'ECOLE PRIMAIRE EN FRANCE

Adrien Ferreira de Souza, Élodie Labache, Bénédicte Cazals

Haute École Pédagogique du canton de Vaud, Lausanne, Suisse

Académie de Lyon, département de l'Ain, école Jean Calas (Ferney-Voltaire)

A la suite de différentes recommandations et études concernant les résultats des élèves français en mathématiques, les enseignants de l'école Jean Calas à Ferney-Voltaire (Ain – France) ont souhaité innover et enseigner autrement cette discipline. A partir de ces éléments et des apports lors de conférences et formations en mathématiques, les enseignants se sont engagés dans la mise en place d'un dispositif de type laboratoire de mathématiques. Cette étude porte donc sur ses effets à l'école primaire en France. L'article traite des choix pédagogiques et didactiques opérés, des intérêts et limites perçus de la mise en place d'un laboratoire pour les enseignant·e·s et leurs élèves. Il décrit également la gestion concrète du dispositif dans la classe.

Mots clé : expérimentation, formation, interactions, matériel, laboratoire de mathématiques

En 2018, le rapport Villani-Torossian indique que « les résultats des élèves français en mathématiques ne cessent de se dégrader depuis 12 ans, y compris pour les meilleurs d'entre eux. Ce constat est corroboré par celui de l'enquête internationale Pisa (Programme international pour le suivi des acquis des élèves), même si elle mesure surtout des connaissances ou compétences de base. » (Villani & Torossian, 2018, p. 4).

> L'évaluation Timss 2015 (Trends in International Mathematics and Science Study) n'est pas meilleure, elle place tout simplement la France au dernier rang des 19 pays participants. À juste titre le monde politique s'en inquiète et pointe une urgence : remédier à une situation socialement et économiquement calamiteuse qui, si elle n'est pas corrigée, obère notre avenir. (Ibid, p. 4)

Pour tenter de répondre aux inquiétudes de ces enquêtes, le ministère de l'Éducation Nationale a décidé de mettre en œuvre une mission portant sur l'enseignement des mathématiques. La demande était de repérer des leviers d'action, d'analyser les difficultés, d'identifier les points de blocage et de formuler des propositions concrètes et opérationnelles. A l'issue du travail de cette mission, les rapporteurs ont élaboré une série de 23 mesures (Ibid, p. 8). Parmi les recommandations, la mesure numéro 16 s'intitule « Laboratoire de Mathématiques ». En questionnement sur leurs pratiques d'enseignement des mathématiques, les enseignantes et les enseignants de l'école Jean Calas (Ferney-Voltaire – Ain) ont souhaité s'engager dans une expérimentation pour enseigner autrement les mathématiques dans les classes de CM1-CM2 (6H-7H, élèves de 10 à 11 ans). Lors d'actions de formations continues en mathématiques, le dispositif de laboratoire de mathématiques a été abordé brièvement. Les enseignant·e·s intéressé·e·s ont donc pris contact avec l'Inspecteur de la circonscription afin de s'engager dans la construction d'un laboratoire de mathématiques et construire un dispositif innovant d'enseignement des mathématiques.

L'article abordera dans un premier temps notre définition du laboratoire de mathématiques et les choix pédagogiques qui ont été faits pour sa mise en œuvre. Puis, nous partagerons les intérêts et les limites perçus de ce dispositif pour les enseignants et les élèves. Enfin, nous aborderons des éléments concrets de la mise en œuvre en classe.

COMMENT AVONS-NOUS DÉFINI NOTRE « LABO DE MATHS » ?

Le laboratoire est un dispositif dans lequel la mise en œuvre de situations de recherche permet de placer l'élève au sein d'une situation d'apprentissage faisant la part belle à l'expérimentation (Dias, 2008 ; 2009).

Comme cela est décrit dans les travaux de Dias (2008 ; 2022), le dispositif de laboratoire se caractérise par différentes conditions environnementales, s'organise pédagogiquement selon plusieurs étapes et s'appuie principalement sur des situations mettant les élèves en posture de recherche. La mise en œuvre d'un laboratoire nécessite donc de l'anticiper dans une phase de conception spécifique. Elle consiste à construire des situations en proposant souvent un problème de type ouvert, problème dans lequel l'énoncé n'induit ni la méthode, ni la solution. Le problème doit également se situer dans un domaine conceptuel avec lequel les élèves ont assez de familiarité (Arsac, 2018). Dans un second temps, le laboratoire permet aux élèves d'avoir des interactions, d'échanger, de proposer des hypothèses puis de les vérifier en utilisant les différents outils disponibles dans l'environnement, notamment en utilisant le matériel disponible. La dernière étape du laboratoire est celle de la structuration des savoirs qui permet le partage et le recueil des stratégies ainsi que l'institutionnalisation des connaissances (Dias & al., 2022, p. 14).

Fig. 17 : Les 3 étapes clés pour un projet de laboratoire (Dias & al., 2022, p.14)

La construction du laboratoire de Ferney-Voltaire s'est donc appuyée sur ces principes et nous avons aussi fait des choix pour nous approprier le dispositif. Nous souhaitions ainsi mettre les élèves dans une démarche expérimentale sur une compétence ciblée. En effet, nous avons essayé d'identifier dans la complexité des situations proposées une compétence cible (Benoit, 2014) rattachée aux programmes. Le fait de choisir cette cible permet notamment d'alléger les tâches annexes. Un autre choix important a été de travailler ces situations de recherche en petits groupes afin de faciliter au maximum les interactions avec le matériel et entre pairs comme cela est décrit dans les travaux de Dias *et al.* (2021). Cela a également impliqué de repenser l'ensemble de l'espace classe en fonction de l'activité des élèves au sein de chaque atelier du laboratoire. L'aménagement de l'espace classe sera développé ultérieurement dans l'article. Enfin, en prenant appui sur les ressources à notre disposition, nous avons souhaité que la phase *d'opérationnalisation des savoirs* (Dias & al., 2021) soit intégrée au sein de notre dispositif (Fig. 17). Quatre ateliers différents ont été proposés : je cherche, je m'entraîne, je joue et je progresse.

- L'atelier « je cherche » propose une situation de recherche à partir d'un problème ouvert. Cet atelier correspond au dispositif de recherche expérimentale tel qu'il est décrit dans la Fig. 18 ci-dessous.
- Les trois autres ateliers « je m'entraîne », « je joue » et « je progresse » sont au service de la phase d'opérationnalisation des savoirs telle qu'elle est décrite dans la Fig. 18. Cette phase permet aux élèves de s'entraîner et de transférer leurs apprentissages dans différents contextes.

Les fonctionnements du dispositif, des différents ateliers et leurs articulations seront définis dans les paragraphes suivants.

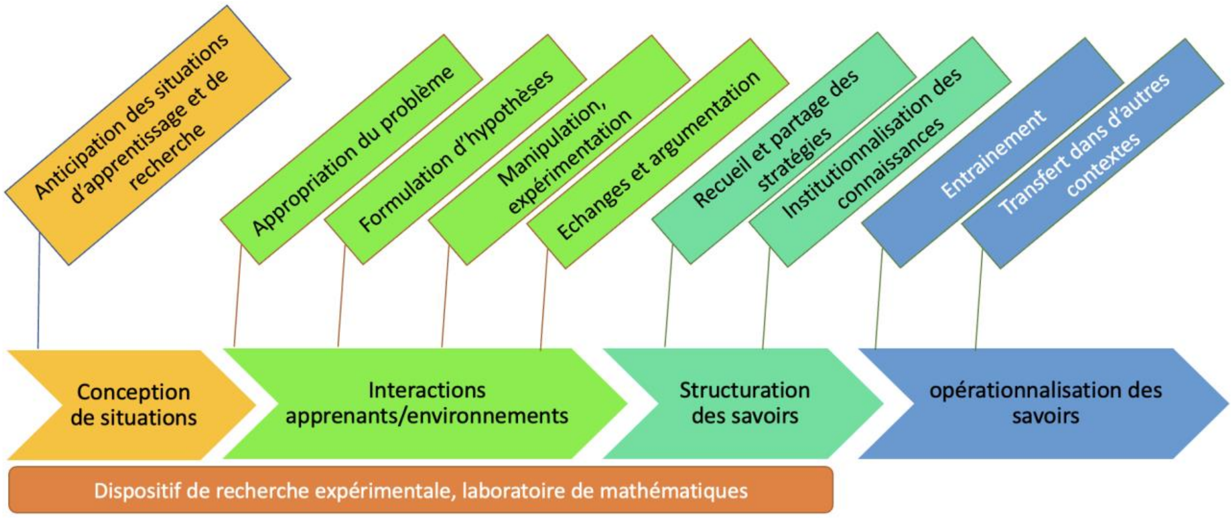


Fig. 18 : Présentation du laboratoire des mathématiques (Dias & al., 2021)

QUELS CHOIX PÉDAGOGIQUES ONT CONDITIONNE LA MISE EN ŒUVRE DE NOTRE LABORATOIRE ?

Fonctionnement du dispositif

Les élèves sont répartis en 4 ateliers qui sont décrits ci-après.

- « Je cherche » : atelier encadré par l'enseignant·e.

Les élèves sont en situation de recherche et doivent trouver des stratégies de résolution à l'aide de différents supports et outils. La situation de recherche est au cœur du dispositif. Les élèves observent, questionnent, cherchent, testent, émettent des conjectures, les valident ou non à l'aide de preuves ou de contre-exemples. Une situation dans le cadre d'un atelier « je cherche » est proposée en annexe. Les élèves doivent, dans un premier temps, associer des bouts de ficelles de longueur différentes avec les périmètres de différents objets mis à disposition. Puis, la seconde étape est de comparer les longueurs de ficelles afin de classer les périmètres du plus petit au plus grand.

- « Je m'entraîne » : atelier en autonomie.

C'est une phase d'entraînement. Les élèves réalisent des exercices d'application sur le cahier de mathématiques. Le domaine d'apprentissage est de mieux en mieux maîtrisé par l'élève. Ils appliquent, conceptualisent, mémorisent. Une fiche de travail d'un atelier « je m'entraîne » est proposée en annexe. Cette fiche de travail permet aux élèves de s'entraîner dans les calculs et comparaisons de périmètres à partir d'exercices plus systématiques, comme ceux qui existent dans de nombreux manuels. Il s'agit dans cette fiche de calculer le périmètre de trois rectangles puis de les classer. En seconde partie de fiche, les élèves partent de la description d'un carré, rectangle et triangle pour calculer leur périmètre à partir de la longueur de leurs côtés en donnant l'unité adaptée.

- « Je joue » : atelier en autonomie.

Les élèves réinvestissent ou développent des compétences à travers le jeu et la manipulation. C'est une phase d'approfondissement qui permet de renforcer les apprentissages grâce à la mise en place de stratégies et une réflexion mathématique. Pour que le jeu soit adapté à l'hétérogénéité des élèves et que chacun puisse y trouver un défi adapté, l'enseignant·e peut jouer sur les variables didactiques. Par exemple, dans « faire le tour grâce aux périmètres » proposé en annexe, sur un même plateau de jeu, les élèves peuvent avoir des cartes défis différentes, repérées par un nombre d'étoiles pour identifier un niveau d'exigence pour chaque couleur. En annexe, la fiche de jeu est proposée, celle qui donne les règles du jeu qui consiste à réussir des défis tirés au sort pour dessiner, calculer, chercher un périmètre. Le support de jeu et les cartes sont disponibles sur le site du laboratoire.

- « Je progresse » : atelier en autonomie.

Les élèves consolident et valident leurs acquis à partir d'une fiche de suivi individuel. C'est un temps de renforcement et d'évaluation. Ils se préparent aux évaluations avec des exercices autocorrectifs. Si les exercices autocorrectifs sont validés, ils peuvent passer une évaluation de la compétence en cours ou une évaluation d'une ancienne compétence non acquise. Les ateliers sont organisés sur deux jours avec des groupes hétérogènes dont la composition est réfléchie par l'enseignant·e. Les groupes varient au cours des périodes. Une fiche de travail d'un atelier « je progresse » est proposée en annexe. Les élèves disposent cette fois d'une fiche en auto-correction pour mesurer et comparer des périmètres. Dans la première partie, ils doivent calculer et comparer les périmètres de trois polygones, la seconde étape demande la construction de deux figures différentes ayant un même périmètre, et la dernière étape est le calcul de périmètre d'un terrain de rugby.

L'aménagement de l'espace

Un espace est dédié à chaque atelier. La disposition en « U » pour la situation de recherche doit faciliter les phases d'appropriation du problème, la formulation des conjectures et la mise en commun. Les élèves, pendant les temps d'expérimentation, ne sont pas assis et se déplacent pour échanger, manipuler. Les îlots facilitent les jeux mathématiques. Les modalités en binôme ou en individuel sont privilégiées pour les situations d'entraînement et d'évaluation (Fig. 19). Les élèves ne sont plus à une place fixe. L'aménagement est au service de l'enseignement. L'espace classe est organisé en fonction des besoins des élèves et de leur activité au sein des différents temps de travail. Il apparaît aujourd'hui nécessaire de repenser la forme des organisations scolaires. C'est un sujet au cœur de nombreuses initiatives (archiclasse, programme 3-4-5) et recherches (Connac & al., 2022 ; Leroux & al., 2021 ; Thiébaud & al., 2019 ; Sanchez & Jouneau-Sion, 2010), à la fois dans des mouvements comme la classe flexible, mais plus globalement sur la mise en réflexion des différents espaces, dans la classe et au-delà, en réponse aux besoins des élèves afin de garantir leur bien-être et favoriser l'apprentissage et la réussite de tous.

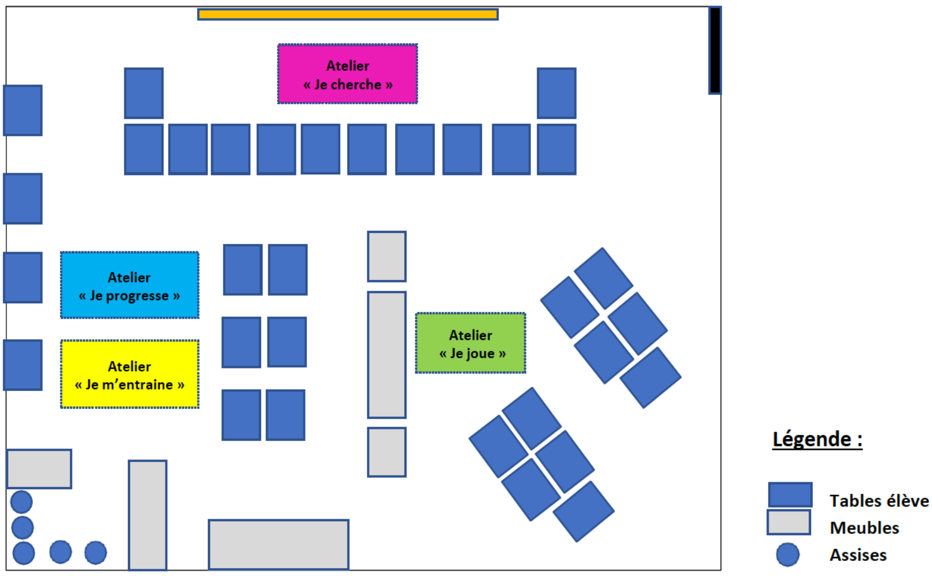


Fig. 19 : Proposition d'aménagement de la salle de classe pour le dispositif « Labo de Maths »

INTÉRÊTS ET POINTS DE VIGILANCE POUR L'ENSEIGNANT·E

Dans l'organisation de la classe

L'entrée dans le dispositif « Labo de Maths » implique de s'approprier son organisation générale en s'appuyant sur les différents outils ou ressources à disposition : le blog, les documents d'appui, les enseignant·e·s de l'équipe… Elle s'appuie sur la volonté de donner un rôle fondamental aux élèves dans le processus de recherche et implique pour l'enseignant·e de lâcher prise et d'adopter une posture professionnelle particulière. Le cœur du dispositif est la situation de recherche. Aussi, il est nécessaire de veiller à la compréhension de ses enjeux et à la place centrale de l'atelier « Je cherche ». La clé de la réussite de cet atelier s'inscrit dans une analyse *a priori* fine à partir d'une vraie situation de recherche, comme cela est décrit dans la démarche expérimentale en sciences (Sanchez & Jouneau-Sion, 2010) et dans la partie 1 des 7 étapes de la construction du laboratoire de mathématiques (Dias & al., 2022, p. 16). La seconde étape, celle de l'appropriation du problème par les élèves est également un point de vigilance. Il est nécessaire qu'au préalable, les enseignant·e·s qui n'ont pas conçu les situations de recherche puissent se les approprier : enjeux didactiques, analyse *a priori*… Cette phase d'enrôlement doit permettre l'entrée dans l'activité. Elle est conditionnée à la fois par l'aménagement de l'environnement qui comprend l'espace et le matériel mis à disposition ainsi que par l'anticipation des moments clés. Cette phase de préparation implique que l'enseignant·e doit être très organisé·e, rigoureux·euse dans le suivi des élèves (fiche de suivi individuel, tableau de compétences…), proactif pour anticiper le matériel, le rangement, le stockage et l'organisation des outils…

Le dispositif présenté ci-dessus a contribué à faire évoluer les pratiques de classe et les gestes professionnels des enseignant·e·s dans leur posture, leur rôle dans les différentes phases d'apprentissage (enrôlement, observations des élèves pour un étayage plus juste…). Ce changement de posture a permis aux collègues d'être davantage en observation de leurs élèves pour progressivement les conduire à développer leur autonomie (Elie, 2015 ; Raab, 2016). L'enseignant·e assure la mise en activité de l'atelier « je cherche » ainsi que la phase d'institutionnalisation mais laisse les élèves chercher ensemble et peut donc observer les stratégies et échanges de cet atelier mais aussi observer les autres ateliers. Le laboratoire vise à rendre les élèves actifs. Les temps d'observation doivent permettre à l'enseignant·e d'accompagner ceux à besoins particuliers dans le suivi de leur travail (évaluations, mise au travail, régulation…) et accompagner tous les élèves dans leurs projets d'apprentissages en mathématiques afin qu'ils soient véritablement acteurs (Egron, 2022). La distinction entre les élèves actifs et les élèves acteurs s'inscrit d'abord dans la création progressive d'intentionnalités chez les élèves qui font progressivement des choix. Le temps hebdomadaire de régulation facilite et améliore le suivi des élèves. En effet, il est institué chaque semaine comme un passage obligé d'évaluation formative. Il permet de faire une photographie hebdomadaire des progrès des élèves et ainsi de les mettre en perspective pour la ou les semaine·s suivante·s. Lors de ce temps de régulation l'enseignant·e a plusieurs options pédagogiques : proposer des groupes de besoins afin de consolider les connaissances, répondre individuellement à un besoin d'élèves. Il peut également organiser un temps d'automatisation en calcul ou encore un temps de jeu pour affiner les stratégies et faire verbaliser de nouveau les procédures pour les institutionnaliser.

Cette conception du laboratoire de mathématiques, si elle semble complexe dans sa dimension de « lâcher-prise » pour l'enseignant, présente l'avantage d'alléger le temps de correction de l'enseignant·e grâce aux différentes modalités d'évaluation présentées ci-après. En effet, les élèves s'auto-évaluent dans les ateliers « je progresse » et « je joue ». Il serait tout à fait possible de déléguer la correction de la phase « je m'entraîne » à une évaluation entre pairs pour que l'enseignant·e ne s'occupe que de l'atelier « je cherche ». Dans la première phase d'expérimentation, l'équipe a choisi que l'atelier « je m'entraîne » soit corrigé par la ou le·s enseignant·e·s.

Au niveau de l'équipe de cycle

Au niveau de l'équipe de cycle et plus globalement de l'équipe d'école, le laboratoire a permis de faire monter en compétences les enseignant·e·s en didactique des mathématiques, de créer une cohésion d'équipe, d'harmoniser les pratiques pédagogiques. En effet, il a impliqué de nombreux temps de co-création, co-préparation et de concertation en s'appuyant sur des temps d'analyse réflexive afin d'établir des analyses *a priori*. Cela a contribué au développement d'un collectif professionnel au sein de l'école dans un premier temps, avant de s'étendre à d'autres écoles dans un second temps. Ce travail conjoint a permis d'améliorer les contenus didactiques (progressions, situations de recherche…) proposés aux élèves, leur mise en œuvre en classe ainsi que leur mise en cohérence au sein du cycle. Si l'activité peut sembler chronophage au départ, l'appui sur le dispositif existant explicité présentement limite ces temps de conception qui deviennent davantage des temps d'appropriation.

Après avoir présenté les incidences pour les enseignant·e·s dans leurs pratiques professionnelles, nous souhaitons nous intéresser à ce que cette expérience de laboratoire de mathématiques apporte aux élèves.

INTÉRÊTS ET POINTS DE VIGILANCE POUR L'ÉLÈVE

Pour les élèves, le dispositif du laboratoire de mathématiques peut bousculer certaines habitudes du contexte scolaire traditionnel. En effet, il incite les élèves à se déplacer et à s'approprier les outils d'aide, s'autoriser à les utiliser, choisir les bons outils… Pour faire ces choix, les élèves doivent progressivement apprendre à apprendre et apprendre à se connaître. L'enseignant·e doit donc faire appel à différentes ressources de la métacognition (Proust, 2021). Il accompagne les élèves progressivement vers une meilleure connaissance d'eux et de leurs besoins. Le dispositif implique beaucoup de supports et matériel, les élèves doivent ainsi faire face aux défis du rangement et du respect des organisations personnelles et collectives (gestion des évaluations, rangement des documents…). Une partie des activités proposées dans ce laboratoire s'appuie sur le fait que les élèves travaillent seuls, se gèrent seuls. C'est le cas pour « je m'entraîne », « je progresse » et « je joue ». Il n'est pas toujours aisé pour les élèves de se mettre au travail seuls aussi bien pour l'entrée dans l'activité que pour le maintien de l'orientation (Bruner, 2011, p. 278). Par exemple, afin de soutenir l'engagement et faciliter l'entrée dans l'écrit, les élèves à besoins éducatifs particuliers ont la possibilité de travailler sur des fiches à compléter avec davantage de guidage que les autres élèves.

Le laboratoire de mathématiques facilite l'engagement des élèves dans les apprentissages. C'est ce qu'ont montré des observations réalisées par l'École Académique de la Formation Continue (EAFC). A partir de grilles d'observation, ils ont identifié que la grande majorité des élèves (plus de 90%) mettent moins d'une minute à rentrer dans la tâche dans les ateliers en autonomie.

La volonté dans le laboratoire est de permettre aux élèves d'avoir des activités riches et variées : manipuler, chercher, coopérer, échanger, faire des hypothèses, expérimenter, jouer, développer des attitudes de coopération, d'autonomie et de tutorat. Il est l'occasion pour les élèves de se situer par rapport à l'acquisition de leurs compétences, de les rendre ainsi conscients et acteurs de leurs parcours d'apprentissage. Ces activités se situent à différents niveaux d'exigence cognitive (Anderson & Krathwohl, 2001) et cela fait partie pleinement du temps d'analyse préalable nécessaire à l'enseignant afin de s'assurer qu'elles se situent dans leur Zone Proximale de Développement (Vygotsky, 1978).

Le dispositif présenté est organisé pour des petits groupes d'élèves. Cela facilite la prise de parole des « petits parleurs », les interactions entre élèves, les demandes d'aide et permet d'avoir une attention particulière et individuelle pour tous les élèves, notamment ceux à besoins particuliers. En effet, la modalité de travail en groupes réduits de 12 élèves au maximum permet de prendre plus facilement la parole et d'interroger l'enseignant.e ou ses pairs. Cette forme de laboratoires de mathématiques donne le temps nécessaire pour acquérir les compétences en privilégiant un apprentissage massé sur une compétence, en laissant aux élèves le temps dont ils ont besoin pour s'entraîner, en décidant du moment opportun pour s'évaluer. Par exemple, certains élèves réalisent les évaluations au fur et à mesure de l'acquisition des compétences tandis que d'autres préfèrent attendre la fin de la séquence pour passer l'ensemble des évaluations. Le temps de régulation vise à accompagner tous les élèves vers la réussite, en donnant plus de temps à celles et ceux qui en ont besoin, en proposant d'autres modalités d'étayages et des évaluations différenciées. Ce temps de régulation contribue comme l'ensemble du dispositif à redonner confiance aux élèves en difficulté en mathématiques afin d'avoir une meilleure image de soi. Leur sentiment d'efficacité personnel (Bandura, 2019) devient positif parce que le laboratoire les aide à réussir, à valoriser leurs différents niveaux de réussite, en rendant visibles leurs progrès. Le dispositif permet un engagement serein dans les différentes modalités d'évaluation qui lui redonnent tout son sens en mettant en valeur le travail des élèves. Les élèves disent clairement leur plaisir et leur satisfaction à faire des apprentissages mathématiques dans les conditions proposées dans le laboratoire.

RETOURS D'EXPÉRIENCE D'UNE PREMIÈRE PHASE D'EXPÉRIMENTATION

La mise en place du projet démarre en septembre 2018. Le dispositif a été proposé en conseil de cycle et tout·e·s les enseignant·e·s ont accepté de s'investir dans cette expérimentation. L'ensemble des élèves de CM1 /CM2 (soit 3 classes) de l'école est concerné (élèves de 10 à 11 ans). Le dispositif a été mis en place sur l'ensemble de l'année scolaire et tous les élèves de l'école ont pu en bénéficier, a minima, à raison de 5 séances par semaine. Depuis, l'expérimentation se prolonge et chaque année l'ensemble des élèves de CM1/CM2 de l'école bénéficie de ce dispositif. Dans une perspective de pérennisation, l'enseignement des mathématiques avec le *Labo maths* est inscrit au projet d'école 2021/2028. Il fait aussi l'objet d'une labellisation par le secteur innovation de l'École Académique de la Formation Continue (EAFC) de Lyon.

Voici quelques éléments de diffusion du dispositif à différents niveaux et les freins rencontrés :

Au niveau de l'école primaire Jean Calas à Ferney-Voltaire ;

- 10 enseignant·e·s formé·e·s au cycle 3 (élèves de 10 à 11 ans) depuis le début de l'expérimentation ;
- 5 enseignant·e·s formé·e·s au cycle 2 (élèves de 6 à 9 ans) ;
- 2 enseignant·e·s formé·e·s au cycle 1 (élèves de 2 à 6 ans) ;
- 350 élèves ont bénéficié de deux années consécutives du dispositif labo maths ;
- dispositif en cours d'élaboration au cycle 2.

Les collègues qui ont découvert le dispositif en arrivant dans l'école ont pu faire valoir l'intérêt de l'harmonisation des pratiques dans le cycle, avec notamment des outils communs et une organisation commune qui permettent une meilleure continuité dans les apprentissages pour les élèves sur les deux années de cycle 3 (CM1/CM2, élèves de 10 à 11 ans). Cela favorise les échanges et les questionnements d'ordres pédagogique et didactique, ainsi que des retours de séances quotidiennes grâce à un objet commun de travail. Cela encourage le partage de retours d'expérience sur les séances menées en s'appuyant sur les réussites et difficultés des élèves afin d'apporter des aides, adapter les séances de régulation et améliorer les contenus proposés. Cela explique que le dispositif est en évolution constante grâce aux apports des différents protagonistes. Un autre intérêt se situe dans l'essaimage du *labo maths*. En effet, les professeurs des écoles ayant quitté l'école et qui ont connu le dispositif sont ceux qui en parlent le mieux et ils souhaitent en très grande majorité le poursuivre et donc le mettre en place dans leur nouvelle école.

LES DIFFÉRENTES FORMES D'ÉVALUATION

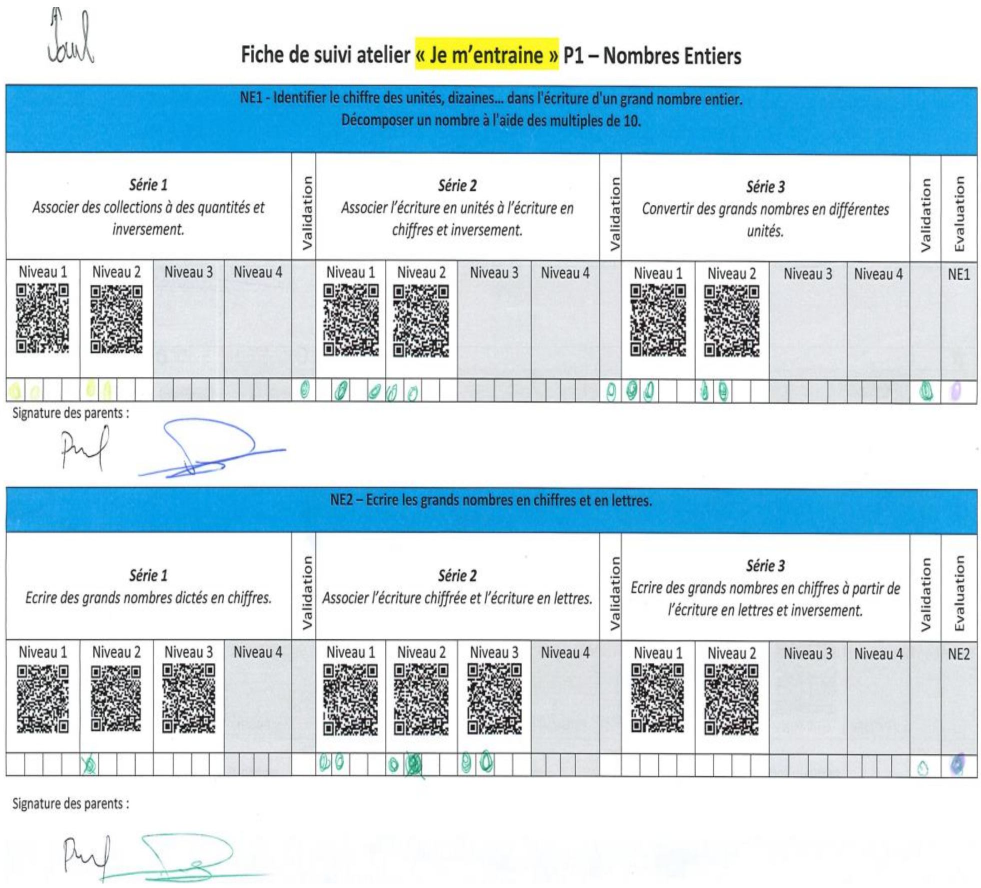
Deux modalités d'évaluation sont utilisées dans le dispositif du laboratoire de mathématiques.

Les ateliers correspondent à l'évaluation pour apprendre

Cette première modalité d'évaluation aide les élèves et pilote les apprentissages : c'est une évaluation pour l'apprentissage (Florin et &., 2023, p. 42). L'évaluation permet à l'enseignant·e et à l'élève d'échanger, de verbaliser les réussites, les procédures et les défis qu'il reste à relever. On peut alors mesurer le chemin parcouru, celui qu'il reste à parcourir. L'élève ou l'enseignant·e colorie le rond de la couleur obtenue lors de chaque atelier :

- en violet si les critères sont dépassés : 100% de réussite
- en vert si les critères sont atteints : 75 à 99% de réussite
- en orange s'ils sont partiellement atteints : 30 à 74 % de réussite
- en rouge s'ils sont non atteints : moins de 30% de réussite

L'enseignant·e valide les compétences des ateliers « Je cherche » et « Je m'entraîne ». Les élèves s'évaluent entre pairs sur l'atelier « Je joue » et s'auto-évaluent sur celui de « Je progresse ».



Fiche de suivi atelier « Je m'entraine » P1 – Nombres Entiers

NE1 - Identifier le chiffre des unités, dizaines... dans l'écriture d'un grand nombre entier. Décomposer un nombre à l'aide des multiples de 10.														
Série 1 Associer des collections à des quantités et inversement.				Validation	*Série 2* Associer l'écriture en unités à l'écriture en chiffres et inversement.				Validation	*Série 3* Convertir des grands nombres en différentes unités.			Validation	Evaluation
Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4		Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4		Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4		NE1

Signature des parents :

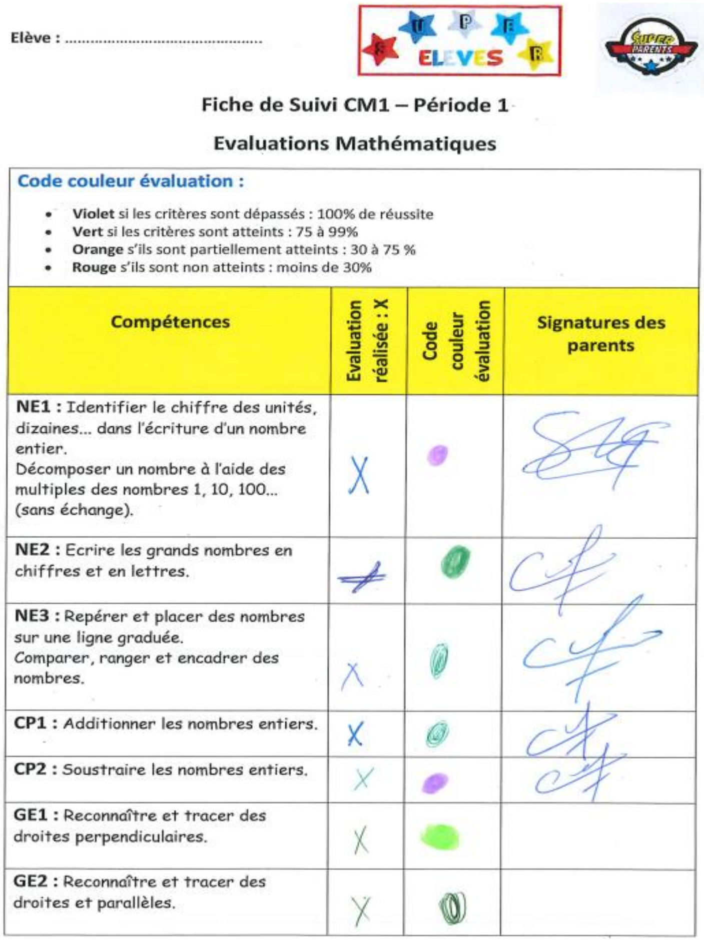
NE2 – Ecrire les grands nombres en chiffres et en lettres.															
Série 1 Ecrire des grands nombres dictés en chiffres.				Validation	*Série 2* Associer l'écriture chiffrée et l'écriture en lettres.				Validation	*Série 3* Ecrire des grands nombres en chiffres à partir de l'écriture en lettres et inversement.				Validation	Evaluation
Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4		Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4		Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4		NE2

Signature des parents :

Fig. 20 : Fiche de suivi de l'atelier « je m'entraîne »

Chaque compétence est validée par une évaluation de l'apprentissage

L'élève passe cette évaluation de l'apprentissage lors des ateliers « Je progresse », « Je régule » ou sur son temps libre, quand il se sent prêt. La seule condition est d'avoir réussi avant un exercice de réinvestissement en auto-correction sur cette même compétence dans une situation proche de celle de l'évaluation. L'élève peut aussi repasser les évaluations échouées lors des autres périodes. La fiche de suivi est complétée lors de l'atelier « Je progresse » ou lors de la séance « Je régule » (Fig. 20). Un tableau récapitulatif des compétences est affiché en classe, les élèves le complètent au fur et à mesure de l'acquisition des compétences (Fig. 21).



Elève : ……………………………………………

Fiche de Suivi CM1 – Période 1

Evaluations Mathématiques

Code couleur évaluation :

- **Violet** si les critères sont dépassés : 100% de réussite
- **Vert** si les critères sont atteints : 75 à 99%
- **Orange** s'ils sont partiellement atteints : 30 à 75 %
- **Rouge** s'ils sont non atteints : moins de 30%

Compétences	Evaluation réalisée : X	Code couleur évaluation	Signatures des parents
NE1 : Identifier le chiffre des unités, dizaines… dans l'écriture d'un nombre entier. Décomposer un nombre à l'aide des multiples des nombres 1, 10, 100… (sans échange).	X		
NE2 : Ecrire les grands nombres en chiffres et en lettres.	X		
NE3 : Repérer et placer des nombres sur une ligne graduée. Comparer, ranger et encadrer des nombres.	X		
CP1 : Additionner les nombres entiers.	X		
CP2 : Soustraire les nombres entiers.	X		
GE1 : Reconnaître et tracer des droites perpendiculaires.	X		
GE2 : Reconnaître et tracer des droites et parallèles.	X		

Fig. 21 : Fiche de suivi de l'atelier « Je progresse »

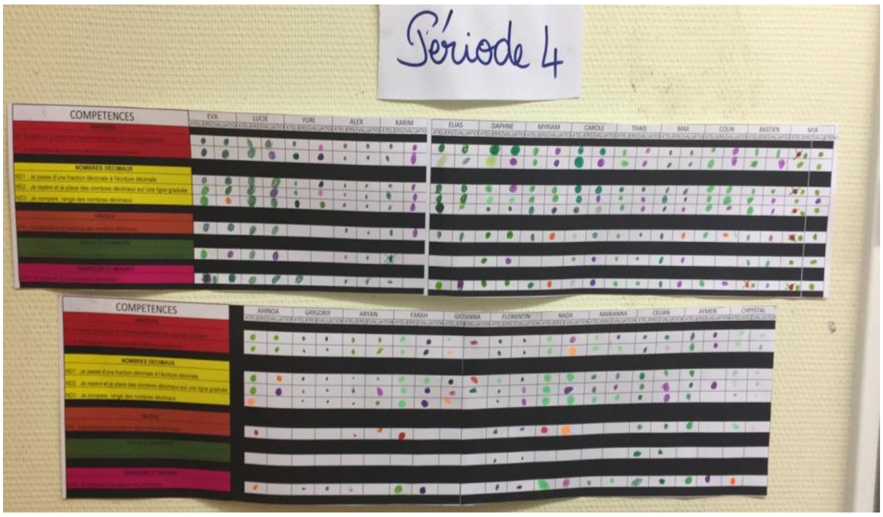


Fig. 22 : Tableau récapitulatif des compétences

Conclusion

Cette première phase d'expérimentation a permis de faire naître un engouement fort chez de nombreux enseignant·e·s, notamment ceux qui ont pu bénéficier du dispositif au quotidien. La formation doit s'inscrire dans un temps long avec la possibilité de faire appel régulièrement à des personnes ressources identifiées. Le rôle du Référent Mathématiques de Circonscription est fondamental pour accompagner la mise en œuvre du laboratoire dans ces différents aspects logistiques, matériels, pédagogiques et didactiques. Les temps de formation, comme cette phase d'expérimentation ont permis de faire évoluer l'ensemble du dispositif. En effet, la consommation importante de papier a permis de faire réfléchir l'équipe pour aller vers une phase d'entraînement mobilisant davantage les outils numériques. Cela permettrait d'avoir certains feed-back immédiatement sans mobiliser l'enseignant·e en limitant la quantité de papier à imprimer. A ce jour, l'équipe envisage d'utiliser les outils numériques surtout dans la phase d'entraînement. D'autre part, le numérique facilitera également le partage des ressources produites et la mutualisation pour que le dispositif puisse être réutilisé et adapté. Ce travail de numérisation du laboratoire est en cours avec son lot de défis à relever et de nombreux outils sont d'ores et déjà disponibles sur le site dédié, hébergé par l'académie de Lyon. Tout le matériel y est accessible[1]. Ce travail engagé se veut aussi être collaboratif et chacun peut se sentir libre de faire des propositions d'amélioration.

Aujourd'hui, le dispositif n'est plus une expérimentation et fait partie intégrante de la pratique professionnelle des enseignant·e·s de différentes écoles de la circonscription, même si le noyau dur reste l'école Jean Calas de Ferney-Voltaire. L'équipe a noté le besoin d'approfondir le travail d'analyse *a priori* de toutes les situations de recherche et cela se construit progressivement au fur et à mesure des formations et mises en œuvre dans les classes afin de faire évoluer cette initiative vers un dispositif d'enseignement-apprentissage robuste, capable d'offrir des situations de formation innovantes pour redonner le goût des mathématiques aux élèves et à leurs enseignant·e·s.

BIBLIOGRAPHIE

Anderson, L. W., & Krathwohl, D. R. (Éds.). (2001). *A taxonomy for learning, teaching, and assessing : A revision of Bloom's taxonomy of educational objectives* (Complete ed). Longman.

Arsac, G. (2018). *Les pratiques du problème ouvert—IREM de Lyon*. https://math.univ-lyon1.fr/irem/spip.php?article95

Bandura, A. (2019). Auto-efficacité : Comment le sentiment d'efficacité personnelle influence notre qualité de vie (3e éd). De Boeck supérieur.

Benoit, H. (2014). *Les impasses actuelles du pédagogique et les enjeux de l'accessibilité face au défi éthique de l'inclusion sociale* [Paul Valéry- Montpellier 3]. https://ged.biu-montpellier.fr/florabium/jsp/win_main_biu.jsp?nnt=2014MON30001&success=%2Fjsp%2Fwin_main_biu.jsp&profile=anonymous

Bruner, J. S. (2011). *Le développement de l'enfant, savoir faire, savoir dire* (8e éd). Presses universitaires de France.

Connac, S., Hueber, C., & Lanneau, L. (2022). Aménagements flexibles et coopération entre élèves. *Didactique*, *3*(1), Article 1. https://doi.org/10.37571/2022.0102

Dias, T. (2008). *La dimension expérimentale des mathématiques : Un levier pour l'enseignement et l'apprentissage* [Theses, Université Claude Bernard - Lyon I]. https://theses.hal.science/tel-00635724

Dias, T. (2009, avril 10). *Le développement de laboratoires de mathématiques pour les élèves à besoin éducatifs particuliers*. Colloque Espace Mathématiques Francophone., Dakar (Sénégal). http://emf.unige.ch/index.php/download_file/view/304/209/

Dias, T., Ferreira de Souza, A., & Serment, J. (2022). Des laboratoires de mathématiques. *Repères IREM - Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques*, *127*, 5-27.

Egron, B. (2022). Observer et évaluer l'élève en difficulté d'apprentissage pour connaître ses besoins. *Académie de Poitiers*. https://ww2.ac-poitiers.fr/sbssa/spip.php?article1060

Elie, H. (2015). Autonomie, rôle et fonction de l'enseignant. *Administration & Éducation*, *147*(3), 107-117. https://doi.org/10.3917/admed.147.0107

Florin, A., Tricot, A., Chesné, J.-F., Piedfer-Quêney, L., & Simonin-Kunerth, M. (2023). Dossier de synthèse : L'évaluation en classe, au service de l'apprentissage des élèves. *Cnesco-Cnam.*, 48.

Leroux, M., Bergeron, L., Turcotte, S., Deschênes, G., Smith, J., Malboeuf-Hurtubise, C., Riel, J., Bergeron, J., & Berrigan, F. (2021). L'aménagement flexible de la classe : Le point de vue d'enseignantes du

[1] https://labo-maths.blog.ac-lyon.fr/wordpress/

primaire au Québec. *Éducation et socialisation. Les Cahiers du CERFEE*, *59*, Article 59. https://doi.org/10.4000/edso.13585

Proust, J. (2021). *La métacognition, bases théoriques et indications pratiques pour l'enseignement et la formation*. CSEN. https://www.reseau-canope.fr/conseil-scientifique-de-leducation-nationale-site-officiel/groupes-de-travail/gt-5-metacognition-et-confiance-en-soi/ressources-pour-la-formation-des-enseignants.html/

Raab, R. (2016). Le paradoxe de l'autonomie en contexte scolaire. *Éducation et socialisation. Les Cahiers du CERFEE*, *41*, Article 41. https://doi.org/10.4000/edso.1663

Sanchez, E., & Jouneau-Sion, C. (2010). *Les jeux, des espaces de réflexivité permettant la mise en œuvre de démarches d'investigation.* Actes des journées scientifiques DiEs 2010., IFé Lyon.

Thiébaud, M., Treyvaud, N., Piscitelli, E., Magnin, L., & Serafin, A. (2019). *Mieux vivre ensemble à l'école, climat scolaire et prévention de la violence.* https://www.climatscolaire.ch/j-amenagement-espaces-et-temps-scolaires/

Villani, C., & Torossian, C. (2018). *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques*. https://www.education.gouv.fr/21-mesures-pour-l-enseignement-des-mathematiques-3242

Vygotsky, L. S. (1978). Mind in Society : The Development of Higher Psychological Processes. *Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.*

Annexe - Liste de matériel du labo

<table>
<tr><td>Pour la gestion globale du dispositif et la répartition des élèves dans les différents ateliers</td><td colspan="2">
</td></tr>
<tr><td colspan="3">Pour le « Je progresse » :
15 classeurs à levier : 3 par période
• Choisir une couleur pour le classeur « fiches 1 et 2 »
• Choisir une couleur pour les corrigés
• Choisir une couleur pour les évaluations
15 jeux de 12 intercalaires plastifiées et format A4 +
Des stylos spécifiques pour écrire sur le plastique
Des pochettes plastifiées de bonne qualité : environ 10 paquets de 100 feuilles
Des pochettes à plastifier A3 et A4 pour plastification des jeux</td></tr>
<tr><td colspan="3">Pour l'organisation des feuilles :
3 bannettes pour classer les feuilles du « Je cherche », « Je m'entraîne », les traces écrites : régulation
2 autres bannettes pour les « feuilles à corriger » et « feuilles corrigées »
2 tours à tiroirs pour ranger les jeux et le matériel de manipulation</td></tr>
<tr><td colspan="3">Pour l'élève :
• Prévoir 2 ou 3 grands cahiers de mathématiques 21 x 29.7 par élève
• Protège-cahiers rouges
• Un classeur rouge
• 1 jeu d'intercalaires A4 +
• Des pochettes plastifiées
• Matériel personnel de géométrie + calculatrice</td></tr>
<tr><td>Matériel de manipulation :
mallette de dés, des pions,
des cubes empilables,</td><td></td><td></td></tr>
</table>

des capsules,
des sets de base décimale,
matériel de fractions,
des balances Roberval,
décamètre,
légos,
allumettes,
bâtons en bois,
les contenants,
les polyèdres,
des tangrams

ANNEXE – DES EXEMPLES POUR LES QUATRE ATELIERS DU « LABO DE MATHS » POUR PÉRIMÈTRE

JE CHERCHE

Découvrir la notion de périmètre

« Je cherche » - Des périmètres du plus petit au plus grand

Compétence ciblée : être capable de mesurer et comparer des périmètres

Situation de recherche proposée : Des périmètres du plus petit au plus grand
L'enjeu de la situation de recherche est de permettre aux élèves de comprendre ce qu'est le périmètre afin qu'il fasse sens pour eux dans une définition précise partagée.

Le mot *périmètre* est composé du préfixe *péri-* qui signifie « autour » et du suffixe *-mètre* : « mesure » Le périmètre désigne la mesure du tour d'un objet, d'un espace délimité. Aussi, pour les polygones, il est égal à la somme des mesures de tous les côtés, mais c'est aussi la circonférence d'un cercle.

Périmètre: « longueur de la frontière d'une figure géométrique plane fermée » (CSDM, 2017)

Point de vigilance : il est nécessaire de permettre aux élèves de comprendre que le périmètre est une longueur ; la longueur du tour d'un espace clos.
Attention au travail sur des surfaces en 2 dimensions qui entrainent des confusions avec l'aire. L'aire désigne la surface et il est donc préférable de travailler l'aire en utiliser le recouvrement de la surface.

Le travail en utilisant les carreaux peut entrainer des confusions entre périmètre et aire.

Qu'est-ce que la ficelle permet d'entourer ?
Ficelle pour faire le tour d'un objet.

- ⇨ Longueurs proches – différents types d'objet (volumes et 3D …)
- ⇨ Possibilité d'utiliser la même ficelle pour plusieurs objets
- ⇨ Comparer les longueurs de ficelle pour comparer des périmètres.

Matériel : une boîte avec des objets, une boîte avec des ficelles.

1. Sur papier libre, proposer un classement croissant des périmètres des objets.
2. Associer les ficelles qui correspondent aux périmètres d'un objet.
3. Utiliser les ficelles associées aux objets pour comparer les périmètres des objets de la boîte
4. Comparer le classement final avec le classement initial

Variables didactiques :

- Unités choisies
- Outils de mesure
- Taille des objets
- Type de figures : cercles, polygones….

Evaluation : être capable de mesurer et comparer des périmètres

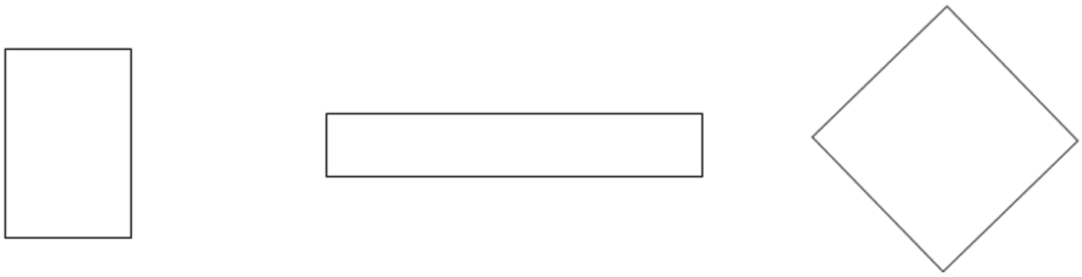
Dans cette activité, les élèves doivent donc trouver quelle ficelle permet de faire le tour de quel objet puis de comparer les ficelles et les classer les périmètres des objets du plus petit au plus grand.

JE M'ENTRAÎNE

Grandeurs et Mesures CM1 – « Je m'entraine »

JE M'ENTRAINE	COMPÉTENCE	CODE
GM7	Je compare et je mesure des périmètres.	

<u>Exercice 1</u> : Calcule le périmètre de ces figures.



A : ……. **B : …….** **C : ……**

Range ces figures par ordre croissant en fonction de leur périmètre :

………….. ……………. ………….

<u>Exercice 2</u> : Exprime le périmètre de chaque figure avec une unité bien choisie.

	Nature de la figure	Périmètre
Figure I	Carré de côté 35 cm	
Figure J	Rectangle de longueur 7 cm et de largeur 3 cm 5 mm	
Figure K	Triangle dont les côtés mesurent 35 cm, 48 cm et 54 cm	

JE PROGRESSE

Cm1/cm2

Exercices Autocorrectifs « Je progresse »

1

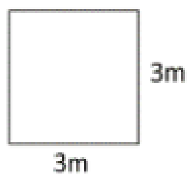
Grandeurs et mesures - CM1

JE PROGRESSE	COMPÉTENCE	CODE
GM7	Je compare et je mesure des périmètres.	

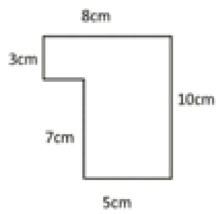
Exercice 1 : Calcule le périmètre des polygones suivants :

Polygone 1

Polygone 2



Polygone 3



P = ______________ P = ______________ P = ______________

Range ces polygones par ordre décroissant en fonction de leur périmètre. Attention aux unités !

____

Exercice 2 : Trace deux figures A et B qui ont le même périmètre mais pas la même forme.

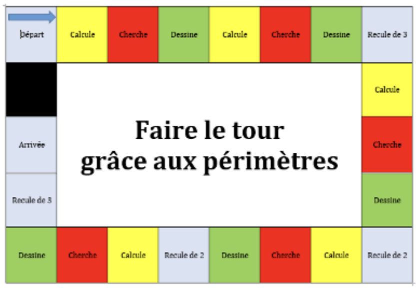
Exercice 3 : Résous le problème.

Un terrain de rugby mesure 100 m de long et 70 m de large. Quel est le périmètre du terrain ?

____

JE JOUE

Je Joue
Faire le tour grâce aux périmètres



But du jeu 	Le premier qui arrive sur la case arrivée a gagné !
Règles du jeu 	1. Place ton pion sur la case départ. 2. Lance le dé et avance ton pion. 3. Prends une carte du défi correspondant et répond à la question. 4. Complète la feuille de suivi des progrès avec: a. le numéro du défi dans la case qui convient (Calcule, cherche ou dessine) b. la colorier en vert si tu as réussi, en jaune si le défi n'a pas été validé.
Autres informations	Même si tu trouves la bonne réponse, tu ne rejoues pas.

RMÉ

POUR CELLES EST CEUX

QUI S'INTÉRESSENT À L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES !

Vous êtes invité à proposer des contributions en rapport avec l'enseignement des mathématiques ou des sciences (articles, narrations, expériences, comptes rendus, réflexions).

Les articles doivent parvenir en version électronique à la rédaction (voir www.rme.swiss, consignes aux auteurs). Chaque article est examiné par le rédacteur responsable et envoyé anonymisé à deux relecteurs pour avis.

Les auteurs sont informés des décisions de la rédaction à propos de leurs contributions, qui peut les accepter avec ou sans demande(s) de modifications ou les refuser.

Contact : contact@rme.swiss

Site internet : www.rme.swiss