240

RMé

REVUE DE MATHÉMATIQUES POUR L'ÉCOLE

DECEMBRE 2023

DIFFICULTÉS D'APPRENTISSAGES ET D'ENSEIGNEMENT EN MATHÉMATIQUES

ISSN : 2571-516X

SOMMAIRE

CARTOGRAPHIE DE LA RECHERCHE EN MATHEMATICS EDUCATION DE 2007 A 2021 SUR LES TROUBLES ET DIFFICULTES D'APPRENTISSAGE EN MATHEMATIQUES

Florence Peteers, Chloé Lemrich, Francesca Gregorio, Marie-Line Gardes

Université de Cergy-Pontoise, LDAR, Haute École Pédagogique du canton de Vaud

Cet article présente une revue de littérature systématique sur les MLD (mathematical learning disabilities, difficulties ou disorder) dans le domaine Mathematics education au cours des quinze dernières années. Les principaux résultats sont exposés à partir de différents critères : la terminologie et les définitions couramment utilisées, les régions géographiques où sont menées les recherches s'intéressant à cette question, l'âge des participants aux recherches, le contenu mathématique traité et l'objet d'étude principal des recherches (identification, intervention ou caractéristiques de l'élève).

Mots clés : MLD ; dyscalculie ; troubles des apprentissages ; difficultés d'apprentissage ; revue de littérature

INTRODUCTION

Depuis plusieurs années, différents domaines de recherche se sont emparés de la question des troubles ou difficultés d'apprentissage en mathématiques. Il s'agit d'un défi sociétal majeur, car les faibles performances en mathématiques sont source d'inégalités éducatives importantes, avec des conséquences sur le quotidien et la vie adulte future, professionnelle et personnelle, des élèves (OECD, 2016).

La terminologie utilisée pour désigner les troubles et difficultés d'apprentissage en mathématiques varie selon les champs de recherche et les pays. En français, difficulté d'apprentissage en mathématiques, troubles d'apprentissage en mathématiques ou encore dyscalculie cohabitent (Dias, 2018). En anglais, quatre expressions sont fréquemment utilisées : *dyscalculia*, *mathematical learning disabilities*, *mathematical learning difficulties* ou *mathematical learning disorder* (Deruaz et al., 2020). Ces différentes terminologies et leurs définitions ne font pas toujours consensus et évoluent encore beaucoup (Lewis & Fisher, 2016), bien qu'elles reconnaissent un groupe d'élèves partageant des caractéristiques communes. Dans cet article, nous regroupons sous l'acronyme MLD, les *mathematical Learning Disabilities*, *Difficulties* et *Disorder,* et nous définissons trois catégories de MLD (*Math disorder*, *Learning disabilities* et *Severe math difficulties*) avec l'objectif d'offrir une cartographie des recherches en *Mathematics Education* sur les troubles et les difficultés d'apprentissage en mathématiques.

De manière générale, dans les recherches en sciences cognitives, ces troubles sont définis comme des troubles neurodéveloppementaux qui se caractérisent par des difficultés importantes en mathématiques qui ne sont pas dues à un retard intellectuel ou à un déficit sensoriel (Castaldi et al., 2020). Les recherches actuelles montrent que les difficultés rencontrées par les personnes présentant un trouble d'apprentissage en mathématiques ne se limitent pas à l'arithmétique, mais sont multiples et affectent plusieurs aspects des compétences mathématiques (Noël & Karagiannakis, 2020). Les sciences cognitives se sont emparées de cette thématique de recherche depuis de nombreuses années (Butterworth, 2005). Cependant, leurs études sont en général menées en laboratoire et permettent difficilement de répondre à la demande croissante des enseignants qui doivent trouver des solutions pour inclure les élèves présentant des troubles d'apprentissage en mathématiques au sein de leurs classes (Baccaglini–Frank et al., 2020), conformément aux attentes institutionnelles suivant les principes de l'école inclusive (DFJC, 2019).

Du côté de la didactique des mathématiques, il existe de nombreuses recherches s'intéressant à des difficultés liées à l'enseignement des contenus mathématiques eux-mêmes (par exemple pour la numération Tempier, 2020 ; pour les fractions Lortie-Forgues et al., 2015 ; pour l'algèbre Booth, 1984 ; Pilet, 2015 ; pour la géométrie Gal et Linchevski, 2010) et aux élèves avec des difficultés « ordinaires » (par exemple Butlen et Charles-Pézard, 2007 ; Chesnais, 2020). Mais qu'en est-il de la prise en compte des élèves avec des troubles des apprentissages ?

Pour étudier cette question, nous avons mené une première revue de littérature systématique de dimension internationale (Deruaz et al., 2020) pour répondre à la question de recherche suivante : *quel est l'état des lieux des résultats de la recherche actuelle sur le thème de l'enseignement des mathématiques auprès des élèves avec MLD ?* Le champ disciplinaire concerné était les *Mathematics Education* (qui inclut la didactique des mathématiques) pendant une période de dix ans (2007–2016). Les principaux résultats de cette première revue de littérature ont été les suivants :

1. Les trois catégories de MLD étaient utilisées de manière assez équitable ;
2. La plupart des études étaient menées aux États-Unis, une minorité en Europe et seulement une en dehors de ces deux zones géographiques (Israël) ;
3. La plupart des recherches étaient récentes, entre 2013 et 2016 ;
4. Les publications étatsuniennes préféraient le mot-clé "*dysab**", alors que celles européennes privilégient "*difficult**" ;
5. La plupart des études concernaient des élèves entre sept et douze ans ;
6. La plupart des recherches avaient l'arithmétique comme sujet mathématique d'étude ;
7. La plupart des publications étudiaient l'intervention auprès de populations avec MLD et une petite partie l'identification des élèves avec MLD ou les caractéristiques de ces élèves.

L'objectif du présent article est de rendre compte de la suite de cette revue afin de dresser un état des lieux de la recherche en *Mathematics Education* sur les quinze dernières années (2007-2021) et d'étudier l'évolution sur les cinq dernières années par rapport aux résultats déjà publiés.

TROIS CATÉGORIES DE MLD

Comme nous l'avons précisé en introduction, les terminologies utilisées pour définir les troubles et difficultés d'apprentissage relatives aux mathématiques sont variables selon les domaines de recherche, tant en français qu'en anglais. En sciences cognitives, la persistance des difficultés est fondamentale pour caractériser les troubles. Ainsi, les compétences des élèves sont testées à l'aide de tests standardisés : un test de mathématiques (par exemple Tedi-Math (Van Nieuwenhoven et al., 2001) ou ExaMath (Lafay et Helloin, 2016)) et un test pour évaluer le quotient intellectuel (par exemple WISC-V ; Weiss et al., 2016). Cependant, les tests de mathématiques utilisés pour le diagnostic peuvent être assez différents (Peteers, 2020), ce qui favorise une certaine variabilité dans le type de difficultés des élèves repérés à travers ces diagnostics. Notons que ces informations relèvent du secret médical et ne sont pas toujours accessibles à l'enseignant, ce qui ne lui permet pas d'obtenir une description précise des difficultés de l'élève. De plus, l'enseignant doit venir en aide à tous les élèves, qu'ils soient diagnostiqués ou non. Dès lors, dans cette revue de littérature, nous avons choisi d'adopter un point de vue plus global sur les MLD (par rapport à celui des recherches en sciences cognitives) et de considérer également les élèves ne possédant pas de diagnostic médical, mais possédant des difficultés spécifiques aux mathématiques et/ou persistantes. Cela nous a amenés à définir trois catégories de MLD.

La première catégorie regroupe l'ensemble des élèves avec *Math Disorder* qui sont identifiés par un diagnostic médical tel que décrit ci-dessus. Ces élèves ont donc été évalués à l'aide d'un test spécifique standardisé en mathématiques, qui a relevé des difficultés spécifiques et persistantes en mathématiques, et un test de quotient intellectuel pour exclure d'autres troubles ou handicaps associés.

La deuxième catégorie regroupe l'ensemble des élèves avec *Learning Disabilities*. Ces élèves ont été diagnostiqués par un test standardisé avec des difficultés d'apprentissage persistantes, mais non nécessairement spécifiques aux mathématiques. Il peut s'agir, par exemple, d'un déficit en mémoire de travail qui aura des répercussions sur les apprentissages mathématiques ou d'une dyspraxie.

La troisième catégorie se rapporte à l'ensemble des élèves avec *Severe math difficulties*. Ces élèves sont en grande difficulté en mathématiques, mais ils n'ont pas de diagnostic de *Math disorder* comme décrit dans le paragraphe précédent. Ces élèves réussissent nettement moins bien (le critère choisi étant variable selon les études) que les autres lors d'évaluations en mathématiques (par exemple, en classe, aux examens, *etc.*), mais n'ont pas passé de tests standardisés. Ces élèves présentent donc des difficultés d'apprentissage spécifiques aux mathématiques, mais leur nature et leur caractère persistant ou non ne sont pas avérés.

Quelques éléments de méthodologie

La méthode de recherche utilisée pour cette revue de littérature est identique à celle employée dans Deruaz et al. (2020). Cependant, la période considérée a été étendue jusqu'en 2021 (5 années supplémentaires sont donc prises en compte par rapport à la période initiale de 2007 à 2016). Afin d'assurer un haut niveau de qualité scientifique des articles, ceux-ci ont été sélectionnés dans les revues les plus reconnues (classées en A*, A ou B) en *Mathematics Education* dans le classement international réalisé par Toerner et Arzarello (2012). Il s'agit de revues internationales, à comité de lecture, pour la plupart anglophones. Nous avons utilisé la formule et les mots-clés suivants : "disab* OU dyscalcul* OU difficult* OU inclus*". Ces mots clés ont l'avantage de regrouper l'ensemble des termes utilisés pour les MLD en anglais et en français (pour le processus détaillé, voir Deruaz & al., 2020).

La sélection des articles s'est ensuite déroulée en trois étapes (voir Fig. 1). Tout d'abord, nous avons recherché, dans les revues sélectionnées, l'ensemble des articles ayant au moins l'un des mots-clés dans leur titre, leur résumé ou leurs mots-clés. Cette première étape nous a permis d'identifier 742 articles. Ensuite, nous avons éliminé, sur base de la lecture des titres et résumés, les articles hors sujet. Par exemple, nous n'avons pas conservé les articles se rapportant explicitement aux difficultés des enseignants ou à des difficultés langagières ou culturelles. À la suite de cette deuxième étape, notre liste a été réduite à 76 articles. Enfin, nous avons lu tous les articles restants afin de nous assurer de la cohérence de leur définition de MLD avec nos trois catégories décrites dans la section précédente (*Math disorder*, *Learning disabilities* ou *Severe math difficulties*). Nous nous sommes plus particulièrement focalisés sur la population considérée dans les différentes études analysées. Les articles s'intéressant à des élèves n'entrant pas dans une de nos trois catégories (*math disorder, learning disabilities et severe math difficulties*) ont été éliminés. C'est par exemple le cas d'études dont les populations sont composées d'élèves présentant une déficience intellectuelle ou un handicap sensoriel. À l'issue de cette dernière étape, notre corpus final comporte 40 articles (la liste complète peut être consultée en Annexe), dont 5 méta-analyses (identifiées par une * dans l'Annexe).

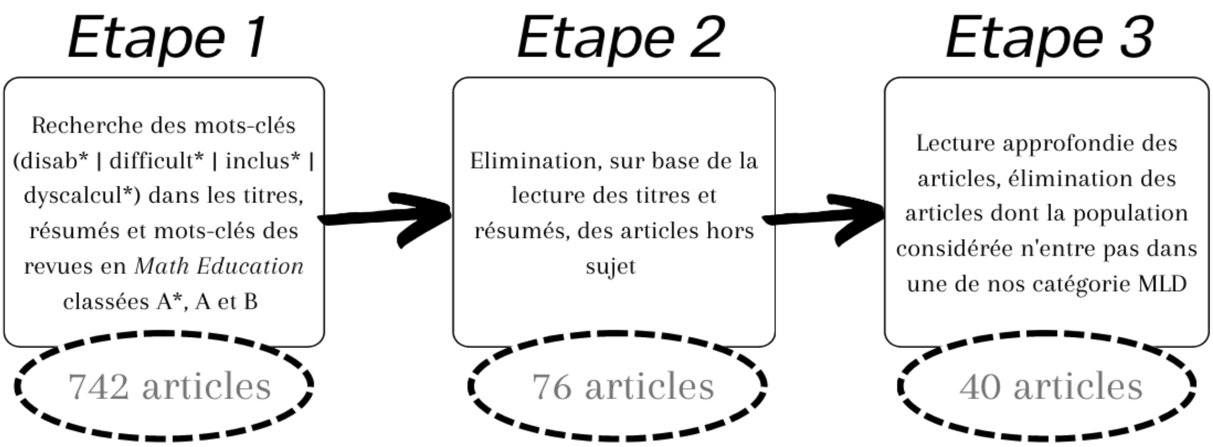


Fig. 1 : Méthodologie de sélection des articles

Dans la section suivante, nous analysons 35 articles du corpus final sur base de différents critères. Tout d'abord, nous effectuons un classement suivant les trois catégories de MLD que nous avons considérées ci-dessus. Ensuite, nous croisons les régions géographiques desquelles sont issus les articles et les années de publication de ceux-ci avec la catégorie de MLD à laquelle ils appartiennent. Puis, nous analysons les mots-clés utilisés en fonction des régions géographiques. Nous effectuons également un classement des articles selon les niveaux scolaires des participants aux études ainsi que selon les contenus mathématiques abordés. Enfin, nous identifions trois types de recherches en fonction de leur objet d'étude : celles portant sur l'identification d'élèves avec MLD, celles qui proposent ou analysent des méthodes d'intervention auprès d'élèves avec MLD et celles s'intéressant aux caractéristiques de ces élèves.

RÉSULTATS

Catégorisation suivant la catégorie de MLD

La Fig. 2 présente le nombre d'articles pour chacune des trois catégories composant le concept élargi de MLD en *Mathematics Education*. Les articles se situant aux intersections entre deux catégories correspondent à des études dans lesquelles la population est constituée de différents types d'élèves. Par exemple, un article à l'intersection entre les catégories *Math Disorder* et *Learning Disabilities* concerne à la fois des élèves diagnostiqués avec des difficultés d'apprentissage persistantes et spécifiques aux mathématiques et des élèves diagnostiqués avec des difficultés d'apprentissage persistantes et non spécifiques aux mathématiques.

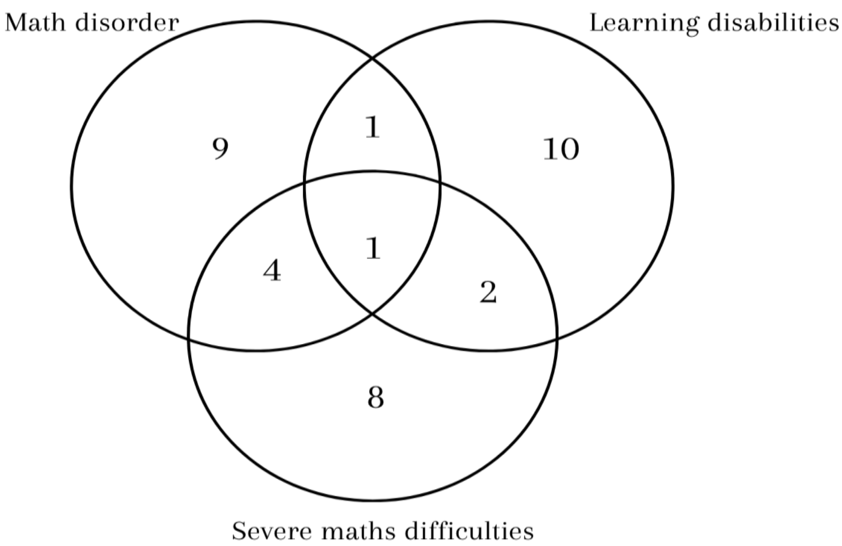


Fig. 2 : Nombre d'articles par catégorie de MLD

Comme c'était déjà le cas dans notre première revue de littérature (Deruaz et al., 2020), nous constatons que les trois catégories sont réparties de manière assez équivalente. Cela montre la pertinence de considérer chacune des trois catégories, en particulier pour les recherches concernant l'enseignement des mathématiques. Notons que ces cinq dernières années, nous assistons à une augmentation de travaux étant à l'intersection des catégories *Math disorder* et *Severe maths difficulties*. Ce constat montre l'ouverture de la recherche sur des études portant à la fois sur des élèves diagnostiqués avec des troubles des apprentissages et des élèves en grande difficulté mathématique, indépendamment de leur cause. Cela peut s'expliquer par l'intérêt de plus en plus marqué de l'approche didactique, qui se joint à l'approche cognitive.

Régions géographiques et années de publication

La Fig. 3 présente, selon les années de publication, le nombre d'articles issus de chaque région géographique. Le premier constat saillant est le nombre restreint d'études traitant ce sujet malgré l'actualité du sujet de recherche. Approfondir le domaine des MLD en didactique des mathématiques s'avère donc être un sujet de recherche tant pertinent que nécessaire.

	2007-2011	2012-2016	2017-2021
Europe de l'Ouest	1	3	6
Europe du Nord	0	2	0
Amérique du Nord	1	9	12
Asie	0	0	2
Moyen Orient	0	1	0
Total	**2**	**15**	**18**

Fig. 3 : Nombre d'articles par régions géographiques et année de publication

Nous constatons une forte augmentation du nombre de publications sur les dix dernières années alors qu'entre 2007 et 2011 il n'y avait quasiment aucune étude sur le sujet. Dans les cinq dernières années, nous observons encore une augmentation légèrement plus marquée qu'entre 2012 et 2016, ce qui pourrait indiquer que l'intérêt pour le sujet va encore croître. Outre ces augmentations, notons que plus de la moitié des articles que nous avons identifiés concernent des études menées aux USA. Cependant, par rapport à 2007-2016, les pays européens semblent montrer de plus en plus d'intérêt aux problématiques liées aux MLD. Notons également que des collaborations internationales sont en développement, comme en témoigne l'article de Liu et ses collègues (2020), entre l'Allemagne, l'USA et la Corée du Sud.

Régions géographiques, mots-clés et catégories de MLD

En regardant les mots-clés utilisés dans les différents articles (voir Fig. 4), nous notons que le terme *disability* est largement utilisé dans les recherches menées en Amérique du Nord (18 articles sur 21 utilisent le mot-clé disab*). Ce constat confirme l'analyse de 2020 (Deruaz et al., 2020). Nous avions également fait le constat que les recherches européennes se servaient majoritairement du terme *difficulty*, confirmant d'autres recherches (Scherer & al., 2016). Or, nous constatons qu'en considérant les recherches effectuées ces cinq dernières années (2016-2021), *difficulty* reste encore assez employé mais le terme *dyscalculia* est tout autant utilisé au niveau européen.

	dyscalcul*	disab*	difficult*	inclus*
Europe de l'Ouest	5	3	6	2
Europe du Nord	0	0	2	0
Amérique du Nord	2	18	8	0
Asie	0	1	2	0
Moyen Orient	0	1	1	0

Fig. 4 : Nombre d'articles par régions géographiques et mot-clé

La Fig. 5 présente le nombre d'articles selon les régions géographiques et les catégories de MLD mentionnées dans les études. Chaque article peut avoir été classé dans plus qu'une colonne s'il concerne plusieurs élèves de différentes catégories.

	Math disorder	*Learning disabilities*	*Severe math difficulties*
Europe de l'Ouest	6	2	7
Europe du Nord	0	0	2
Amérique du Nord	9	11	6
Asie	0	0	2
Moyen Orient	0	1	0
Total	**15**	**14**	**15**[4]

Fig. 5 : Nombre d'articles par régions géographiques et catégorie de MLD

Ces résultats montrent clairement que selon les zones géographiques où sont effectuées les recherches, les catégories de MLD considérées diffèrent et par conséquent les axes de recherches aussi. En Europe de l'Ouest, les travaux se sont principalement concentrés sur les difficultés spécifiques aux mathématiques en se dédiant surtout aux élèves avec *Severe math difficulties* et avec *Math disorders*. L'Europe du Nord va dans la même direction avec la totalité de ses recherches portant sur des élèves identifiés *Severe math difficulties*. Ce constat concernant l'Europe est cohérent avec celui concernant les mots-clés (Fig. 4). En effet, il y a une utilisation en proportion plus élevée que les autres régions géographiques des termes difficult*, inclus* (qui caractérisent un intérêt pour les difficultés au sens large, et donc pour élèves avec *Severe math difficulties*) et dyscalcul* (qui cible un intérêt spécifique pour les troubles en mathématiques). En Amérique du Nord, au contraire, les recherches se focalisent davantage sur les élèves avec *Learning disabilities* et avec *Math disorder*. Ce résultat est cohérent avec le mot-clé plus fréquemment utilisé : disab*. Cependant, par rapport à notre première analyse (Deruaz et al., 2020), nous voyons aussi une augmentation de l'intérêt de l'Amérique du Nord pour les *Severe math difficulties*.

Ces tendances concernant la catégorie de MLD étudiée sont intéressantes non seulement pour une question de vocabulaire, mais elles relèvent surtout d'une véritable différence d'approche sur la question de la prise en compte des élèves en difficultés (focus sur les élèves avec un diagnostic vs. focus sur l'ensemble des élèves avec des difficultés d'apprentissage), ce qui a très probablement des conséquences au niveau éducatif et politique. En effet l'approche des recherches européennes est en cohérence avec la direction prise par différents pays vers une école inclusive où les diversités des élèves sont prises en charge au sein d'une classe ordinaire.

Niveau scolaire

En regardant le niveau scolaire considéré dans chaque article de notre liste finale (Fig. 6), nous constatons que la majorité des études concernent l'école primaire (24 sur 35), très peu d'études concernent le secondaire I (6 sur 35) et seulement une étude s'intéresse au préscolaire et une autre à l'enseignement post-obligatoire. Cela peut s'expliquer par deux raisons principales : d'une part l'identification de difficultés persistantes et/ou spécifiques aux mathématiques s'effectue dans cette tranche d'âge, et d'autre part, les premières difficultés se manifestent sur les premiers apprentissages mathématiques, notamment en numération, calcul et résolution de problèmes, contenus débutant au début de l'école primaire.

Niveau scolaire	Préscolaire 4-7 ans	Primaire 7-12 ans	Secondaire I 12-14 ans	Secondaire II 14-18 ans	Adultes >18 ans
Nombre d'articles	1	24	6	1	3

Fig. 6 : Nombre d'articles par catégorie de MLD

En ce qui concerne les cinq dernières années, aucune nouvelle étude concernant le préscolaire et le secondaire II n'a été faite (Deruaz et al., 2020).

Contenu mathématique

A propos des contenus mathématiques abordés dans les différentes études, nous observons, de manière analogue à Deruaz et al. (2020), une focalisation sur les contenus arithmétiques (16 articles), les fractions (7 articles) et les problèmes arithmétiques verbaux (11 articles). Une légère diversification des contenus sur les cinq dernières années est constatée avec un article s'intéressant au raisonnement proportionnel (Im & Jitendra, 2020), un autre s'intéressant à l'identification du raisonnement mathématique à travers les écrits des élèves (Hughes et al., 2020) et deux études sur l'algèbre ou préalgèbre (Powell et al., 2020a ; Xin, 2019). En revanche, nous constatons toujours l'absence d'études relatives à des contenus de géométrie ou de mathématiques plus avancées (analyse ou algèbre linéaire par exemple). Ceci est à mettre en relation avec les niveaux scolaires pris en compte dans les recherches. En effet, très peu d'études s'intéressent au niveau secondaire I et post-obligatoire.

Objet d'étude

Nous avons classé les articles en fonction de leurs centres d'intérêt : identification des difficultés des élèves avec MLD, intervention auprès d'élèves avec MLD et caractéristiques des élèves avec MLD (Fig. 7). Nous constatons qu'une majorité des études portent sur le développement d'interventions auprès d'élèves avec MLD et à l'évaluation de leurs effets sur les apprentissages mathématiques (26 sur 35). Notons que peu de recherches traitent de plusieurs centres d'intérêt. Par exemple, seules deux études cherchent à relier la question de l'identification des difficultés des élèves avec MLD avec celle de l'intervention auprès de ces élèves en fonction de leurs difficultés identifiées (Butterworth et Laurillard, 2010 ; Jankvist & Niss, 2015). Ce constat avait déjà été dressé dans Deruaz et al. (2020). Ces cinq dernières années, le nombre de recherches a doublé dans chacune des trois catégories.

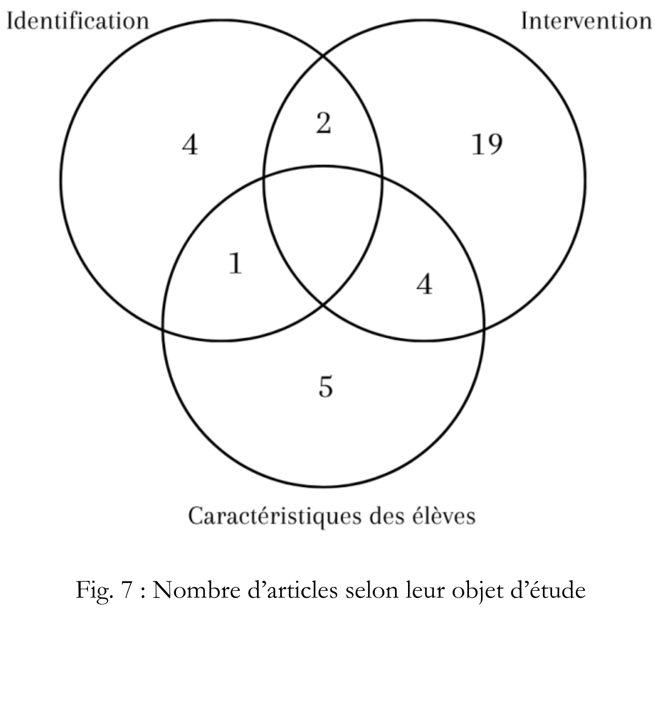


Fig. 7 : Nombre d'articles selon leur objet d'étude

Nous proposons dans les lignes qui suivent une analyse plus fine des articles qui s'intéressent aux interventions auprès d'élèves avec des troubles ou difficultés d'apprentissage en mathématiques, car cela a une importance majeure pour l'enseignement de la discipline et la formation du futur corps enseignant (ordinaire et spécialisé). Cette analyse révèle qu'il s'agit principalement d'interventions individuelles ou en petits groupes et effectuées hors classe, par un chercheur ou un assistant de recherche (14 sur 25). La moitié de ces études (7 sur 14) portent sur une analyse des effets d'une intervention, élaborée par une équipe de recherche sur un objectif mathématique ciblé, s'appuyant sur un enseignement structuré et explicite, souvent couplée avec un enseignement de stratégies, ou sur l'utilisation d'un logiciel ou d'une application informatique. Nous y retrouvons les types d'interventions qui montrent le plus d'effets positifs pour l'apprentissage des élèves avec MLD en mathématiques (Lacombe et al., 2021). Par exemple, Powell et ses collègues (2020b) ont montré l'effet bénéfique d'une intervention intensive (30 minutes trois fois par semaine pendant 13 semaines) sur la résolution de problèmes arithmétiques verbaux appelée *Pirate Math Equation Quest* (https://piratemathequationquest.com/about.html) pour des élèves de 8-9 ans avec MLD. Cette intervention propose un enseignement structuré et explicite sur la lecture, l'interprétation, la mise en place et la résolution de problèmes verbaux en mettant l'accent sur les schémas, couplée avec un travail spécifique sur la compréhension du signe égal et la notion d'équations. Chaque session de cet enseignement se décompose en cinq étapes : *Math Fact Flashcards* qui permet aux élèves de travailler la fluidité des faits numériques, *Equation Quest* qui propose des activités dirigées par l'intervenant sur le signe égal, *Buccaneer Problems* qui est une pratique de résolution de problèmes verbaux dirigée par l'intervenant avec enseignement de schémas, *Shipshape Sorting* qui entraîne les élèves au tri de schémas et *Jolly Roger Review* qui est une révision cumulative de l'ensemble des éléments travaillés dans la session. Ce programme étant proposé en individuel ou en petits groupes, une adaptation pour l'ensemble de la classe pourrait être intéressante à élaborer puis à tester en classe.

Les autres articles rapportent des interventions effectuées en classe (12 sur 25), dont cinq sont des interventions individuelles ou en petits groupes et six avec la classe entière. Les interventions individuelles sont axées sur un enseignement de stratégies ou sur l'utilisation d'un logiciel ou d'une application numérique. Les interventions menées avec toute la classe sont centrées sur des séquences d'enseignement élaborées par une équipe de recherche. La majorité d'entre elles s'appuie sur un enseignement structuré et explicite, couplée à un enseignement de stratégies. Ces séquences d'enseignement sont dispensées par les enseignants de la classe (ordinaires ou spécialisés), formés auparavant par l'équipe de recherche. Par exemple, Im et Jitendra (2020) ont montré un effet positif d'une intervention en classe auprès d'élèves de 12-13 ans (45 minutes cinq fois par semaine pendant six semaines), élaborée par les chercheurs et donnée par l'enseignant (formé en amont par les chercheurs), pour aider les élèves avec MLD à donner du sens au raisonnement proportionnel dans le contexte de résolution de problèmes verbaux. Cette intervention se focalise, d'une part sur un travail des concepts (ratio et relations proportionnelles) et d'autre part sur la résolution de problèmes verbaux multiplicatifs. L'accent est mis sur la connaissance des procédures de résolution pour une classe de problèmes donnés, un enseignement structuré et explicite pour aider les élèves à reconnaître les structures sous-jacentes communes des problèmes d'une même classe, la représentation de la situation à l'aide de représentations appropriées (c'est-à-dire qui illustrent les relations entre les quantités pertinentes du problème), la planification de la manière de résoudre les problèmes d'une classe donnée et le contrôle du caractère raisonnable de la réponse obtenue. Bien que ce programme démontre un effet positif sur les apprentissages des élèves avec MLD, les chercheurs précisent que leurs résultats restent très faibles. Elles identifient deux sources principales : une faible maîtrise des fractions et l'utilisation persistante du raisonnement numérique et additif. Elles concluent en faisant des recommandations pour l'enseignement du raisonnement proportionnel : approfondir en amont les connaissances sur les nombres entiers et les nombres rationnels, sur la signification de la multiplication pour les nombres entiers, expliciter les liens avec la multiplication de nombres rationnels et apprendre à distinguer les situations de comparaison qui nécessitent un raisonnement additif ou multiplicatif.

Cette analyse met en évidence les limites de ces recherches pour impacter les pratiques enseignantes. La majorité des interventions étudiées se déroulent hors classe, en individuel ou en petits groupes et étant dispensées par les chercheurs à l'origine de l'élaboration de l'intervention. Ces interventions semblent difficiles à transférer dans le contexte de la classe ordinaire. En effet, elles sont construites sur des interactions longues et privilégiées avec chaque élève, ce qui est délicat à mettre en œuvre en classe entière. Certaines interventions, comme *Pirate Math Equation Quest* (Powell et al., 2020b), pourraient être adaptées dans le contexte de l'enseignement ordinaire et pour toute la classe, car le matériel utilisé, les modalités de travail proposées (alternance de phases de travail en individuel et en collectif), la durée et les contenus (axés sur l'introduction des notions et non sur la remédiation) sont compatibles avec un enseignement en classe entière. Cependant, cela demanderait de réaliser un travail de transfert important. Les interventions menées en classe pourraient, elles, être transférées au contexte de classe ordinaire, mais là aussi plusieurs verrous doivent être levés, notamment celui de la formation des enseignants pour donner l'intervention. En effet, les résultats de ces études sont probants, mais les facteurs explicatifs sont peu décrits. Or, un facteur explicatif pourrait être que ce sont les chercheurs, à l'origine de l'élaboration de l'intervention, qui forment les enseignants. Dans un contexte de généralisation, on peut se demander si l'intervention sera efficace s'ils ne sont pas formés par l'équipe de recherche (et dans ce cas, qui serait chargé de dispenser ces formations et sous quelles formes ?). D'autre part, les recherches collaboratives entre chercheurs et enseignants, avec une élaboration coconstruite des contenus des séquences de l'intervention, pourraient être une voie à privilégier pour favoriser le transfert des résultats de recherche à la classe, au profit du développement des compétences des enseignants et des apprentissages des élèves.

Conclusion

Les résultats présentés dans les paragraphes précédents confirment de nombreux aspects de la revue de littérature de Deruaz et al. (2020), tout en indiquant certaines évolutions des cinq dernières années. Tout d'abord, la pertinence des trois catégories définies de MLD (Fig. 2) est confirmée par cet article : les trois catégories contiennent en effet des articles et sont donc nécessaires afin de repérer des recherches à ce sujet. Nous pouvons donc conclure qu'elles sont solidement construites et qu'elles peuvent servir de référence pour caractériser les élèves avec MLD en *Mathematics Education*. En deuxième lieu, l'intérêt pour les MLD augmente au niveau international, ce qui souligne la nécessité de telles recherches, car elles peuvent avoir d'importantes implications pratiques pour l'enseignement des mathématiques, par exemple en ce qui concerne l'adaptation de situations d'apprentissages pour les élèves avec MLD. Malgré cette augmentation, le nombre d'articles sur le sujet reste faible, ce qui laisse encore de nombreuses voies à explorer pour les recherches futures. En particulier, il serait nécessaire d'étudier l'apprentissage et les difficultés d'élèves avec MLD dans d'autres domaines mathématiques que l'arithmétique, en explorant par exemple le raisonnement mathématique, la résolution de problème, la pensée algébrique ou géométrique. Enfin, l'intérêt reconnu des recherches en *Mathematics education* pour l'identification des élèves en difficulté (Fig. 7) est appréciable. En effet, les cadres théoriques et les méthodes offerts par cette discipline constituent un outil essentiel pour identifier les difficultés en mathématiques (Peteers, 2020). Mais au-delà de l'identification, la didactique des mathématiques mérite d'avoir un rôle principal à jouer dans la construction d'interventions pour la classe (et pas seulement en individuel et en dehors de la classe) dans laquelle se trouvent des élèves avec et sans MLD. Un développement de la recherche dans cette direction s'avère aujourd'hui indispensable pour répondre à la demande des écoles, des enseignants et des politiques éducatives dans la visée d'une pédagogie inclusive.

REMERCIEMENTS

Nous remercions l'ensemble des membres de l'équipe RITEAM (http://riteam.ch/fr/) pour leur relecture attentive et leurs conseils précieux : Michel Deruaz, Thierry Dias, Ludivine Hanssen, Cécile Ouvrier-Buffet et Elisabetta Robotti.

Bibliographie

Baccaglini–Frank, A., Di Martino, P. & Maracci, M. (2020). Dalla definizione di competenza matematica ai profili cognitivi e affettivi. Il difficile equilibrio tra ricerca di una definizione teorica dei costrutti e sviluppo di strumenti di osservazione e intervento. *XXXVII seminario nazionale di didattica della matematica "Giovanni Prodi"*. https://www.airdm.org/semnaz2020_relazione/

Booth, L. (1984). Erreurs et incompréhensions en algèbre élémentaire. *Petit x, 5*, 5–17.

Butlen, D., Charles-Pézard, M. (2007). Conceptualisation en mathématiques et élèves en difficulté. Le calcul mental, entre sens et technique. *Grand N, 79*, 7–32.

Butterworth, B. (2005). Developmental dyscalculia. In J. I. D. Campbell (Éd.), *Handbook of mathematical cognition* (p. 455–468). Psychology Press.

Butterworth, B., & Laurillard, D. (2010). Low numeracy and dyscalculia: Identification and intervention. *ZDM Mathematics Education, 42*(6), 527–539. https://doi.org/10.1007/s11858-010-0267-4

Castaldi, E., Piazza, M., & Iuculano, T. (2020). Learning disabilities: Developmental dyscalculia. *Handbook of Clinical Neurology, 174,* 61–75.

Chesnais, A. (2020). L'apport d'un point de vue de didactique des mathématiques sur la question des inégalités scolaires. *Éducation et didactique, 14*(1), 49–79. https://doi.org/10.4000/educationdidactique.5378

Département de la formation, de la jeunesse et de la culture (DFJC). (2019). *Concept 360°*.

Auteur-e. (2020). Exploring MLD in mathematics education: Ten years of research. *The Journal of Mathematical Behavior, 60*, 1–17. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100807

Dias, T. (2018). Difficultés d'apprentissage en mathématiques : un regard didactique. In J. Pilet & C. Vendeira (Eds.), *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques* (pp. 251–259).

Gal, H., & Linchevski, L. (2010). To see or not to see: analyzing difficulties in geometry from the perspective of visual perception. *Educational studies in mathematics, 74*, 163-183.

Hughes, E. M., Riccomini, P. J., & Lee, J. Y. (2020). Investigating written expressions of mathematical reasoning for students with learning disabilities. *The Journal of Mathematical Behavior, 58*. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100775

Im, S. H., & Jitendra, A. K. (2020). Analysis of proportional reasoning and misconceptions among students with mathematical learning disabilities. *The Journal of Mathematical Behavior, 57*. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2019.100753

Jankvist, U. T., & Niss, M. (2015). A framework for designing a research-based "maths counsellor" teacher programme. *Educational Studies in Mathematics, 90*(3), 259–284. https://doi.org/10.1007/s10649-015-9629-8

Lacombe, N., de Chambrier, A.-F. & Dias, T. (2021). Des données probantes au service de l'enseignement différencié des mathématiques. *Revue de mathématiques pour l'école, 236*, 13–26. https://www.rme.swiss/article/view/1441/1275

Lafay, A. & Helloin, M.-C. (2016). *Examath : Batterie d'évaluation des troubles de la cognition mathématique*. HappyNeuron.

Lewis, K. E., & Fisher, M. B. (2016). Taking stock of 40 years of research on mathematical learning disability: Methodological issues and future directions. *Journal for Research in Mathematics Education, 47*(4), 338–371. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.47.4.0338

Lortie-Forgues, H., Tian, J., & Siegler, R. S. (2015). Why is learning fraction and decimal arithmetic so difficult? *Developmental Review, 38*, 201–221. https://doi.org/10.1016/j.dr.2015.07.008

Noël, M. P., & Karagiannakis, G. (2020). *Dyscalculie et difficultés d'apprentissage en mathématiques : Guide pratique de prise en charge.* De Boeck Superieur.

Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). (2016). *Technical report of the survey of adult skills (PIAAC)* (2nd ed.). OECD Publishing.

Peteers, F. (2020). Apports croisés de la didactique et de la cognition numérique pour l'étude des troubles des apprentissages en mathématiques. *Recherche En Didactique Des Mathématiques, 40*(2), 225–270.

Pilet, J. (2015). Réguler l'enseignement en algèbre élémentaire par des parcours d'enseignement différencié. *Recherches en didactique des mathématiques, 35*(3), 273–312. https://revue-rdm.com/2015/reguler-l-enseignement-en-algebre/

Powell, S. R., Berry, K. A., & Barnes, M. A. (2020a). The role of pre-algebraic reasoning within a word-problem intervention for third-grade students with mathematics difficulty. *ZDM, 52*(1), 151–163. https://doi.org/10.1007/s11858-019-01093-1

Powell, S. R., Berry, K. A., & Benz, S. A. (2020b). Analyzing the word-problem performance and strategies of students experiencing mathematics difficulty. *The Journal of Mathematical Behavior, 58*. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100759

Scherer, P., Beswick, K., DeBlois, L., Healy, L., & Opitz, E. M. (2016). Assistance of students with mathematical learning difficulties: how can research support practice? *ZDM Mathematics Education, 48*, 633–649. https://doi.org/10.1007/s11858-016-0800-1

Tempier, F. (2020). Des pistes pour enseigner les grands nombres au cycle 3. *Petit x, 108*, 41-66. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/108x2_1585216594756-pdf

Toerner, G. & Arzarello, F. (2012). Grading mathematics education research journals. *Newsletter of the European Mathematical Society, 86,* 52–54.

Jankvist, U. T., & Niss, M. (2015). A framework for designing a research-based "maths counsellor" teacher programme. *Educational Studies in Mathematics, 90*(3), 259–284. https://doi.org/10.1007/s10649-015-9629-8

Van Nieuwenhoven, C. Grégoire, J. et Noël, M.P. (2001). *Tedi-Math. Test diagnostique des compétences de base en mathématiques*. ECPA.

Weiss, L. G., Saklofske, D. H., Holdnack, J. A., & Prifitera, A. (2016). *WISC-V: Advances in the assessment of intelligence*. Academic Press, Elsevier.

Xin, Y. P. (2019). The effect of a conceptual model-based approach on 'additive' word problem solving of elementary students struggling in mathematics. *ZDM, 51*, 139–150. https://doi.org/10.1007/s11858-018-1002-9

ANNEXE : ARTICLES ANALYSÉS POUR LA REVUE DE LITTÉRATURE

Les cinq méta-analyses sont marquées d'une *.

Alghamdi, A., Jitendra, A. K., & Lein, A. E. (2020). Teaching students with mathematics disabilities to solve multiplication and division word problems: The role of schema-based instruction. *ZDM, 52*, 125–137. https://doi.org/10.1007/s11858-019-01078-0

Baten, E., & Desoete, A. (2019). Metacognition and motivation in school-aged children with and without mathematical learning disabilities in Flanders. *ZDM, 51*, 679–689. https://doi.org/10.1007/s11858-018-01024-6

Bouck, E. C., Joshi, G. S., & Johnson, L. (2013). Examining calculator use among students with and without disabilities educated with different mathematical curricula. *Educational Studies in Mathematics, 83*(3), 369–385. https://doi.org/10.1007/s10649-012-9461-3

Bunck, M. J. A., Terlien, E., van Groenestijn, M., Toll, S. W. M., & Van Luit, J. E. H. (2017). Observing and analyzing children's mathematical development, based on action theory. *Educational studies in Mathematics, 96*, 289–304. https://doi.org/10.1007/s10649-017-9763-6

Butterworth, B., & Laurillard, D. (2010). Low numeracy and dyscalculia: Identification and intervention. *ZDM Mathematics Education, 42*(6), 527–539. https://doi.org/10.1007/s11858-010-0267-4

* Auteur-e. (2020). Exploring MLD in mathematics education: Ten years of research. *The Journal of Mathematical Behavior, 60*, 1–17. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100807

* Dibbs, R. A., Hott, B. L., Martin, A., Raymond, L., & Kline, T. (2020). Combining Like Terms: A Qualitative Meta-Synthesis of Algebra I Interventions in Mathematics and Special Education. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology, 8*(3), 219–232. https://doi.org/10.46328/ijemst.v8i3.862

Gifford, S., & Rockliffe, F. (2012). Mathematics difficulties: does one approach fit all? *Research in Mathematics Education, 14*(1), 1–15. https://doi.org/10.1080/14794802.2012.657436

Ginsburg, H. P., Lee, Y. S., & Pappas, S. (2016). Using the clinical interview and curriculum based measurement to examine risk levels. *ZDM Mathematics Education, 48*(7), 1031–1048. https://doi.org/10.1007/s11858-016-0802-z

Hacker, D. J., Kiuhara, S. A., & Levin, J. R. (2019). A metacognitive intervention for teaching fractions to students with or at-risk for learning disabilities in mathematics. *ZDM, 51*, 601–612. https://doi.org/10.1007/s11858-019-01040-0

Heyd-Metzuyanim, E. (2013). The co-construction of learning difficulties in mathematics—teacher—student interactions and their role in the development of a disabled mathematical identity. *Educational Studies in Mathematics, 83*(3), 341–368. https://doi.org/10.1007/s10649-012-9457-z

Hobri, H., Susanto, H. A., Hidayati, A., Susanto, S., & Warli, W. (2021). Exploring thinking process of students with mathematics learning disability in solving arithmetic problems. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology, 9*(3), 498–513. https://doi.org/10.46328/ijemst.1684

Holmes, W., & Dowker, A. (2013). Catch up numeracy: a targeted intervention for children who are low-attaining in mathematics. *Research in mathematics education, 15*(3), 249–265. https://doi.org/10.1080/14794802.2013.803779

Hord, C., Tzur, R., Xin, Y. P., Si, L., Kenney, R. H., & Woodward, J. (2016). Overcoming a 4th grader's challenges with working-memory via constructivist-based pedagogy and strategic scaffolds: Tia's solutions to challenging multiplicative tasks. *The Journal of Mathematical Behavior, 44*, 13–33. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2016.09.002

Hughes, E. M., Riccomini, P. J., & Lee, J. Y. (2020). Investigating written expressions of mathematical reasoning for students with learning disabilities. *The Journal of Mathematical Behavior, 58*. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100775

Hunt, J. H. (2015). Notions of equivalence through ratios: Students with and without learning disabilities. *The Journal of Mathematical Behavior, 37*, 94–105. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2014.12.002

Hunt, J H.., & Silva, J. (2020). Emma's negotiation of number: Implicit intensive intervention. *Journal for Research in Mathematics Education, 51*(3), 334–360. https://doi.org/10.5951/jresemtheduc-2019-0067

Hunt, J. H., Tzur, R., & Westenskow, A. (2016). Evolution of unit fraction conceptions in two fifth-graders with a learning disability: An exploratory study. *Mathematical Thinking and Learning, 18(*3), 182–208. https://doi.org/10.1080/10986065.2016.1183089

Hunt, J. H., Westenskow, A., Silva, J., & Welch-Ptak, J. (2016). Levels of participatory conception of fractional quantity along a purposefully sequenced series of equal sharing tasks: Stu's trajectory. *The Journal of Mathematical Behavior, 41*, 45–67. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2015.11.004

Im, S. H., & Jitendra, A. K. (2020). Analysis of proportional reasoning and misconceptions among students with mathematical learning disabilities. *The Journal of Mathematical Behavior, 57*. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2019.100753

Jankvist, U. T., & Niss, M. (2015). A framework for designing a research-based "maths counsellor" teacher programme. *Educational Studies in Mathematics, 90*(3), 259–284. https://doi.org/10.1007/s10649-015-9629-8

Lambert, R. (2015). Constructing and resisting disability in mathematics classrooms: a case study exploring the impact of different pedagogies. *Educational Studies in Mathematics, 89*(1), 1–18. https://doi.org/10.1007/s10649-014-9587-6

* Lambert, R., & Tan, P. (2020). Does disability matter in mathematics educational research? A critical comparison of research on students with and without disabilities. *Mathematics Education Research Journal, 32*, 5–35. https://doi.org/10.1007/s13394-019-00299-6

Lewis, K. E. (2014). Difference not deficit: Reconceptualizing mathematical learning disabilities. *Journal for Research in Mathematics Education, 45*(3), 351–396.

* Lewis, K.E. & Fisher, M.B. (2016). Taking stock of 40 years of research on mathematical learning disability: methodological issues and future direction. *Journal for Research in Mathematics Education, 47*(4), 338–371. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.47.4.0338

Lewis, K. E., Sweeney, G., Thompson, G. M., & Adler, R. M. (2020). Integer number sense and notation: A case study of a student with a mathematics learning disability. *The Journal of Mathematical Behavior, 59*. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100797

Liu, H. (2020). Low-numerate adults, motivational factors in learning, and their employment, education and training status in Germany, the US, and South Korea. *ZDM, 52*(3), 419–431. https://doi.org/10.1007/s11858-019-01108-x

Lucangeli, D., Fastame, M. C., Pedron, M., Porru, A., Duca, V., Hitchcott, P. K., & Penna, M. P. (2019). Metacognition and errors: The impact of self-regulatory trainings in children with specific learning disabilities. *ZDM, 51*, 577–585. https://doi.org/10.1007/s11858-019-01044-w

Millon-Fauré, K., & Gombert, A. (2021). Analyse d'une situation en mathématiques pour une élève dyscalculique. Méthodologie pour la conception d'adaptations pédagogiques et didactiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 41*(2), 143–176.

Peteers, F. (2020). Apports croisés de la didactique et de la cognition numérique pour l'étude des troubles d'apprentissages en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 40*(2), 225–268.

Pfister, M., Opitz, E. M., & Pauli, C. (2015). Scaffolding for mathematics teaching in inclusive primary classrooms: A video study. *ZDM Mathematics Education, 47*(7). https://doi.org/10.1007/s11858-015-0713-4

Powell, S. R., Berry, K. A., & Barnes, M. A. (2020a). The role of pre-algebraic reasoning within a word-problem intervention for third-grade students with mathematics difficulty. *ZDM, 52*(1), 151–163. https://doi.org/10.1007/s11858-019-01093-1

Powell, S. R., Berry, K. A., & Benz, S. A. (2020b). Analyzing the word-problem performance and strategies of students experiencing mathematics difficulty. *The Journal of Mathematical Behavior, 58*. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100759

Salminen, J., Koponen, T., Räsänen, P., & Aro, M. (2015). Preventive support for kindergarteners most at-risk for mathematics difficulties: Computer-assisted intervention. *Mathematical Thinking and Learning, 17*(4), 273–295. https://doi.org/10.1080/10986065.2015.1083837

* Scherer, P., Beswick, K., DeBlois, L., Healy, L., & Opitz, E. M. (2016). Assistance of students with mathematical learning difficulties: how can research support practice? *ZDM Mathematics Education, 48*, 633–649. https://doi.org/10.1007/s11858-016-0800-1

van Garderen, D., Scheuermann, A., & Poch, A. (2014). Challenges students identified with a learning disability and as high-achieving experience when using diagrams as a visualization tool to solve mathematics word problems. *ZDM*, *46*(1), 135-149. https://doi.org/10.1007/s11858-013-0519-1

Xin, Y. P. (2008). The effect of schema-based instruction in solving mathematics word problems: An emphasis on prealgebraic conceptualization of multiplicative relations. *Journal for Research in Mathematics Education, 39*(5), 526–551. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.39.5.0526

Xin, Y. P. (2019). The effect of a conceptual model-based approach on 'additive'word problem solving of elementary students struggling in mathematics. *ZDM, 51*, 139–150. https://doi.org/10.1007/s11858-018-1002-9

Xin, Y. P., Park, J. Y., Tzur, R., & Si, L. (2020). The impact of a conceptual model-based mathematics computer tutor on multiplicative reasoning and problem-solving of students with learning disabilities. *The Journal of Mathematical Behavior, 58*. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100762

Zhang, D., & Rivera, F. D. (2021). Predetermined accommodations with a standardized testing protocol: Examining two accommodation supports for developing fraction thinking in students with mathematical difficulties. *The Journal of Mathematical Behavior, 62*. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2021.100861

TACHES DE GENERALISATION AVEC DES ELEVES AVEC MLD : PRIVILEGIER LE PROCESSUS AU RESULTAT

Francesca Gregorio

Haute École Pédagogique du canton de Vaud

Les *Mathematical Learning Disabilities* (MLD) entrainent des difficultés des apprentissages persistantes et/ou spécifiques aux mathématiques. Cet article présente deux études de cas d'élèves du Secondaire I avec MLD dans le canton de Vaud. Lors de la résolution de tâches de généralisation et d'argumentation, ces élèves peuvent être capables de s'appuyer sur la structure du problème, en faisant preuve d'un potentiel d'apprentissage dont il faudrait tenir compte pour les pratiques de classe.

Mots clés : dyscalculie, généralisation, MLD, troubles des apprentissages

INTRODUCTION

Les troubles et difficultés des apprentissages suscitent un intérêt grandissant ces dernières années, que cela soit du côté de la recherche en psychologie, sciences cognitives, didactique (Deruaz et al., 2020 ; Giroux, 2011 ; Lewis & Fisher, 2016) ou des institutions politiques (DFJC, 2019).

Selon le Manuel Diagnostique et Statistique des Troubles Mentaux (DSM–5 ; APA, 2013) rédigé par l'association américaine de psychiatrie, les troubles spécifiques des apprentissages relèvent de troubles neurodéveloppementaux d'origine biologique qui sont à la base de difficultés scolaires spécifiques et persistantes en absence d'un handicap ou d'autres raisons qui pourraient les expliquer. Ils sont diagnostiqués grâce à des tests spécifiques et, en ce qui concerne les mathématiques, les difficultés qui font l'objet de ces processus d'évaluation concernent la maîtrise du sens du nombre, les faits numériques, le calcul, le codage-décodage des nombres en chiffres, la mémoire de travail et plus génériquement le raisonnement mathématique (APA, 2013 ; Geary, 2011). Les DSM, comme plus généralement la neuropsychologie et la psychologie cognitive, lie les difficultés en mathématiques principalement au fonctionnement cognitif et aux caractéristiques propres à l'individu (Giroux, 2011).

Les récentes recherches en didactique et en *mathematics education* s'emparent du concept de trouble des apprentissages en prenant une posture holistique avec le terme MLD – *Mathematical Learning Disabilities* ou *Difficulties*– qui inclue de manière plus générale les élèves en grande difficulté en mathématiques (Baccaglini-Frank et al., 2014 ; Deruaz et al., 2020). Selon ce point de vue, les difficultés ne peuvent pas être expliquées seulement à travers les caractéristiques individuelles mais doivent être encadrées dans le contexte scolaire (Giroux, 2011).

Dans cet article, nous présentons un résumé de la revue de littérature à propos des MLD et de la pensée algébrique et décrivons une recherche concernant le raisonnement mathématique d'élèves avec MLD, notamment en algèbre, en en dégageant des pistes et des postures souhaitées pour la prise en charge de ces élèves par le corps enseignant.

ÉLÈVES AVEC MLD

Même si une définition stabilisée et partagée n'existe pas encore (Gregorio, 2022a), la littérature en *mathematics education* utilise de plus en plus l'acronyme MLD, avec lequel on se réfère à trois différentes catégories : les élèves avec *Math Disorder*, *Learning Disabilities* ou *Severe Difficulties in Mathematics* (Deruaz et al., 2020). Les deux premières catégories correspondent à ce que le DSM–5 (APA, 2013) nomme les troubles spécifiques des apprentissages décrits dans la section précédente, respectivement en mathématiques (*Math Disorder,* et en particulier inclue les élèves avec un diagnostic de dyscalculie) ou en dehors des mathématiques (*Learning Disabilities*). Ces élèves ont reçu un diagnostic effectué à travers un test standardisé. Pour les *Math Disorde*s, les tests sont spécifiques aux mathématiques, permettant d'identifier des difficultés persistantes et spécifiques aux maths (Deruaz et al., 2020). Pour les *Learning Disabilities* les tests ne sont pas spécifiques aux mathématiques ; ils identifient les difficultés persistantes d'apprentissage mais non nécessairement spécifiques aux mathématiques.

Si ces deux premières catégories couvrent la définition des troubles spécifiques des apprentissages du DSM–5 (APA, 2013) qui est généralement utilisée en sciences cognitives, il est nécessaire en didactique des mathématiques d'élargir la définition. En effet, le diagnostic n'est pas toujours accessible au corps enseignant, parfois pour des raisons de confidentialité. Les enseignantes et enseignants peuvent savoir qu'il y a un diagnostic sans pourtant connaître les aspects des mathématiques pour lesquels élèves rencontrent des difficultés parmi ceux testés. Dans ce cas, le diagnostic ne peut pas étayer la mise en place d'une intervention auprès des élèves. De surcroît, les élèves en grande difficulté n'ont pas toujours eu l'occasion d'effectuer un test diagnostique. En classe on peut donc se retrouver face à des élèves en difficulté à cause d'une hétérogénéité de raisons qui ne sont pas toujours connues, avec l'objectif pour l'enseignant de prendre en charge ces difficultés indépendamment de l'existence d'un diagnostic.

Les constats décrits dans le dernier paragraphe ont orienté la recherche en *mathematics education* vers la prise en considération d'une troisième catégorie, celle des *Severe Difficulties in Mathematics*. Elle correspond à des élèves en grande difficulté en mathématiques sans pourtant avoir été identifiées via un test utilisé pour les *Math Disorders* ou les *Learning Disabilities* (Deruaz et al., 2020). Le repérage de ces élèves se fait à travers des tests non médicaux et non standardisés (par exemple des tests réalisés en école au niveau de la classe) ou via l'identification du corps enseignant. Cette catégorie inclut les élèves rencontrant des difficultés spécifiques aux mathématiques, mais dont la persistance n'a pas été testée.

En cohérence avec la définition et les difficultés énoncées dans le DSM–5, la plupart des études sur les MLD portent sur l'arithmétique et plus précisément sur des connaissances mathématiques de base (Deruaz et al., 2020 ; Lewis et Fisher, 2016). En effet, la grande majorité des recherches s'intéresse à des sujets mathématiques élémentaires avant la troisième année d'école primaire et seulement une partie minoritaire couvre des sujets du secondaire. De surcroît, les tests de diagnostic existant couvrent quasi exclusivement le domaine arithmétique et sont destinés à des élèves jusqu'à onze ans (Peteers, 2020). Ce fait cache l'hypothèse implicite que les difficultés dans tout domaine mathématique puissent être expliquées par des difficultés en arithmétique (Baccaglini–Frank et al., 2020), hypothèse très discutable, car il est possible de rencontrer des difficultés en mathématiques sans avoir des difficultés en arithmétique, ou ne pas avoir des MLD, mais avoir des difficultés en arithmétique. Pour toutes ces raisons, il est important d'élargir le champ de recherche sur les élèves avec MLD en ce qui concerne les sujets mathématiques (Deruaz et al., 2020 ; Lewis & Fisher, 2016). En particulier, il est capital de se concentrer sur le raisonnement mathématique, avec un focus particulier sur la perception des relations et structures, la généralisation, l'abstraction et l'argumentation (Baccaglini–Frank et al., 2020), en mettant en valeur ce que ces élèves savent faire et leurs compétences, outre que leurs difficultés (Lewis, 2014).

CADRE THÉORIQUE ET QUESTION DE RECHERCHE

La pensée algébrique est un domaine particulièrement adapté au développement de la réflexion autour de la structure mathématique, de l'argumentation et des processus de généralisation et d'abstraction. Nous encadrons notre recherche dans l'approche de l'*early algebra*, qui voit l'arithmétique et l'algèbre comme un continuum et en même temps permet de différencier les démarches calculatoires d'autres plutôt concentrées sur la structure et le raisonnement (Kieran, 1996 ; Malara & Navarra, 2018 ; Pilet & Grugeon–Allys, 2021). La posture de *l'early algebra* semble être particulièrement adaptée à l'étude des difficultés et compétences d'élèves avec MLD, car permet de séparer entre les difficultés liées plutôt aux connaissances numériques et celles concernant le raisonnement.

Selon certains auteurs, ce qui caractérise la pensée algébrique est l'analycité : elle permet de considérer les quantités indéterminées comme des nombres connus et d'opérer sur elles (Radford, 2018). Selon d'autres, l'aspect caractéristique de l'algèbre est la généralisation. Par exemple, Kaput (2008) définit la pensée algébrique comme la généralisation de régularités et son expression dans des systèmes de symboles conventionnels. Malara et Navarra (2018) conçoivent l'arithmétique et l'algèbre comme une métadiscipline pour laquelle la généralisation est centrale. Lors du processus d'enseignement-apprentissage, en arithmétique comme en algèbre, on peut se déplacer d'un point de vue procédurale à un relationnel. Cela peut être fait avec le symbolisme algébrique standard à travers par exemple la généralisation de régularités numériques, ou simplement dans le domaine arithmétique travaillant sur l'équivalence et la transformation d'écritures sur la base de propriétés. Il est donc possible de travailler des aspects algébriques comme la généralisation, la structure mathématique, la pensée relationnelle déjà en champ arithmétique.

Malara et Navarra (2018) se sont intéressés au développement de la pensée algébrique et à comment aborder l'enseignement des mathématiques en classe afin d'en favoriser la génération. Ils identifient différents *construits*[1], résumés dans la Fig. 1 et détaillés dans les lignes suivantes, fondamentaux à ce propos. Ces *construits* permettent de stimuler et soutenir le recours à une pensée mathématique basée sur la structure et le raisonnement plutôt que sur la simple application des calculs, en passant du plan de l'action à celui de la réflexion. Leur observation auprès des apprenants peut également témoigner le recours et la mise en place de procédures basées sur la pensée algébrique.

Favoriser le changement de focus du résultat au processus	Favoriser les pratiques :
- Représenter versus résoudre - Processus versus produit - Transparent versus opaque	- Argumentation - Généralisation

Fig. 1 : Les *construits* de Malara et Navarra (2018)

La première famille de *construits* concerne le changement de focus du *résultat* au *processus* (Malara & Navarra, 2018). En effet, l'approche traditionnelle à l'arithmétique porte une grande attention sur l'identification du *résultat*, parfois même au détriment du cheminement pour y arriver : résoudre un problème et en présenter la solution numérique sont considérés comme synonymes dans de nombreux contextes scolaires. Le manque de focus sur le *processus* pour arriver au *résultat* peut empêcher le développement d'importantes compétences mathématiques. Une première manière de soutenir le changement de focus du *résultat* au *processus* est englobée dans le *construit représenter* Vs *résoudre*. L'accent est mis sur la *représentation* d'un problème mathématique plus que sur son immédiate *résolution*, en favorisant un point de vue portant plus sur les relations et la structure que sur le calcul et les opérations. Cela favorise des manières de penser qui permettent de développer la pensée algébrique en minimisant le point de vue opérationnel au profit du point de vue relationnel. Prenons comme exemple le problème suivant « Marina a des billes noires et blanches et les place dans les boîtes comme indiqué dans la Fig. 2. Représentez la situation en langage mathématique afin de trouver le nombre de billes ». La consigne du problème est explicitement construite pour favorise le travail sur la *représentation* de la situation afin de mettre en lumière sa structure et le lien avec la distributivité. Une consigne focalisée seulement sur le nombre de billes ne permettrait pas ce travail sur les propriétés et la structure, mais conduirait simplement les élèves à se concentrer sur la résolution et sur les calculs pour obtenir le nombre de billes.

[1] Plus précisément, Malara et Navarra (2018) parlent de *language constructs*, dont nous avons proposé une adaptation pour cet article. Sans rentrer ici dans le détail de la justification de ce terme, dans cette approche l'apprentissage arithmétique et algébrique est conçu en analogie avec l'apprentissage du langage naturel.

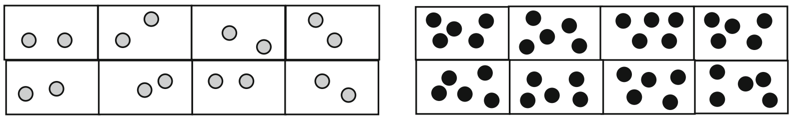


Fig. 2 : Problème des billes de Malara et Navarra (2018, p.59)

Cette dichotomie est fortement reliée à celle entre *processus* et *produit*[2] qui participe également au changement de focus du *résultat* au *processus* : être très centré sur la résolution amène à se concentrer quasi exclusivement sur le *produit* du calcul au détriment du *processus* qui a permis de l'obtenir (Malara & Navarra, 2018). Par exemple, dans le problème de la Fig. 2, nous pourrions nous contenter du résultat « 56 », ou au contraire porter l'attention des élèves sur le processus qui permet d'y arriver. La focalisation sur le *produit* empêche l'étude de la structure du problème et par là même celle du raisonnement mathématique nécessaire pour le résoudre.

Selon Malara et Navarra (2018), l'attention aux *représentations* des problèmes et aux *processus* de résolution favorise des représentations *transparentes*, qui permettent l'accès à des informations explicites sur la structure du problème. Ces représentations *transparentes* sont en opposition avec les représentations *opaques* qui en cachent la structure. Il s'agit du troisième *construit* : représentations *transparentes* Vs représentations *opaques* (Fig. 1). Dans l'exemple précédent du problème de la Fig. 2, une représentation *opaque* du nombre de billes de Manon est simplement « 56 » qui demeure implicite en ce qui concerne le lien avec le problème. Au contraire, « $2 \cdot 4 \cdot (2+5)$ » est *transparente*, car le lien entre la structure du problème et sa modélisation est explicite. Une représentation est plus *transparente* quand le nombre n'est pas dans sa forme *canonique* (dans l'exemple, « 56 »), mais dans une de ses formes *non canoniques* (comme « $2 \cdot 4 \cdot (2+5)$ ») qui en met en évidence certaines caractéristiques sur lesquelles il est utile de porter l'attention aux fins de la compréhension et résolution du problème.

Selon Malara et Navarra (2018) l'argumentation et la généralisation sont capitales pour le passage d'une focalisation sur le *résultat* à celle sur le *processus*, et elles font donc partie des *construits* à disposition des enseignants pour stimuler la génération de la pensée algébrique. En effet, la proposition d'activités mathématiques qui visent à généraliser une situation précise et l'argumentation des propos mathématiques permettent de mettre en place des raisonnements travaillant la structure et le sens du problème. D'un côté, la généralisation permet de s'éloigner d'un cas particulier ou d'un nombre fini de cas pour lesquels une certaine propriété a pu être vérifiée et d'en élargir l'ensemble de validité (Kaput, 2008). La portée des faits généralisés est toujours plus grande que celui de l'ensemble initial. L'argumentation, quant à elle, permet de développer des idées et des intuitions qui n'étaient pas encore complètement établies avant de les communiquer. Elle s'appuie sur la verbalisation pour nourrir la métacognition sur ce qui est fait ou dit, et en particulier sur les généralisations accomplies.

Dans cet article nous nous intéressons à la pensée algébrique d'élèves avec MLD et, en particulier, nous voulons mettre en évidence des compétences que des élèves en grande difficulté en mathématiques peuvent avoir. Pour cela faire, nous allons nous intéresser à la pensée algébrique, qui est un domaine qui permet de travailler différents aspects mathématiques autres que ceux qui constituent une des difficultés classiques des élèves avec dyscalculie, tels que le sens du nombre, les faits numériques, le calcul, le codage-décodage des nombres et la mémoire de travail. Nous nous demandons donc : quel potentiel d'apprentissage peut être révélé par la mise en œuvre de tâches de généralisation et d'argumentation avec des élèves avec MLD ?

[2] Malara et Navarra (2018) utilisent le mot anglais « *product* ». Dans le contexte de cet article, le terme « produit » ne signifie pas le résultat d'une multiplication.

MÉTHODE

Dans cet article, nous présentons deux études de cas, Clément et Ambre[3]. Il s'agit d'élèves relevant de la catégorie des *Math Disorders* du secondaire I qui suivent leur scolarité dans une école ordinaire du canton de Vaud.

Clément, 14 ans, est en 10H VG1[4] et a un diagnostic de trouble de dyscalculie et de dyspraxie visuospatiale. Ces troubles entrainent des difficultés d'attention, d'organisation et de planification dans l'exécution des tâches. Il a d'importantes difficultés en calcul et a besoin de beaucoup plus de temps par rapport à ses camarades. Pour tenter de remédier à ces difficultés, il a été rédigé un contrat d'aménagement entre le doyen et les parents de Clément concernant toutes les disciplines scolaires.

Ambre, 14 ans, est en 11H VG1 et a un diagnostic de dyscalculie et de dyslexie. Une hypotonie musculaire est soupçonnée, ce qui la fatigue très rapidement. Elle a de grandes difficultés en mathématiques et ses résultats sont instables selon le thème traité. Elle a des difficultés dans la compréhension des marches à suivre pour l'accomplissement d'une tâche et elle a parfois de la peine à comprendre les énoncés. Ambre a également des difficultés dans d'autres disciplines, mais réussit particulièrement bien en dessin. Pour prendre en considération sa situation, Ambre a été exemptée du cours d'allemand depuis l'école primaire et du cours d'anglais depuis la 10H.

Les deux élèves ont résolu la tâche mathématique « La suite de carrés » (Fig. 3) présentée dans la section suivante. La résolution de la tâche a été effectuée lors d'un entretien clinique conduit par l'autrice de cet article. La personne menant l'entretien avait à disposition une calculatrice qu'elle proposait aux élèves en cas de difficulté de calcul.

Les entretiens ont été filmés et les échanges oraux retranscrits. Les transcriptions ont été ensuite enregistrées et analysées. Le cadre de Malara et Navarra (2018) présenté précédemment a étayé l'analyse des procédures mises en place par les élèves. En particulier, nous avons classé les différentes étapes de résolution selon les *construits* résumés dans la Fig. 1.

ANALYSE DE LA TÂCHE « LA SUITE DE CARRÉS »

Voici les trois premières étapes d'une suite de carrés.

a) Combien faut-il de pailles pour former une suite de 4 carrés ? Et de 5 carrés ?
b) Combien faut-il de pailles pour former une suite de 12 carrés ?
c) Combien faut-il de pailles pour former une suite de 100 carrés ?
d) En connaissant le nombre de carrés, pourrais-tu toujours trouver le nombre de pailles ? Si oui, comment ?

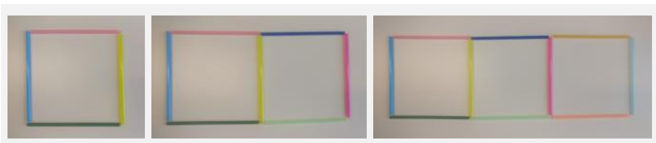


Fig. 3 : La tâche « La suite de carrés »

[3] Clément et Ambre sont des pseudonymes.

[4] Dans le canton de Vaud, le secondaire I est partagé en 3 niveaux en mathématiques selon les notes obtenues à la fin de l'école primaire. Dès notes les plus hautes aux plus basses : VP, VG2, VG1.

« La suite de carrés » (Fig. 3) est une tâche classique et peut être proposée, avec les adaptations nécessaires, à différents niveaux scolaires. Par exemple, Weber et al. (2015) ont construit une leçon pour l'école primaire (pour des élèves de 8-10 ans) autour d'un problème similaire (« Les 99 carrés »), ou les Moyens d'Enseignement officiels des cantons romands en proposent plusieurs pour le Primaire (par exemple « Avec des allumettes », en 7H ; CIIP, 2022) ou le Secondaire I (comme le « FA2 Escaliers », en 10H ; CIIP, 2012[5]). L'objectif de « La suite de carrés » est la généralisation de la suite, d'abord à l'étape 100, nombre particulier en dehors de la portée sensible, et dans un deuxième temps au cas général où le nombre de carrés n'est pas connu. La tâche se prête bien à l'argumentation, qui est d'ailleurs capitale pour expliquer le processus de généralisation.

Analysons maintenant les procédures attendues pour les différentes sous-tâches de « La suite de carrés ».

Sous-tâche a)

Pour la sous-tâche a), on peut s'attendre à ce que les élèves reproduisent la suite pour 4 ou 5 carrés et comptent les pailles dessinées (ou utilisées dans le cas d'utilisation de matériel). Cette sous-tâche est conçue pour donner aux élèves la possibilité de remarquer que la suite est construite avec une certaine régularité et que pour passer d'une étape à la suivante il faut toujours ajouter 3 pailles. Il s'agit donc d'une manière pour favoriser l'attention sur le *processus*. Cependant, il est possible de répondre à la question a) en restant plutôt au niveau du *résultat*. Pour dessiner correctement la suite, il faut déjà avoir remarqué comment elle est construite, et donc sa structure. De plus, on peut avoir différents niveaux de représentation de celle-ci : la relation qui lie deux étapes successives peut être mise en évidence (comme dans la Fig. 4) ou peut demeurer implicite. Lors du comptage il est néanmoins possible de compter une à une les pailles. Dans ce cas l'attention est totalement tournée vers l'obtention du *résultat* final qui sera *opaque*, car ne communiquera pas d'information sur la structure de la suite. Au contraire, on peut imaginer de partir du nombre de pailles nécessaires pour les carrés donnés dans la consigne (Fig. 3) puis d'ajouter directement 3 : « pour former 4 carrés il faut 10+3=13 pailles ». Avec cette procédure, l'élève se focalise sur le *processus* qui permet d'obtenir le résultat final et l'écriture du 13 comme 10+3 est *transparente*, car elle permet d'accéder à la structure de la suite : pour obtenir l'étape successive, il faut toujours ajouter 3 pailles.

Fig. 4 : Une représentation de « La suite de carrés » où la relation entre les étapes successives est mise en évidence

Sous-tâche b)

La sous-tâche b) a été proposée pour pousser les élèves ayant utilisé des procédures plutôt tournées vers le *résultat* et le *produit* à remarquer la structure de la suite et les relations en jeu. Les procédures possibles sont les mêmes que celles décrites pour les 4 et 5 carrés. Le nombre de carrés étant élevé, la reproduction des 12 carrés amène les élèves à aller à la ligne dans le dessin à cause d'un manque d'espace pour reproduire les 12 carrés à la suite. Une erreur classique est celle de la Fig. 5, dans laquelle Clément dessine deux fois la même paille verticale, une première fois à la fin d'une ligne et une deuxième à la ligne suivante.

[5] Pour approfondir cette tâche, consulter Batteau et Clivaz (2023).

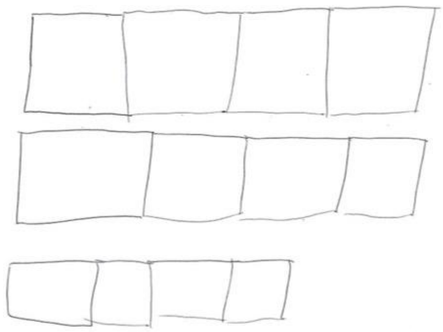


Fig. 5 : Reproduction des 12 carrés par Clément

Sous-tâche c)

Avec la sous-tâche c), nous avons voulu défavoriser le recours à la reproduction de la suite. En effet, même s'il est toujours possible de dessiner ou construire les 100 carrés, cette procédure, qui s'annonce très longue et à haut risque d'erreur lors du comptage des pailles, décourage les élèves. Une autre procédure qui ne se base pas sur la reproduction doit alors être recherchée, elle s'appuie dès lors davantage sur la structure de la suite en la généralisant. Une première procédure faisant appel à la structure et la régularité de la situation se base sur la relation de récursivité entre étapes successives (à chaque carré on ajoute 3 pailles) sans pourtant aboutir à une formule compacte qui prenne en compte le nombre 100. Un exemple de cette procédure est la suivante : « on a 4 pailles du carré de départ et après on ajoute 3 pailles pour les autres carrés. Du coup il faut faire 4+3+3+3+… jusqu'à arriver à 100 carrés[6]. » Cette formule, bien que *transparente* et focalisée plus sur le *processus* que le *produit*, s'appuie sur la présence des trois points pour exprimer la généralisation qui demeure encore partiellement implicite.

Un pas ultérieur pour la résolution de la sous-tâche c) peut être obtenu en prenant en compte le nombre de carrés directement dans la formule, en utilisant une variable muette (dans notre cas « 100 »). Un exemple est le suivant : « pour obtenir le nombre de pailles il faut faire 4+99·3 =301 ».

Ou encore, on pourrait trouver la formule littérale et l'appliquer à *n*=100 : $[4 + 3(n - 1)]|_{n=100} = 4 + 3 \cdot 99 = 301$. Dans les trois cas, les procédures se focalisent principalement sur le *processus* plutôt que sur le *résultat*, fournissant des solutions *transparentes* qui permettent d'accéder à la structure de la suite et aux relations entre les différentes grandeurs en jeu : le nombre de carrés et le nombre de pailles.

Sous-tâche d)

La sous-tâche d) oblige à s'affranchir de la référence à un cas numérique particulier. Principalement deux procédures correctes sont possibles[7]. La première est une généralisation au cas quelconque exprimée en langage naturel, par exemple « 4 plus 3 fois le nombre de carrés moins 1 ». La deuxième est une formule littérale, comme : « étant *n* le nombre de carrés, le nombre de pailles sera 4 + 3(*n*–1) ». Bien que les registres utilisés ne soient pas les mêmes, les deux procédures partagent une caractéristique très importante : la variable est explicite, dans la première comme « le nombre de carrés » et dans la deuxième comme « *n* ». Dans les deux cas, c'est le processus qui est mis en lumière et la réponse finale, qu'elle soit exprimée en langage naturel ou littéral-algébrique, est très *transparente* en ce qui concerne la structure du problème.

[6] Ici et dans ce qui suit, nous ne choisissons qu'une possible vision et décomposition de la suite pour illustrer les différentes procédures. D'autres sont possibles en amenant à des considérations similaires en ce qui concerne les procédures de résolution.

[7] Pour avoir plus d'informations sur le différences et similarités entre les procédures présentées dans cet article, consulter Radford (2001).

Difficultés

Bien entendu, nous n'avons rapporté ici que les procédures correctes. Nous désirons cependant attirer l'attention des lecteurs et lectrices sur certaines difficultés fréquentes.

Il arrive fréquemment que les élèves confondent la variable dépendante (le nombre de pailles) et celle indépendante (le nombre de carrés).

Il est commun pour les élèves d'avoir des difficultés dans la correcte représentation de la suite. Les élèves peuvent doubler les pailles en allant à la ligne comme dans la Fig. 5, ou doubler la paille verticale à chaque carré, ou encore poursuivre la suite différemment que prévu, par exemple en dessinant le troisième et quatrième carré de manière à former un grand carré de côté 2 pailles.

Une représentation incorrecte de la suite fréquente est celle qui se base sur une fausse relation de proportionnalité entre le nombre de carrés et le nombre de pailles. Les élèves ont tendance à identifier des relations comme $p=4c$ ou $p=3c$, où p est le nombre de pailles et c le nombre de carrés. La sous-tâche b), étant 12 multiple de 3, favorise donc des réponses comme « vu que $12=3\cdot4$, et pour 3 carrés il faut 10 pailles, alors pour 12 carrés il faut $10\cdot4=40$ pailles ». Le choix du nombre 12 a été fait aussi pour donner la possibilité aux élèves de mettre en acte la procédure proportionnelle dans un cas facilement vérifiable via le dessin, et fournit donc un contrexemple auquel se référer lors de la suite de la résolution.

Une dernière difficulté très répandue concerne le cœur de cette tâche, la généralisation. Trouver une réponse à la sous-question c) est difficile, spécialement dans le cas d'une formule compacte comme les deux dernières décrites dans la section « Sous-tâche c) ». Passer à la généralisation du cas quelconque de la sous-question d) est également difficile et souvent une source de blocage pour les élèves.

RÉSULTATS

Dans cette section, nous reparcourons les entretiens avec Clément et Ambre à propos de la tâche « La suite de carrés » à la lumière du cadre résumé dans la Fig. 1.

Clément

Clément trouve correctement la réponse à la question concernant 4 carrés en dessinant un quatrième carré collé aux trois de la photo de la consigne (Fig. 3) et en comptant les 13 pailles. Sa procédure est ici orientée vers le *produit* et le résultat est *opaque,* car il n'est pas porteur de la structure de la suite. Pour les 5 carrés, Clément n'a plus besoin du dessin, il procède directement avec le comptage oral : « quatorze, quinze, seize... seize ! ». Pour ce deuxième cas, Clément n'a pas dessiné la suite de 5 carrés, mais il s'appuie probablement encore sur la représentation graphique des étapes précédentes. En effet, il compte encore les pailles une à une et sa solution est encore *opaque*, car la relation entre les étapes successives n'est pas explicite.

Pour la sous-tâche b), d'abord il en fournit une reproduction fausse (Fig. 5) en comptant 39 pailles. Après relance de la chercheuse, il essaie de se corriger :

> Clément : On en aura plus parce que du coup, celle-là, on pourrait l'enlever et celle-là aussi, on pourrait l'enlever [en pointant la première paille de la deuxième et de la troisième ligne]. Du coup, je vais retrouver 20... 19, 18, du coup ça ferait 18... Oui, ça ferait 18.
>
> Chercheuse : Comment tu as fait pour trouver 18 ?
>
> Clément : Parce que là, du coup, s'ils seraient tous collés, je pourrais enlever celle-là parce que celle-là reviendrait là [il pointe la dernière paille de la première ligne et la première de la deuxième], et là pareil, je pourrais enlever celle-là, parce que celle-là, elle reviendrait là il pointe la dernière paille de la deuxième ligne]. Et du coup, j'ai fait ce que j'ai trouvé, qui était 20, moins 2.
>
> Chercheuse : Tu es sûr que c'était 20 ?

Clément : Je sais plus... 1, 2, 3, 5, . . . 39 ! Du coup, 39 moins 2, ça fait 37.

Ici Clément a des difficultés liées à sa mémoire de travail, aspect qui peut poser problème aux élèves avec une dyscalculie. Il ne se rappelle pas correctement le nombre de pailles trouvé au préalable pour les 12 carrés. Malgré l'erreur qui fait aboutir au mauvais *résultat* 18, l'attention au *processus* qui amène l'élève à calculer 20–2 permet de percevoir son raisonnement correct.

Pour l'instant Clément n'a pas encore utilisé la structure de la suite, et il est assez concentré sur la *résolution* qui permet d'atteindre le *résultat*.

Pour la sous-tâche c) il propose d'abord la relation proportionnelle : « Là vu que sur une, il y en a 4, faire 100 fois 4... 400. » La chercheuse relance alors en proposant à l'élève de vérifier la conjecture pour 4 carrés. Clément se rend alors compte que sa stratégie est fausse :

> Parce que là, du coup, vu qu'ils sont collés... cette paille, on n'y en a pas encore une ici. Du coup ça fait pas exactement 4, mais ce qu'il faudrait faire c'est qu'il faudrait trouver combien y en a que j'ai trop compté là [en pointant 4x100=400], et faire 400 divisés par les paquets... Mais je ne sais pas comment trouver... Quel calcul faire pour trouver combien de pailles.

Dans l'extrait ci-dessus, on voit que Clément veut partir de sa formule fausse et trouver combien de pailles il a comptées en double. Les difficultés de Clément sont ici visibles, car il a de la peine à modéliser avec une soustraction la situation décrite : « mon problème c'est ça, justement, je ne sais pas quel calcul faire », dit-il quelques minutes plus tard, après avoir essayé de modéliser via une division. Le sens des opérations et leur lien avec le problème à modéliser ne sont pas stabilisés.

Pour aider Clément à trouver combien de pailles il a comptées en trop, la chercheuse lui propose de revenir sur les cas connus de la sous-tâche a). Ce qui est intéressant de ces cas à petits nombres est que le *résultat* a déjà été trouvé et l'attention est donc complètement tournée vers le *processus* utilisé pour l'obtenir, ce qui permet au résultat, écrit sous une de ses formes *non canoniques*, de devenir *transparent*. Le raisonnement sur les petits cas permet à Clément de répondre correctement à la sous-tâche c). Voici ses mots :

> Ok, je crois j'ai compris. . . Parce que là, à chaque fois. . . il y en aura de toute façon celle-là [en pointant à la première paille verticale]. Et puis là... Et puis du coup, là il manque, là il manque, là il manque, là il manque [en pointant les pailles verticales qui suivent] et on peut faire comme ça longtemps et je pense que jusqu'à 100 du coup. . . Là, du coup, j'ai trouvé que sur 4 pailles il y en avait... Sur 4 carrés de pailles il y en avait 3 où il manquait une paille et du coup, sur 5, c'était pareil. Et ainsi de suite. Et du coup, je me suis dit que sur 100, ça faisait pareil, qu'on pouvait faire comme ça jusqu'à 100. Du coup, ça faisait... il avait 99 pailles sur 100 qui manquaient dans chaque carré et du coup, j'ai fait 4 fois 100. Ça fait 400. En tout, il y a 4 fois 100 carrés. Et après j'ai fait 400 moins 99 et ça donnait 301 pailles. Et du coup il y aurait 301 pailles.

Dans ce qui précède, Clément compare sa formule 4x100 avec la suite de carrés et se rend compte qu'avec son calcul il compte deux fois toutes les pailles verticales sauf la première et la dernière. Il procède donc à soustraire ces 99 pailles aux 400 obtenues précédemment et il en obtient 301.

Malgré ses difficultés liées à la mémoire de travail et au choix de l'opération, Clément arrive à *généraliser* la suite aux 100 carrés et *argumente* son raisonnement. Cela a été possible grâce à l'attention portée au *processus* et non seulement au *résultat* et aux *représentations non canoniques* des nombres qui en ont permis une interprétation *transparente*.

Ambre

L'entretien avec Ambre commence avec la sous-tâche a), pour laquelle l'élève propose non pas la procédure attendue du dessin et comptage, mais décompose directement les carrés selon la structure de la suite. En écrivant le texte de la Fig. 6, elle dit :

> On a 4 pailles en haut, ensuite 4 pailles en bas [en écrivant "4" et "4" en "colonne"]. Puis, ensuite, on aura dans les intersections et on aura 3 intersections, celles-là, là [en pointant les pailles verticales, sauf

> la première. Elle écrit "3" à côté des "4"]. Plus les 2 du bout, donc ça fait plus 2 [en écrivant "2" à côté du 3]. . . Ah, pour 5 carrés on fait la même chose, mais pour les 5. Du coup, il y en aura 5 en haut, 4 au milieu et toujours 2 sur les côtés [en écrivant "5" et "5" en colonne, "4" et "2" à côté des "5"]. Du coup, ce sera 16 [en écrivant "=16"] pailles.

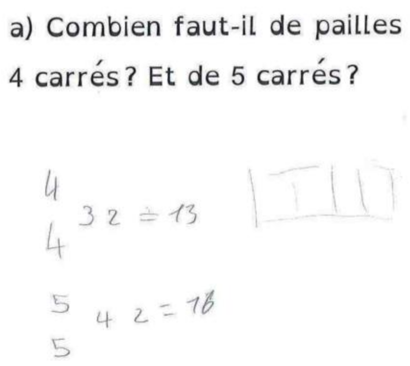


Fig. 6 : La résolution de la sous-tâche a) par Ambre

Malgré ses grandes difficultés en mathématiques, Ambre met spontanément en acte une procédure qui peut être considérée avancée du fait de son caractère *généralisable*. Nous faisons l'hypothèse que ses difficultés pourraient même défavoriser des procédures basées sur le comptage pour en favoriser d'autres s'appuyant sur la structure de la suite, où le *processus* pour arriver au résultat est *transparent* en son lien avec ce qu'il modélise. En effet, la manière adoptée par l'élève d'écrire les nombres en jeu (Fig. 6) peut être considérée comme une *représentation* qui communique des caractéristiques importantes de la suite. En fait, la position des nombres est liée à leur rôle dans la représentation graphique des carrés : les deux premiers nombres en colonne correspondent au nombre de pailles horizontales en haut et en bas, le deuxième nombre aux pailles verticales sauf la première et la dernière qui sont comprises dans le « 2 » final. Cette *représentation* de la suite permet à Ambre de la décomposer et d'avoir une vision *transparente* du nombre de pailles, qui est exprimé par une forme *non canonique*.

Ambre répète la même stratégie pour les 12 carrés, avec quelques erreurs de calcul et de modélisation de la situation, et propose à nouveau le même raisonnement pour les 100 carrés.

À la sous-tâche d), Ambre manifeste des difficultés. Pour la relancer, la chercheuse lui propose alors de trouver le nombre de pailles pour 5 000 carrés, un nombre encore plus grand que les 100 pour lesquelles elle avait aisément trouvé la solution. Étrangement, au lieu de reproposer la même résolution qu'auparavant, Ambre suggère une interprétation proportionnelle de la suite :

> 5 000 carrés... Si j'avais 5 000 carrés je ferais comme si j'avais 5 carrés. Et puis ensuite juste rajouter 3 zéros pour agrandir le nombre. Comme ça, c'est plus simple. . . Du coup, je ferais pour les 5 000, là, je fais 5 sur 5, 4 plus 2 [en écrivant "5" et "5" en colonne, après "4" et "2"]. 16, puis ensuite, on rajoute 3 zéros [en écrivant "16 000"]. Voilà

Ambre se rend compte ensuite que cette vision est erronée, après avoir trouvé un résultat différent grâce à la technique utilisée auparavant pour les 4, 5, 12 et 100 carrés :

> J'ai fait 5 000, puis 5 000, ça fait... Non ! Ça fait 10 000. . . Du coup, 15 000. Plus le 1 qui reste, ça fait 15 001 [en écrivant "=1 501"].

Dans l'explication ci-dessus on peut remarquer les difficultés que Ambre a pour coder en chiffres le nombre « quinze-mille-un ». Malgré ses difficultés, son raisonnement est correct et bien basé sur le *processus* et la structure à *généraliser*.

L'entretien se poursuit et à la sous-tâche d) Ambre propose une procédure très intéressante. Tout d'abord, il est question de nommer ce nombre de carrés pas fixé. Ambre trouve sa solution comme il suit (Fig. 7) :

> Si on prend le nombre en question... Je ne sais pas, je représente juste le nombre par un rond. . . En soi, le but du calcul, c'est de prendre 2 fois le nombre qu'on a… Moins ce nombre… Fin, moins 1 de ce nombre, plus ce qu'on a trouvé là, plus ensuite les 2 qui vont venir par la suite. Et on va trouver le nombre final.

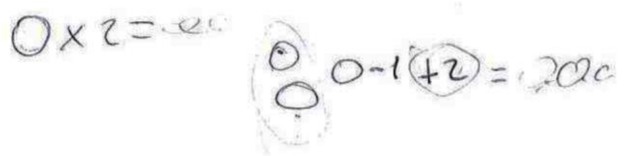


Fig. 7 : La résolution de la sous-tâche d) par Ambre

La *représentation* d'Ambre (Fig. 7) est remarquable pour son caractère *général* et son lien avec la géométrie de la suite. En effet, l'élève choisit d'introduire un symbole, « un rond », pour indiquer le nombre inconnu de carrés. Le symbole choisi n'est pas le langage littéral algébrique standard, mais il pourrait être tout à fait équivalent à celui-ci. En même temps, la disposition des symboles de la Fig. 7 est le même que celui dans la Fig. 6 et reprend la configuration spatiale des pailles : le nombre de carrés en haut, le nombre de carrés en bas, le nombre de carrés moins 1 pour les pailles verticales et 2 pour fermer le tout au début et à la fin.

Ambre a donc certes montré des difficultés liées à ses troubles, comme celle concernant le codage des nombres. Cependant, malgré les difficultés avérées par son diagnostic de dyscalculie, elle a très bien réussi dans la *généralisation* du problème et l'identification de sa structure, grâce à l'attention particulière à la *représentation* des données et aux choix numériques le plus possible *transparents*.

Conclusions

Dans la section précédente, nous avons présenté certains extraits de deux entretiens à des élèves avec MLD qui résolvent une tâche de généralisation en argumentant leurs propos mathématiques. Nous avons pu mettre en lumière certaines des difficultés typiques des personnes avec ce trouble : des erreurs de calcul, des difficultés liées à la modélisation, au codage-décodage des nombres et à la mémoire de travail.

Malgré les diagnostics reçus et les grandes difficultés constatées pendant toute leur scolarité, Clément et Ambre ont su résoudre une partie importante des sous-tâches proposées. En particulier, les difficultés de calcul avérées par les diagnostics de dyscalculie n'ont pas empêché de construire des raisonnements sur la structure du problème avec une attention particulière à sa représentation transparente et au processus pour le résoudre.

Cela révèle un potentiel de compétences des élèves avec MLD participant à cette étude. Le fait de proposer une tâche de *généralisation* pour laquelle le travail sur la *structure* et sa *représentation* était nécessaire et pour laquelle la simple *résolution* via le *produit* n'était pas suffisante a permis de mettre en lumière ce que ces deux élèves savaient faire, et non seulement leurs points de difficulté. Ce constat va dans la direction de la littérature en didactique des mathématiques qui préconise que tout apprenant, avec ou sans troubles, en difficultés ou non, a un potentiel mathématique à développer (Dias, 2014 ; Gregorio, 2022b).

Le travail sur la généralisation et l'argumentation peut donc être source d'un apprentissage mathématique qui s'avère particulièrement adapté pour certains élèves avec MLD car il permet de voir au-delà de certaines de leurs lacunes classiques, comme celles concernant les calculs, le codage des nombres, la mémoire de travail. Dans le cas de ces élèves, il paraît essentiel de stimuler ce potentiel mathématique à travers des tâches qui permettent de s'appuyer sur le *processus* nécessaire à sa *résolution* et à des *représentations transparentes* de la situation.

Cela semble capital pour deux raisons. D'abord, il est important de proposer aux élèves en difficulté des tâches dans lesquelles elles et ils peuvent réussir : dans le cas d'une dyscalculie, se limiter à des exercices de calcul minimise la possibilité de succès. En deuxième lieu, un travail en classe qui vise la structure, même celle de calculs, permet aussi aux élèves en difficulté de s'en approprier le sens. En effet, dans l'enseignement spécialisé –et avec les élèves en difficulté en général– on constate plus souvent la recherche de stabilisation d'automatismes (Roiné & Barallobres, 2018), mais sans une action explicite concernant la structure, seulement les élèves qui sont déjà en réussite arrivent à la repérer, ce qui les fait réussir encore plus et laisse les élèves en difficulté sans moyen. Si en classe nous avons l'impression de simplifier notre enseignement en proposant surtout des tâches visant l'obtention d'un résultat donc très axées sur la résolution, nous favorisons essentiellement une unique manière (souvent *canonique*) de représenter les quantités, nous devons garder à l'esprit que cette posture n'aide pas les élèves qui sont en difficulté, car elle vide de sens l'enseignement mathématique et en empêche par conséquent la compréhension.

REMERCIEMENTS

L'autrice souhaite remercier Thierry Dias pour ses remarques et commentaires précieux qui ont permis d'améliorer l'article.

BIBLIOGRAPHIE

American Psychiatric Association (APA). (2013). Specific Learning Disorder. In *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders* (3ème éd., p. 66-74). https://doi.org/10.1176/appi.books.9780890425596

Baccaglini-Frank, A., Antonini, S., Robotti, E. & Santi, G. (2014). Juggling reference frames in the microworld Mak-Trace: the case of a student with MLD. Research Report in Nicol, C., Liljedahl, P., Oesterle, S., & Allan, D. (Eds.) *Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36, Vol. 2*, pp. 81-88. Vancouver, Canada: PME.

Baccaglini–Frank, A., Di Martino, P. & Maracci, M. (2020). Dalla definizione di competenza matematica ai profili cognitivi e affettivi. Il difficile equilibrio tra ricerca di una definizione teorica dei costrutti e sviluppo di strumenti di osservazione e intervento. *XXXVII seminario nazionale di didattica della matematica "Giovanni Prodi"*. https://www.airdm.org/semnaz2020_relazione/

Batteau, V. & Clivaz, S. (2023). De la mise en commun à la mise en dialogue. *Revue de Mathématiques pour l'Ecole*, *239*, 27–39. https://doi.org/10.26034/vd.rm.2023.3624

Conférence intercantonale de l'instruction publique de la Suisse romande et du Tessin (CIIP). (2012). *Mathématiques 9-10-11. Livre 10e*. Editions LEP Loisirs et Pédagogie SA.

Conférence intercantonale de l'instruction publique de la Suisse romande et du Tessin (CIIP). (2022). *Mathématiques. Livre 7e*. MTL SA.

Département de la formation, de la jeunesse et de la culture (DFJC). (2019). *Concept 360°*. https://www.vd.ch/fileadmin/user_upload/organisation/dfj/dgeo/fichiers_pdf/concept360/Concept_360.pdf

Deruaz, M., Dias, T., Gardes, M.-L., Gregorio, F., Ouvrier–Buffet, C., Peteers, F. & Robotti, E. (2020). Exploring MLD in mathematics education: ten years of research. *Journal of Mathematical Behavior (The)*, *60*(60). https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100807

Dias, T. (2014). Des mathématiques expérimentales pour révéler le potentiel de tous les élèves. *La nouvelle revue de l'adaptation et de la scolarisation*, (1), 151-161.

Geary, D. C. (2011). Consequences, characteristics, and causes of Mathematical Learning Disabilities and persistent low achievement in mathematics. *Journal of Develomental & Behavioral Pediatrics, 32*(3), 250–263. https://doi.org/10.1097/DBP.0b013e318209edef

Giroux, J. (2011). Pour une différenciation de la dyscalculie et des difficultés d'apprentissage en mathématiques. *Actes de colloque du Groupe des didacticiens des mathématiques du Québec*, 148-158.

Gregorio, F. (2022a). *La pensée algébrique chez des élèves avec MLD (Mathematical Learning Disabilities) – Étude qualitative dans le secondaire* [Thèse de doctorat, Didactique des Mathématiques]. Université Paris Cité, Paris, France. http://hdl.handle.net/20.500.12162/6306

Gregorio, F. (2022b). The role of examples in early algebra for students with Mathematical Learning Difficulties. Dans G. Bolondi (dir.), *Actes de la Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12)*. Retrieved from http://hdl.handle.net/20.500.12162/6486

Kaput, J. J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? In J. J. Kaput, D. W. Carraher & M. L. Blanton (Éd.), *Algebra in the early grades* (p. 5-17). Lawrence Erlbaum Associates. https://doi.org/10.4324/9781315097435-2

Kieran, C. (1996). The changing face of school algebra. In C. Alsina, J. Alvarez, B. Hodgson & A. Laborde C. Pérez (Éd.), *8th international congress on mathematical education: Selected lectures* (p. 271-290). S.A.E.M. Thales.

Lewis, K. E. (2014). Difference Not Deficit: Reconceptualizing Mathematical Learning Disabilities. *Journal for Research in Mathematics Education*, *45*(3), 351–396. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.45.3.0351

Lewis, K. E. & Fisher, M. B. (2016). Taking Stock of 40 Years of Research on Mathematical Learning Disability: Methodological Issues and Future Directions. *Journal for Research in Mathematics Education*, *47*(4), 338-371. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.47.4.0338

Malara, N. A. & Navarra, G. (2018). New words and concepts for early algebra tea- ching: Sharing with teachers epistemological issues in early algebra to develop students' early algebraic thinking. In C. Kieran (Éd.), *Teaching and Learning Algebraic Thinking with 5-to 12-Year-Olds The Global Evolution of an Emerging Field of Research and Practice* (p. 51-78). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-68351-5_3

Pilet, J. & Grugeon–Allys, B. (2021). L'activité numérico-algébrique à la transition entre l'arithmétique et l'algèbre. *Éducation et Didactique*, *15*(2), 9-26. https://doi.org/10.4000/educationdidactique.8580

Peteers, F. (2020). Apports croisés de la didactique et de la cognition numérique pour l'étude des troubles des apprentissages en mathématiques. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, *40*(2), 225–270.

Radford, L. (2001). Factual, Contextual and Symbolic Generalizations in Algebra. In Marja van den Hueuvel-Panhuizen (Éd.), *Proceedings of the 25th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (p. 81-89).

Radford, L. (2018). The Emergence of Symbolic Algebraic Thinking in Primary School. In C. Kieran (Ed.), Teaching and learning algebraic thinking with 5-to 12-year-olds. The global evolution of and emerging field of research and practice. ICME13 & Springer.

Roiné, C. & Barallobres, G. (2018). Pensando con Pierre Bourdieu la categorización de los alumnos con dificultades. *Cadernos de Pesquisa*, *48*(170), 1168-1192. https://doi.org/10.1590/198053145362

Weber, A., Baud, É., Baetschmann, K., Molina, O., Reichen, V., Florey, V., Balegno, M., Clerc, A. & Clivaz, S. (2015). *Résolution de problèmes Les 99 carrés* (rapp. tech.). 3LS Laboratoire Lausannois Lesson Study. https://www.hepl.ch/accueil/recherche/laboratoires-hep-vaud/3ls/plans-de-lecon.html

DEVELOPPER LES COMPETENCES DE ROTATION MENTALE CHEZ LES ELEVES - UNE REVUE SYSTEMATIQUE DE LITTERATURE

Noémie Lacombe, Thierry Dias

Université de Fribourg, Département de Pédagogie Spécialisée, Haute Ecole Pédagogique du canton de Vaud

Les recherches montrent que la capacité à effectuer des rotations mentales est un facteur prédictif de la réussite en mathématiques et en sciences à l'école, mais quelles sont les interventions et les différents supports qui favorisent cette réussite ? Pour répondre à cette question, cet article présente une revue systématique de la littérature sur la diversité des interventions et les différents supports utilisés pour développer l'habileté de rotation mentale chez les élèves d'âge scolaire. Les résultats montrent que la simulation de la rotation mentale par des gestes et la manipulation d'objets réels ou numérisés améliorent les compétences des élèves.

Mots clés : rotation mentale, gestes, intervention, revue systématique

INTRODUCTION

L'habileté de rotation mentale est un facteur prédictif de la réussite future des élèves en mathématiques, en sciences, en technologie et en ingénierie et ce, quel que soit leur niveau de développement (Clements & Battista, 1992 ; Davis, 2015). En géométrie, Hendroanto et al. (2015) mettent en évidence que les compétences spatiales sont « une clé » pour développer le raisonnement géométrique. En arithmétique, Mix et al. (2016) montrent que l'habileté de rotation mentale prédit la réussite des élèves dans des tâches d'additions lacunaires (3 + ____ = 10). Les auteurs relèvent d'ailleurs que les mêmes zones du cerveau sont activées lorsque l'enfant fait une rotation mentale ou une addition lacunaire. Les habiletés de rotation mentale prédiraient également les premiers apprentissages arithmétiques comme le placement de nombres naturels sur une ligne numérique (Crollen & Noël, 2017). Ces compétences sont donc cruciales pour le développement des compétences mathématiques des élèves. Les compétences de rotation mentale sont également très utiles au quotidien (Davis, 2015). Elles sont par exemple mobilisées pour charger efficacement son coffre avant de partir en vacances, pour ranger son bureau, son armoire ou pour remplir une boîte avec le maximum de pâtisseries dedans. Toutefois, à notre connaissance aucune revue de littérature n'analyse les différents types d'interventions probantes ainsi que l'efficacité de différents supports (tâche sur papier-crayon, objet à manipuler, application numérique, stimulus en 2D ou en 3D) auprès des enfants, c'est donc le but que poursuit cet article.

Au niveau théorique, trois approches principales décrivent le développement de la rotation mentale. L'approche constructiviste de Piaget et Inhelder (1967) postule que les compétences spatiales se développent à partir des actions que l'apprenant exerce sur l'environnement physique. L'approche vygotskienne (Vygotsky, 1997) considère qu'elles se développent grâce aux interactions sociales, à l'apport linguistique et à l'utilisation des outils culturels. Finalement, l'approche nativiste (Spelke & Newport, 1998) relève avant tout la part innée des compétences de rotation mentale chez le bébé. Réunissant les idées principales de ces trois approches, Newcombe et Huttenlocher (2007) ont élaboré la théorie de la combinaison adaptative pour expliquer l'origine et le développement de la cognition spatiale. Cette théorie postule que les bébés possèdent des compétences innées de départ, mais qu'ils réalisent ensuite des progrès par l'exploration, l'expérience visuelle et manuelle ainsi que par les interactions sociales de l'enfant avec son entourage. À ce propos, Frick et al. (2014) relèvent, dans leur synthèse de littérature sur le développement des capacités de rotation mentale chez les enfants, que les bébés possèdent des capacités innées sophistiquées de rotation mentale, qui s'estompent ensuite jusqu'à ne plus être observables à l'âge de 4 ans chez de nombreux enfants (Krüger & Krist, 2009). Ce constat a amené ces auteurs à envisager une courbe d'apprentissage de la rotation mentale sous forme de U, laquelle illustre les capacités précoces des bébés dans cette compétence, leur estompage temporaire, puis leur réacquisition ultérieure. L'enfant devra ainsi se réapproprier ses capacités de rotation mentale par la manipulation des objets réels, afin de pouvoir effectuer des tâches plus complexes (Funk et al., 2005). Needham et al. (2002) corroborent cette hypothèse en montrant que l'exploration manuelle est particulièrement bénéfique pour les jeunes enfants (3-4 ans), car elle conduit à des représentations mentales de l'objet et de ses mouvements rotatifs plus stables dans le temps.

Lors de l'analyse du traitement cognitif de la rotation mentale, Chu et Kita (2008) ont repéré trois étapes distinctes dans l'acquisition de cette compétence (cf. figure 1). Dans le premier niveau, appelé « niveau de base », l'individu réalise des rotations manuelles avec des objets physiques. Les auteurs relèvent qu'à ce stade, l'individu est restreint par les contraintes physiques des formes à manipuler ainsi que par les limitations des mouvements possibles de la main. Le deuxième niveau (intermédiaire) est identifié lorsque les individus effectuent des gestes pour simuler les mouvements de rotation mentale. À ce stade, seules les limitations des mouvements de la main persistent, les contraintes physiques ne sont plus un obstacle à la rotation. Dans ce niveau, Chu et Kita (2008) ont constaté que ce sont les gestes iconiques qui sont les plus porteurs. Ces gestes par définition illustrent des objets, des actions ou des concepts concrets (McNeill, 2005). Ils sont souvent liés au message verbal qu'ils accompagnent. Chu et Kita (2008) mentionnent deux types de gestes iconiques fréquemment utilisés dans la rotation mentale : les gestes statiques qui représentent l'objet, ses caractéristiques ou sa saisie par la main et qui apparaissent dans un premier temps ; puis les gestes dynamiques qui simulent le mouvement ou la direction de l'objet. Finalement, dans le troisième niveau dit « avancé » les individus parviennent à effectuer la rotation mentale. À ce niveau, il n'y a plus de limitation physique ou anatomique car le traitement visuo-spatial devient internalisé.

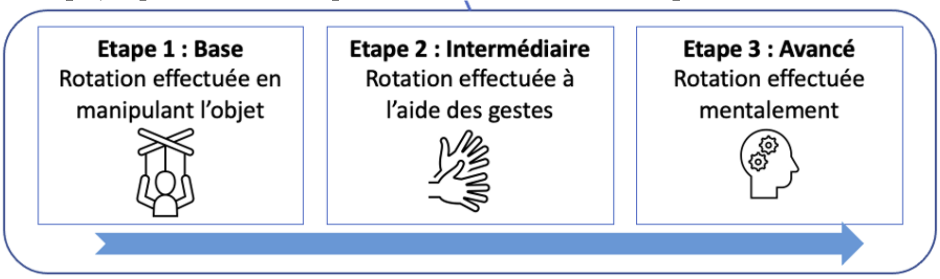


Fig. 1 : Trois niveaux de développement de l'habileté de rotation mentale (d'après Chu et Kita, 2008)

Chu et Kita (2008) ont observé le passage progressif entre ces trois stades au cours de quatre expériences menées chez des adultes. Au fur et à mesure des essais, les individus font moins de gestes et leur discours intègre les éléments de la rotation mentale. Ce continuum se retrouve dans plusieurs autres études comme celle de Funk et al. (2005) qui montre que les effets de l'action sur la cognition diminuent progressivement au cours du développement. Wexler et al. (1998) ont également constaté que l'influence de la rotation manuelle sur la rotation mentale est apparente lors de la première moitié de l'expérience, mais plus dans la seconde lorsque la rotation mentale s'internalise.

Selon Lamm et al. (2007), lors de la rotation mentale, le cortex prémoteur dorsolatéral qui correspond à l'attention visuo-spatiale et à l'anticipation du mouvement est activé. Wohlschlager et Wohlschlager (1998) et Zacks (2008) confirment que les rotations manuelles et les rotations mentales partagent des processus communs au niveau de leur traitement mental et montrent les zones motrices du cerveau qui sont activées lors des rotations mentales, en particulier l'aire motrice supérieure qui est associée au contrôle moteur, mais également à la simulation motrice. Cela signifie que les personnes qui font tourner mentalement une forme réalisent une simulation de la rotation manipulatoire de la forme (Ping et al., 2011). Un autre élément confirme que lors d'une rotation mentale, la personne simule la rotation qu'il ferait en touchant l'objet : le temps mis par le sujet pour décider si les stimuli perçus sont similaires ou différents (par exemple en miroir) augmente de manière proportionnelle à l'angle de rotation. Plus l'angle de rotation augmente, plus la personne met du temps pour effectuer la rotation mentale (Heil & Rolke, 2002). Ces observations laissent supposer que le stimulus est mentalement « tourné » par l'individu (comme dans une rotation réelle) de manière continue pour l'aligner avec l'orientation d'origine (représentée en mémoire). Ainsi comme dans une rotation réelle, plus l'angle de rotation est élevé, plus l'engagement temporel de la rotation mentale est élevé.

Finalement, plusieurs études se sont penchées sur l'efficacité des différentes formes de stimuli présentés sur les compétences de rotation mentale. Piri et Cagiltay (2023) ont par exemple montré dans leur revue systématique de littérature (tous âges confondus adultes et enfants) que l'utilisation d'environnement en 3D (ici en réalité virtuelle) était plus efficace que des stimuli en 2D (ou des représentations 2D de formes 3D) pour améliorer les compétences de rotation mentale. L'une des raisons évoquées est la possibilité d'obtenir des vues sous des angles multiples permettant réellement de visualiser la forme et la rotation dans l'espace.

Ainsi au vu de l'importance des compétences de rotation mentale pour la réussite mathématique, mais également de l'importance des gestes dans la construction de cette compétence, cette revue systématique de littérature vise à approfondir les trois questions de recherche suivantes.

a) Quelles sont les interventions favorisant l'acquisition de la rotation mentale chez les élèves âgés de 4 à 18 ans ?
b) Quelles sont les différences de performance observées selon les différents supports utilisés (tâche sur papier, objet à manipuler, application numérique, stimulus en 2D ou en 3D, type d'angles) ?
c) Quels sont les gestes qui favorisent la réussite d'une tâche de rotation mentale et quels sont leur lien avec le langage spatial utilisé ?

MÉTHODE

Procédure de recherche

La méthode adopte les recommandations de PRISMA (Preferred Reporting Items for Systematic reviews and Meta-Analyses) (Moher et al., 2009). L'équation de recherche introduite dans les bases de données est la suivante : (Gesture* OR co-thought gesture* OR co-speech gesture* OR iconic gesture*) AND (spatial cognition OR spatial rotation OR mental rotation OR spatial concept* OR mental simulation) AND (child* OR pupil* OR kid* OR boy OR girl OR student*) NOT brain NOT psychic NOT hemispheric NOT neurophysiological NOT hippocamp* NOT parietal NOT bilateral). Les mots-clés ont été identifiés dans le titre, le résumé et les mots-clés des articles recensés dans Web of Science et dans EBSCOhost. La recherche recense tous les articles publiés jusqu'en 2021 dans des revues « peer review ». La recherche dans Web of Science, banque de données « Web of Science Core Collection », a permis d'identifier 97 articles. La seconde recherche sur EBSCOhost, bases de données ERIC, Medline, Child Development & Adolescent Studies a permis de trouver 200 articles. Finalement, quatre articles ont été ajoutés grâce à la lecture des bibliographies. Parmi ces 301 articles, 17 doublons ont été supprimés, 284 articles ont été retenus.

Critères de sélection des articles

Les 284 articles ont été examinés deux fois par deux codeurs différents. La concordance entre les deux codeurs, calculée avec le coefficient kappa de Cohen (Altman, 1999) sur l'ensemble de la sélection, était de 0,813 $p<0{,}001$, ce qui indique un degré élevé de concordance. Les études sur lesquelles les codeurs n'étaient pas d'accord ont été discutées afin de procéder à la sélection finale.

Une première sélection sur la base du titre et du résumé a été réalisée en appliquant les trois premiers critères suivants : a. la recherche tient compte des gestes dans les modalités d'évaluation de la rotation mentale ; b. la recherche mesure les habiletés de rotation mentale ; c. la population de l'étude est âgée de 4 à 18 ans. Seules les études répondant aux trois critères ont été conservées. À la fin de la première sélection, 253 études sur 284 ont été écartées (le détail est explicité dans le flowchart dans la figure 2). Le critère ayant exclu le plus d'articles est le second. En effet, peu d'études portent spécifiquement sur l'habileté de rotation mentale, un grand nombre s'intéresse aux habiletés spatiales en général ou au repérage dans l'espace (objet ou carte). Le critère 3 a également exclu de nombreuses études, car un très grand nombre de recherches incluait un échantillon adulte.

31 articles ont été conservés pour la deuxième étape de sélection. La seconde sélection en lecture intégrale a pris en compte un quatrième critère concernant la méthodologie de l'étude. Le critère ajouté stipule que le design doit être expérimental. Sur les 31 articles, 18 ont été exclus lors de la lecture intégrale des textes et 13 articles ont été inclus dans la revue de littérature. L'une des études (Wakefield et al., 2019) présente les résultats de deux échantillons différents avec des conditions d'entrainement légèrement différentes également, ils seront donc présentés séparément dans les tableaux.

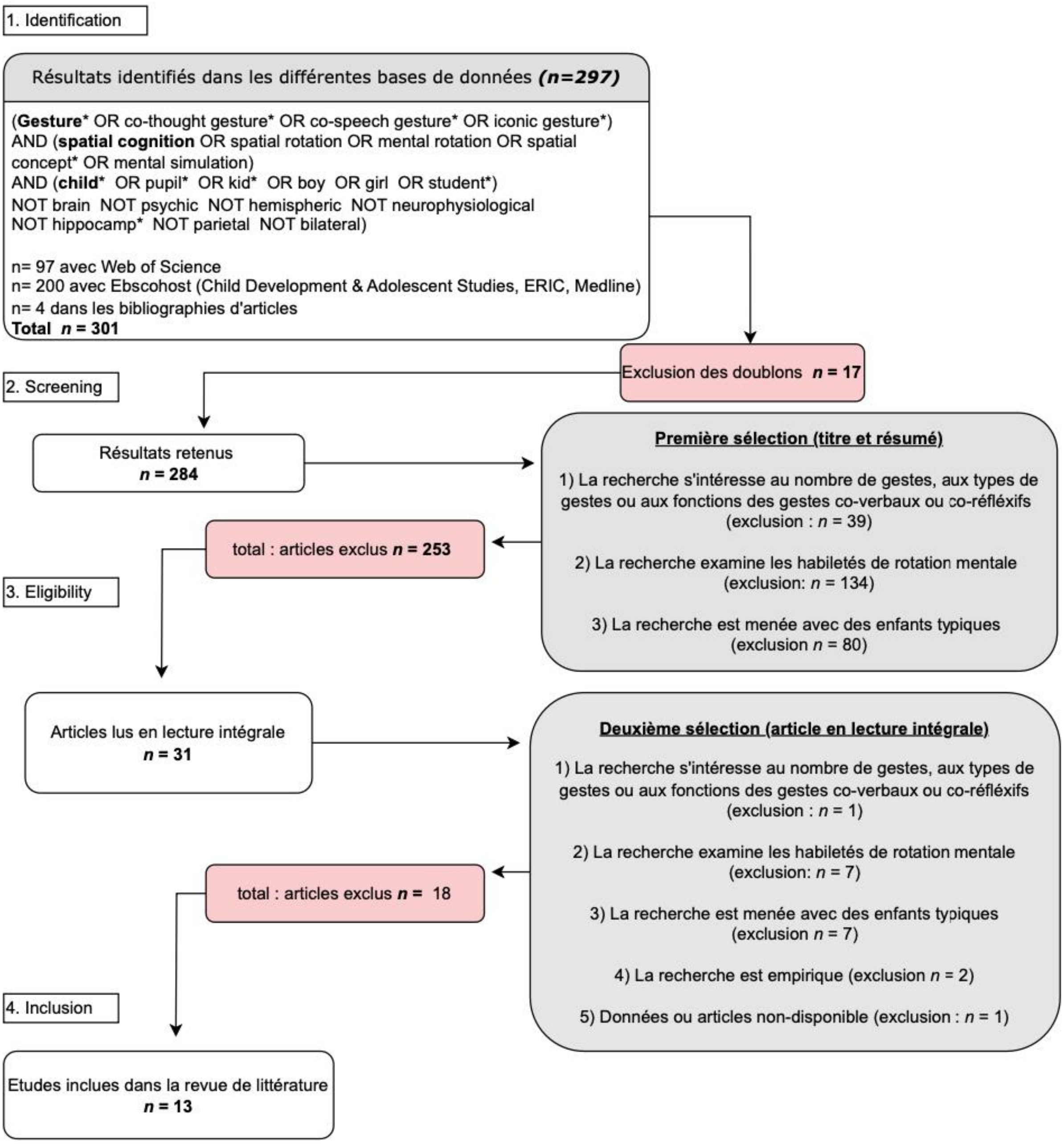


Fig. 2 : Flowchart de sélection des articles pour la revue « gestes et rotation mentale »

Procédure de codage

Les articles ont été codés de façon descriptive prenant en considération (1) l'auteur et le pays dans lequel l'étude s'est déroulée (2) les participants (nombre, âge, genre) (3) le but de la recherche (4) le design ainsi que (5) la (les) tâche(s) soumise(s) aux participants. Finalement (6) les résultats et les interprétations proposées par les auteurs.

Présentation des études

Bien que 13 articles aient été sélectionnés, ceux-ci font état de 14 résultats menés auprès de 14 échantillons différents, l'étude de Wakefield et al. (2019) comportant deux échantillons différents. Le total de l'analyse a donc retenu les résultats issus de 14 échantillons.

Années de publication : Douze études sur quatorze ont été publiées ces 11 dernières années (Clingan-Siverly et al., 2021 ; Elia et al., 2014 ; Goldin-Meadow et al., 2012 ; Levine et al., 2018 ; Jansen et al., 2015 ; Jansen & Kellner, 2015; Miller et al., 2020; Ping et al., 2011; Zander et al., 2016, 2020; Wakefield et al., 2019) et parmi elles, sept études ont été publiées ces 5 dernières années. L'étude la moins récente date de 2006 (Ehrlich et al., 2006), ce qui témoigne de l'intérêt scientifique croissant pour cette thématique actuelle.

Taille de l'échantillon : La taille des 14 échantillons se situe entre 1 participant (Elia et al., 2014) et 158 participants (Goldin-Meadow et al., 2012). Le total de l'échantillon est de 991 enfants. Cinq études comprennent un échantillon de 40-55 enfants (Clingan-Siverly et al., 2021; Jansen et al., 2015; Miller et al., 2020; Zander et al., 2016, 2020). Cinq études de 60-83 participants (Ehrlich et al., 2006; Jansen & Kellner, 2015; Ping et al., 2011; Wakefield et al., 2019; Wiedenbauer & Jansen-Osmann, 2008) et trois études ont un échantillon plus grand que 100, respectivement 107 chez Wakefield et al. (2019), 114 chez Levine et al. (2018) et 158 chez Goldin-Meadow et al. (2012).

Âges des échantillons : La figure 3 montre que les élèves inclus dans les études ont un âge situé entre 3 et 14 ans. Neuf échantillons (69%) sur les 14 identifiés ont entre 3 et 6 ans (Clingan-Siverly et al., 2021; Ehrlich et al., 2006; Elia et al., 2014; Goldin-Meadow et al., 2012; Levine et al., 2018; Miller et al., 2020; Ping et al., 2011; Wakefield et al., 2019). Quatre études (23%) ont des échantillons de 8-11 ans (Jansen et al., 2015; Jansen & Kellner, 2015; Wiedenbauer & Jansen-Osmann, 2008; Zander et al., 2016) et une étude (8%) comprend des enfants de 13-14 ans (Zander et al., 2020). L'une des études a comparé les performances d'enfants typiques aux performances d'enfants prématurés (Clingan-Siverly et al., 2021). Dans le cadre de cette revue, seuls les résultats concernant les enfants typiques ont été pris en considération.

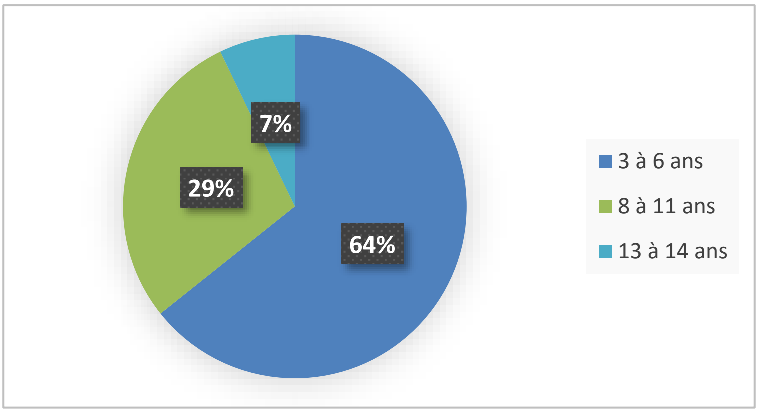


Fig. 3 : Âges des échantillons de la revue systématique

Design : Sept études ont un design de type pré-test, intervention, post-test afin de comparer les effets de différentes conditions d'entrainement sur la compétence de rotation mentale (Ehrlich et al., 2006; Goldin-Meadow et al., 2012; Levine et al., 2018; Ping et al., 2011; Wakefield et al., 2019 (2 études); Wiedenbauer & Jansen-Osmann, 2008). Toutes les études ont utilisé le pré-test pour créer des groupes d'intervention similaire testant différentes conditions. Parmi ces sept études, quatre ont utilisé un pré-test, une intervention et un seul post-test immédiatement après l'intervention, sans *follow-up* (Ehrlich et al., 2006; Goldin-Meadow et al., 2012; Ping et al., 2011 ; Wiedenbauer & Jansen-Osmann, 2008), alors que les trois autres ont ajouté un post-test différé afin de mesurer les effets de l'intervention à long terme (Levine et al., 2018 ; Wakefield et al., 2019).

Les six autres études ont un groupe expérimental et testent l'influence de différentes variables sur la performance en rotation mentale. Zander et al. (2016) et Zander et al. (2020) ont formé deux groupes dans chacune des trois classes interrogées. Les groupes A ont résolu une première tâche de rotation mentale sur papier (2D), puis une seconde sur un IPad (3D simulée) qui permet la manipulation tactile des formes sur l'écran. Les groupes B ont commencé sur l'IPad puis ont effectué la tâche papier-crayon. L'efficacité des deux approches (papier et application numérique) sur la compétence de rotation mentale a été mesurée. Clingan-Siverly et al. (2021) mesurent les aptitudes de rotation mentale, le langage spatial et les gestes utilisés dans un groupe expérimental d'enfants en interaction avec un parent et Miller et al. (2020) comparent la performance en rotation mentale des élèves, leur utilisation des gestes ainsi que leur capacité d'attention aux informations pertinentes de la tâche. La dernière étude (1/13) a un design à cas unique avec une seule participante et décrit de manière plus qualitative les types de gestes produits pour décrire des formes lors de transformations spatiales (Elia et al., 2014).

Mesures des résultats (tâches utilisées) : Cinq études (Ehrlich et al., 2006; Goldin-Meadow et al., 2012; Levine et al., 2018; Miller et al., 2020; Ping et al., 2011) reprennent la tâche de rotation mentale de Levine et al. (1999) (figure 4) : celle-ci utilise des cartes contenant deux pièces identiques qui doivent être assemblées par rotations ou translations (4 combinaisons possibles : translation directe, translation diagonale, rotation directe, rotation diagonale) pour constituer une nouvelle forme. Une première carte est présentée à l'élève. À droite de la carte présentée, figure une carte de choix qui contient plusieurs formes assemblées et parmi lesquelles l'élève doit choisir celle qui correspond à la rotation/translation des formes proposées sur la carte de gauche.

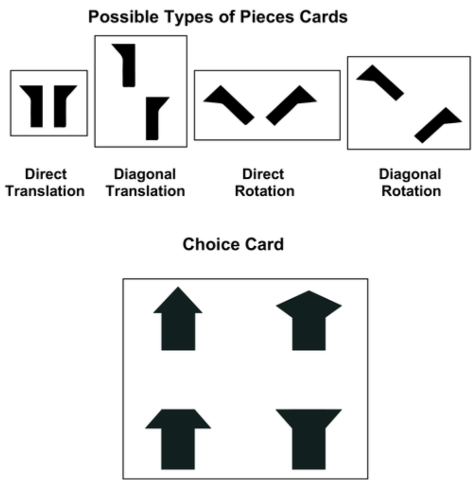


Fig. 4 : Tâche de rotation mentale de Levine et al. (1999)[1]

Cinq études utilisent une tâche demandant aux élèves de faire pivoter des animaux en 2D pour les mettre dans la même position que le modèle, afin de déterminer s'ils sont identiques ou différents (Jansen & Kellner, 2015; Ping et al., 2011; Wakefield et al., 2019 (2 études) ; Wiedenbauer & Jansen-Osmann, 2008). Deux études utilisent le test de rotation mentale de Vandenberg et Kuse (1978) adapté dans une application « Rotate it » pour Ipad (iOS 8) (Zander et al., 2016 et Zander et al., 2020). Dans cette tâche présentée dans la figure 5, un stimulus (simulation 3D) constituée de petits cubes est affiché sur le côté droit, et un autre

[1] Tirée de "Mental transformation skill in young children: The role of concrete and abstract motor training", par Levine et al., 2006, Cognitive Science, 42(4), p.1213.

stimulus de réponse est affiché sur le côté gauche. La personne doit décider si les deux stimuli sont identiques après avoir effectué une rotation mentale. Le stimulus peut être tourné sur l'application de manière tactile selon les trois axes (x, y et z).

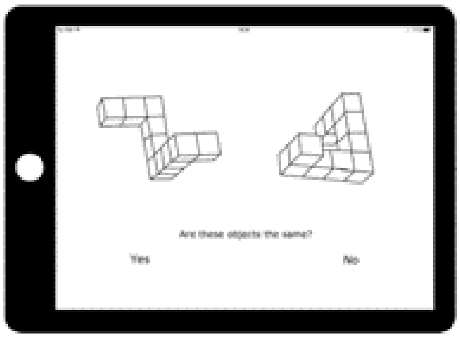


Fig. 5 : Tâche de rotation mentale adaptée dans une application « Rotate it » (Zander et al., 2016)[2]

Une étude (Jansen et al., 2015) utilise des tests psychométriques (M-MRT et F-MRT) de Ruthsatz et al. (2015) qui présentent des objets différents en fonction du genre (par exemple une brosse à cheveux pour les filles et un tournevis pour les garçons). Les participants doivent effectuer des rotations mentales de 0°, 45°, 90°, 135°, 180°, 225°, 270° et 335°. Une étude (Clingan-Siverly et al., 2021) utilise un puzzle réel que les enfants réalisent en interaction avec un parent pour mesurer la rotation mentale des tous petits (3-5 ans) et la dernière (Elia et al., 2014) demande aux enfants d'effectuer puis de décrire des tours construites à l'aide de cubes à leur enseignante cachée derrière une paroi qui, elle, doit reconstruire la tour sur la base des indications des élèves.

RÉSULTATS

Après avoir décrit les études, leurs résultats présentés sont structurés autour des trois questions de recherche : Quelles sont les interventions favorisant l'acquisition de la rotation mentale chez les élèves âgés de 4 à 18 ans ? Quelles sont les différences de performance observées selon les différents supports utilisés (tâche sur papier-crayon, objet à manipuler, application numérique, stimulus en 2D ou en 3D) ? Quels sont les gestes qui favorisent la réussite d'une tâche de rotation mentale et quels sont leur lien avec le langage spatial utilisé ?

Interventions favorisant la rotation mentale

Sept études sur les 14 ont comparé l'effet de différentes conditions d'intervention sur le développement de la rotation mentale des élèves sous forme de pré-test, intervention, post-test. Les principales conclusions qui ressortent de ces études sont présentées dans le tableau 1.

[2] Tirée de "Rotate it!—Effects of touch-based gestures on elementary school students' solving of mental rotation tasks", par Zander, S., Wetzel, S., et Bertel, S., 2016, Computers & Education, 103, p. 19.

Auteur, pays	Participants	Intervention /Conditions	Design	Post-test	Re-test
Ehrlich et al. (2006) USA	N = 80 42 ♂ / 38 ♀ 5 ans	a) Imaginer la rotation b) Observer le mouvement c) Aucun entrainement	Pré-test Intervention Post-test	**Performance** Progression sign dans les trois conditions au post-test $F(1, 57)$ 7.68, p <.01, d .34	-
Goldin-Meadow et al. (2012) USA	N = 158 83 ♂ / 75 ♀ 6 ans	**Observer les gestes** a1) Gestes iconiques a2) Gestes de pointage **Faire des gestes** b1) Gestes iconiques b2) Gestes de pointage	Pré-test Intervention Post-test	**Performance** faire des gestes > observer des gestes $F(1, 622) = 7.31$, $p < .01$ faire un geste ico > faire un geste pnt $F(1, 622)$ = 12,45, $p < .000$	-
Levine et al. (2018) USA	N = 114 52 ♂ / 62 ♀ 5-6 ans	a) Manip. Objet en papier b) Gestes iconiques c) Gestes de pointage	Pré-test Intervention Post-test Re-test une semaine après	**Performance** Manip. objet : apprentissage sign. (b = 0.72, SE = 0.16, Z = 4.49, p < .001 exp(b) = 2.05 geste ico : apprentissage sign (b = 0.39, SE = 0.16, Z = 2.36, p = .02, exp(b) = 1.48 geste pnt : pas d'apprentissage (b = 0.08, SE = 0.17, Z = 0.47, p > 0.63, exp(b) = 0.92)	**Performance** manip. : pas d'apprentissage (b = 0.27, SE = 0.16, Z = 1.66, p > .09 exp(b) = 1.31) geste ico: apprentissage sign. (b = 0.42, SE = 0.16, Z = 2.58, p = .01, exp(b) = 1.52) geste pnt : pas d'apprentissage (b = 0.32, SE = 0.18, Z = 1.72, p > 0.08, exp (b) = 1.38)
Ping et al. (2011) USA	N = 63 31 ♂/ 32 ♀ 4 ans	a) Gestes iconiques b) Manip. de l'image avec une manette c) Aucun entrainement	Pré-test Intervention Post-test	**Performance** geste ico > aucun entrainement(p < 0.05) geste ico = manip. image	**Transfert sur une autre tâche** geste ico > aucun entrainement $F(2, 56) = 8.18$, p < 0.001 manip.image > aucun entrainement $F(2, 56) = 8.18$, p < 0.001
Wakefield et al. (2019) USA	N = 107 47 ♂ / 60 ♀ 4-6 ans	a) Manip. de l'objet b) Manip. de l'image 2D c) Gestes de pointage d) Gestes iconiques e) Gestes sans lien avec la rotation (taper sur l'écran)	Pré-test Intervention Post-test Re-test (une semaine après)	**Performance des garçons** $F(4, 3060)$ 3,58, p = .006 geste ico > manip. de l'objet (p = *.013)* geste ico > manip. de l'image (p = .005) geste ico > geste pnt (p = .003) geste ico > geste sans lien (p = .001) **Performance des filles** $F(1, 3972)$ 70.101, p = .001 Progrès sign. mais pas de différence sign. entre les conditions	-

Wakefield et al. (2019) USA	*N* = 72 39 ♂ / 33 ♀ 3-6 ans	a) Manip. de l'image 2D b) Gestes iconiques c) Imaginer la rotation (sans gestes)	Pré-test Intervention Post-test Re-test 4semaines après	**Performance des garçons** geste ico > manip. image (p = .001) imaginer > manip. image (p = .001) **Performance des filles** geste ico > imaginer (p = .001) manip. image > imaginer (p = .01) geste ico = manip.image (p = .606)	**Performance des garçons** pas de différence sign. avec le post-test d'une semaine après **Performance des filles** geste ico > imaginer (p .001) geste ico > manip. image (p .01)
Wiedenbauer & Jansen-Osmann (2008) Allemagne	*N* = 64 ♂ / 32 ♀ 10-11 ans	a) Manip. d'une image 2D sur l'ordinateur b) Aucun entrainement	Pré-test Intervention Post-test	**Performance** Manip. images <aucun entraînement F(1, 60) 0 4.82, p < 0.05	

Notes : manip = manipulation ; geste ico = geste iconique, geste pnt = geste de pointage ; sign. = significatif

Fig. 6 : Effets de différentes conditions d'intervention sur la réussite d'une tâche de rotation mentale

Le tableau (fig.6) montre que la condition la plus efficace pour développer des compétences en rotation mentale est l'utilisation de gestes (5 études le montrent sur 5) suivie de la condition de manipulation de l'objet ou de son image (dans 5 études sur 7) (Levine et al., 2018 ; Ping et al., 2011; Wakefield et al., 2019, Wiedenbauer & Jansen-Osmann, 2008). Il est intéressant de relever que ce sont les gestes dit « iconiques » qui sont les plus utiles pour représenter la rotation. A contrario, l'utilisation de gestes de pointage n'apporte aucun bénéfice dans l'acquisition de l'habileté de rotation mentale (dans 3 études sur 3).

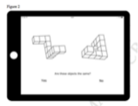
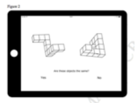
Dans l'étude de Levine et al. (2018), la condition manipulation montre une amélioration des performances des élèves entre le pré-test et le post-test ainsi qu'entre le post-test et le retest (1 semaine après). Dans l'étude de Ping et al. (2011), la condition manipulation améliore également les performances des élèves lors d'un test de transfert. Chez Wiedenbauer et Jansen-Osmann (2008) la manipulation d'images 2D sur un écran améliore significativement les performances de rotation mentale des élèves. Wakefiel et al. (2019), relèvent cependant une nuance dans leur étude. Ils observent que l'utilisation de la manipulation améliore les performances de rotation mentale au début de l'apprentissage, car à partir d'un certain niveau de développement des compétences, l'utilisation des gestes iconiques est plus efficace que l'action réelle.

Finalement, les résultats mettent en avant des différences dans l'évolution des compétences selon le moyen d'apprentissage. Par exemple, Levine et al. (2018) signalent que quatre semaines après l'intervention (phase retest), les élèves qui ont été placés dans la condition « gestes iconiques » ont encore amélioré leurs compétences. Ils continuent donc de progresser même en l'absence d'entrainement. En revanche, les enfants qui ont suivi l'entrainement avec des manipulations ne montrent pas de gain supplémentaire entre la fin de l'intervention et le test différé de quatre semaines.

Différences selon les environnements et les types de stimuli proposés

Auteur	Participants	Types d'environnement	Formes présentées et angles utilisés
Ehrlich et al., (2006)	*N*= 80 42 ♂ / 38 ♀ 5 ans M= 67.12 mois	a)Papier en 2D	Formes à assembler (CMTT) Réussite sign. meilleure aux translations qu'aux rotations F(1, 78) 15,95, p < 0,001.
Elia, et al., (2014)	*N*=1 (fille) 5 ans	a) Matériel, construction	Formes 3D 
Goldin-Meadow et al., (2012)	*N*= 158 83 ♂ /75 ♀ 6 ans *M*=73.6 mois	a)Papier en 2D	Formes à assembler (CMTT) Réussite sign. meilleure à la rotation directe qu'à la translation directe F(3, 623)= 3.78,p< .05.
Jansen et al., (2015)	*N*=50 25 ♂ /25 ♀ Garçons: *M*=9.68 Filles : *M*=9.24	a) Numérique, non manipulable	Représentations en 2D d'objets du quotidien  Filles : planche à repasser, brosse à cheveux, pinces à cheveux, miroir … Garçons : voiture, avion, marteau, but de football, canon, camion, locomotive … Pas de différences selon les différents objets et le genre du sujet $F(1,47) = 0.1.314$, *n.s.* Angles 0°, 45°, 90°, 135°, 180°, 225°, 270°, and 335° Différence de performance entre 0° et 45° $t(49) = -8.27, p < 0.001$

			Différence de performance entre 135° et 180° $t(49) = -3.25$, $p < 0.01$)
Jansen & Kellner (2015)	N=83 39 ♂ /44 ♀ 7;0-8;3 M=7;7 9,0-10,11 M=9;8	a) Numérique 2D, manipulable b) Numérique 2D, non-manipulable manipulable > non-manipulable $F(1,75) = 7{,}154$, $p < 0{,}01$, $\eta 2p = 0{,}9$	Animaux 2D Alligator, ours, chat, chien, âne, éléphant, renard, gorille et lapin  Angles : 0°, +45°, +90°, +135°, 180°, –135°, –90°, or –45° La réussite diminue avec l'augmentation de l'angle (les contrastes entre 0° et 45°, 135° et 180°, -90° et -45° sont significatifs avec $p > 0{,}05$).
Levine et al. (2018) USA	N = 114 52 ♂ / 62 ♀ 5-6 ans	a) Papier manipulable b) Papier non manipulable (gestes) Pas de différence significative de performance entre les deux types d'environnement $p>.46$	Formes à assembler (CMTT)
Miller et al., (2020)	N=55 30 ♂ / 25 ♀) 4;3-6;11ans M= 5.15 ans	 a) Papier 2D	Formes à assembler (CMTT)
Ping et al (2011)	N= 63 31♂ / 32 ♀ 4 ans	a) Numérique 2D manipulable b) Numérique 2D non manipulable (gestes) Pas de différence significative entre les deux types d'environnement	Pré-test et post-test : formes à assembler (CMTT) Formes pour l'intervention : animaux 2D (éléphant, renard, alligator, vache, léopard, cheval)  Angles : 157.5, 122.5, 67.5, 22.5° Plus l'angle est élevé moins les scores sont bons
Wakefield, et al., (2019)	N= 107 47♂ / 60♀ 4-6 ans M =57 mois	a) Matériel à manipuler en 2D b) Numérique 2D manipulable c) Numérique 2D non manipulable (gestes) Garçons : non-manipulable avec les gestes > les deux autres conditions $F(4, 3060)$ 3,58, p = .006 Chez les filles, la performance est meilleure avec le matériel mais la différence n'est pas sign.	Animal ou véhicule Pas de différence de performance entre les stimuli animaux et véhicules p= .14 Angle de rotation : + ou - 67. 5°, 122.5°, or 157.5 La réussite est significativement meilleure avec un angle de 67,5° que pour les deux autres angles. $F(2, 10{,}581) = 771.17$, $p<.001$.
Wakefield, et al., (2019)	N= 72 39 ♂/ 33♀ 3-6 ans M =56 mois	a) Numérique 2D, manipulable b) Numérique 2D, non manipulable Garçons : non manipulable (geste) > manipulable (p = .001) Filles : manipulable = non manipulable (gestes)	Animal ou véhicule Angle de rotation : + ou - 122.5°, 140°, 157.5° La réussite est sign. meilleure avec un angle de 122.5° que de 140° et que de 157.5° $F(2,10{,}057) = 92.42$, $p<.001$
Wiedenbauer & Jansen-Osmann (2008) Allemagne	N = 64 ♂ / 32 ♀ ans	a) Numérique 2D, manipulable 	Animaux 2D Angle de rotation : + ou - 22.5°, 67.5° 122.5°, 140°,157.5° Plus l'angle augmente plus il y a des erreurs $F(3, 180) = 9.16$, $p < 0.001$
Zander et al., (2020)	N=53 13-14 ans M= 13.6 ans	a) Numérique, représentations en 2D d'une forme en 3D manipulable b) Numérique : représentations en 2D d'une forme en 3D non-manipulable	Représentations en 2D d'un assemblage de cubes en 3D

		Réussite et motivation significativement plus haute dans la condition manipulable ($p<0.05$)	
Zander et al., (2016)	*N*=51 24 ♂ / 27 ♀ 8-11 ans *M*= 9.08 ans	a) Papier : représentations en 2D d'une forme en 3D b) Numérique : représentations en 2D d'une forme en 3D manipulable Pas de différences significative de performance entre les deux conditions V = 0.202, $F(6, 30) = 1.263$, $p = 0.304$	Représentations en 2D d'un assemblage de cubes en 3D 
Synthèse	*N= 12 études* *N= 847*	Types d'environnement: 3D = 1 expérience Numérique 2D manipulable = 7 expériences Numérique 2D non manipulable = 6 expériences Papier manipulable = 2 expériences Papier non manipulable = 5 expériences 3/9 manipulable > non manipulable 4/9 manipulable = non manipulable 2/9 non manipulable > manipulable chez les garçons	Formes présentées et angles utilisés CMTT 2D= 5 expériences Animaux 2D = 5 expériences Assemblages de cube 3D représentés en 2D = 2 expériences Formes 3D = 1 expérience Objets 2D du quotidien = 1 expérience Angles 6/6 plus l'angle augmente plus la réussite baisse

Notes.sign. = significatif

Fig. 7 : Comparaison des types d'environnement, des stimuli et des angles utilisés

Le tableau (Fig. 7) relève que la plupart des environnements proposés sont en 2D (20 supports sur les 21 proposés), seule une étude utilise un environnement composé de formes en 3 dimensions. Au niveau de l'aspect manipulatoire, 9 expériences proposent aux sujets de tourner les formes sur l'ordinateur (ou sur papier) et 11 expériences ne le proposent pas. Parmi les 9 expériences ayant comparé la réussite des élèves dans l'une ou l'autre des conditions, les résultats montrent que dans 3 études c'est l'expérience avec manipulation qui apporte les plus grands progrès, dans 4 autres, les élèves progressent aussi bien dans la version manipulatoire que dans celle statique (pas de manipulation possible) et dans deux conditions la manipulation produit moins d'apprentissage que les gestes iconiques et cela uniquement chez les garçons (Wakefield et al., 2019). Les résultats sont donc contrastés sur ce point. En ce qui concerne les angles proposés, les études sont unanimes : plus l'angle augmente, plus la performance diminue.

Implication des gestes et du discours dans la rotation mentale

La troisième question concerne les types de gestes et de langage favorisant la réussite d'une tâche de rotation mentale.

Les résultats font apparaitre trois observations. Tout d'abord la pertinence du discours et la pertinence des gestes prédisent chacune de manière significative la réussite de la tâche (Clingan-Siverly et al., 2021). Deuxièmement, le nombre de gestes ayant un contenu spatial est un facteur prédictif de la réussite dans une tâche de rotation mentale (Clingan-Siverly et al., 2021). Troisièmement, les gestes et le discours dynamiques (qui simulent un mouvement) sont significativement corrélés à la réussite de la tâche (Ehrlich et al., 2006). Les auteurs ont observé que les enfants produisent souvent des indications de mouvement ou des caractéristiques perceptives dans les gestes sans les transcrire par la parole (Clingan-Siverly et al., 2021 ; Ehrlich et al., 2006 ; Miller et al., 2020). À titre d'exemple, Ehrlich et al. (2006), relèvent que dans leur recherche, les enfants ont exprimé des stratégies par les gestes sur 4.99 problèmes sur 8 alors que ces stratégies sont exprimées uniquement sur 3.48 problèmes, si seule la parole est prise en compte. Cette différence est statistiquement significative, ce qui permet aux auteurs de mettre en avant que, si les gestes ne sont pas considérés par l'observateur, une part importante des stratégies exprimées par l'enfant est ignorée. Cette même observation est faite chez Miller et al. (2020), lesquels démontrent que la pertinence des gestes en lien avec la tâche des enfants est significativement plus élevée que la pertinence de la parole seule.

Le geste est donc, pour les enfants, un excellent moyen d'expression des stratégies de mouvement et des caractéristiques perceptives des objets. Elia et al. (2014), dans leur recherche à cas unique relèvent également que les gestes sont utilisés par l'élève tout au long de la tâche de construction montrant les fortes interrelations entre la pensée spatiale et les gestes. Pour ces auteurs, la production de gestes permet de réduire l'effort cognitif de l'enfant dans une tâche spatiale complexe et apporte un soutien à la visualisation spatiale interne.

Discussion

Dans cette partie, les résultats des trois questions de recherche seront mis en perspective avec les apports théoriques. Concernant la première question : quelles sont les interventions favorisant l'acquisition de la rotation mentale. Comme l'ont mis en évidence les résultats, le geste iconique (qui simule la rotation manuelle) est la condition la plus favorable à l'apprentissage. Pour les auteurs, si celui-ci favorise l'acquisition de la rotation mentale c'est parce qu'il simule la visualisation mentale de la rotation d'un objet sans que l'individu ait accès au résultat visible de cette rotation. Aidés par les repères visuels fournis par leurs mains, visualiser mentalement un résultat devient une difficulté souhaitable, car elle conduit à un apprentissage plus profond (Wakefield et al., 2019). Cet accent sur la visualisation mentale comme étant une variable de performance se retrouve également dans l'étude de Zander et al. (2016) qui montrent que la simulation de la rotation est plus efficace que la manipulation elle-même. Si la manipulation reste toutefois, également propice aux apprentissages comme le montrent 5 études c'est bien parce qu'elle implique des mouvements des mains qui sont utiles à la transformation mentale, au contraire par exemple des gestes de pointage qui n'activent pas de représentations mentales en lien avec la tâche de rotation et qui ne produisent donc pas d'apprentissage.

Pour les auteurs, ces résultats permettent d'envisager une intervention en deux temps : d'abord à l'aide d'actions concrètes puis à l'aide de gestes iconiques plus abstraits. La condition « action » permettrait aux jeunes enfants de progresser immédiatement après l'entrainement puis l'utilisation des gestes aiderait à consolider ces gains dans le temps. Cette gradation des difficultés qui ressort de cette revue systématique corrobore le modèle de Chu et Kita (2008). Cette approche serait à différencier également en fonction des compétences initiales des enfants, car pour Levine et al. (2018, p.18) « il pourrait être plus efficace d'utiliser l'entrainement à l'action avec les enfants qui ont de faibles niveaux en rotation mentale et de proposer directement le geste iconique aux enfants qui ont des niveaux plus élevés ». Ainsi, il est possible de répondre à la question de recherche de la manière suivante : permettre aux élèves de faire des gestes iconiques est la modalité d'intervention la plus efficace pour améliorer les compétences de rotation mentale, suivie par la manipulation et l'imagination de la rotation qui permettent également un gain significatif.

La deuxième question de recherche porte sur les différences de performance observées selon les différents stimuli utilisés. Les résultats mettent tout d'abord en évidence le peu d'études utilisant du matériel tridimentionnel pour effectuer des rotations. Pourtant, d'après Piri et Cagiltay (2023), y compris chez les adultes, les environnements virtuels en 3D sont plus efficaces que les stimuli en 2D pour améliorer les compétences. D'ailleurs dans le modèle de Chu et Kita (2008), il s'agit bien de passer par de la manipulation d'objets en 3D avant de faire des rotations mentales avec des stimuli fixes en 2D. En ce qui concerne l'utilisation de stimuli en 2D manipulable ou non, les résultats sont mitigés. Dans 3 expériences c'est la manipulation qui l'emporte, dans 4 expériences les deux conditions produisent le même degré d'apprentissage et dans 2 études (uniquement chez les garçons) la condition manipulation produit moins d'apprentissage que les stimui non-manipulable qui demandent au sujet d'imaginer la rotation mentalement. Finalement dans 6 études ayant examiné la variable des angles, toutes montrent que plus l'angle augmente, plus la rotation mentale prend du temps et est difficile (donc moins bien réussie).

Troisièmement, cette revue met en évidence l'importance de la prise en compte des gestes dans l'évaluation des stratégies, car les gestes expriment des concepts spatiaux dont le langage ne fait pas état. En particulier, les gestes iconiques exprimant un mouvement sont associés à la performance de la rotation mentale. Les résultats de la revue ont mis en évidence que les gestes spatiaux sont significativement corrélés à la réussite d'une tâche de rotation mentale, alors que les stratégies verbales isolées ne le sont pas. Ces résultats sont cohérents avec de nombreux résultats de recherche montrant que les gestes permettent de révéler une compréhension des concepts élaborés par les enfants avant que ceux-ci ne puissent les exprimer par des mots (Calero et al., 2019; Göksun et al., 2013). Calero et al. (2019) relèvent d'ailleurs que les gestes sont fortement associés à la compréhension progressive de la géométrie formelle par les enfants. Pour ces auteurs, cette constatation soulève une question cruciale : l'enseignement spatial et géométrique et particulièrement l'évaluation des apprentissages spatiaux à l'école devrait être revu afin d'inclure les gestes dans ce processus. En effet, une évaluation basée sur la réussite et le langage uniquement ne considère pas le pouvoir qu'a le geste de rendre accessibles les nouveaux concepts élaborés par l'enfant.

Ainsi, ces résultats permettent également de poser les balises pour envisager des études mesurant la rotation mentale et son évolution suite à une intervention chez des élèves ayant des difficultés ou avec une déficience intellectuelle. En effet, comme le disent Wiedenbauer et Jansen-Osmann (2006) l'entrainement à l'aide de gestes ou de matériel manipulable serait particulièrement utile aux élèves possédant de faibles compétences de rotation mentale. Sachant par ailleurs que les élèves avec une déficience intellectuelle expriment davantage de compétences par les gestes (Lacombe et al., 2021) ; et que leur réussite augmente significativement lorsqu'ils ont la possibilité de manipuler du matériel (Lacombe et al., 2021), cette revue prend tout son sens pour élaborer des tâches permettant le développement des compétences spatiales chez les élèves en difficultés, qui à leur tour amélioreront les compétences mathématiques des élèves.

Conclusion

Plusieurs constats ressortent de cette revue de littérature. Premièrement, les résultats mettent en évidence des liens entre les performances et les conditions d'entrainement corroborant les différentes étapes du modèle de Chu et Kita (2008). La manipulation réelle de l'objet est efficace au début de l'apprentissage car elle permet à l'individu de construire une représentation des effets de la rotation sur un objet. Ce type d'encodage est toutefois limité dans le temps et dans le niveau de performance obtenu, car l'action n'entraine pas spécifiquement la simulation mentale (puisque le résultat de la rotation est visible). Ainsi, la condition la plus efficace est celle demandant au participant de faire des gestes iconiques, car ces derniers vont amener l'enfant à simuler la rotation mentale en s'appuyant sur des repères visuels. Deuxièmement, cette revue met en évidence le faible pourcentage d'études utilisant du matériel tridimensionnel pour évaluer et entraîner la rotation mentale alors que plusieurs recherches mettent en évidence la plus-value d'un tel dispositif sur l'apprentissage. Pour les environnements en 2D, les résultats sont mitigés, la moitié des études montrant de meilleures performances avec des stimuli manipulables et l'autre moitié montrent que c'est la simulation de la rotation avec des gestes qui est la plus favorable. Au niveau des différents angles, les études relèvent toutes une difficulté croissante avec l'augmentation de l'angle de rotation. Finalement, les résultats de la revue ont mis en évidence que les gestes spatiaux sont significativement corrélés à la réussite d'une tâche de rotation mentale, alors que les stratégies verbales isolées ne le sont pas. Cela montre l'importance d'autoriser et de favoriser l'utilisation des gestes lors des tâches de rotation mentale.

Au terme de cet article, certaines limites doivent être mentionnées. L'étude des interventions favorisant la rotation mentale chez les enfants est un domaine de recherche peu étudié, ce qui conduit cette revue systématique à n'avoir que 14 résultats. Compte tenu de cet état de fait, une certaine prudence dans la généralisation des résultats s'impose. D'autre part, il existe une grande hétérogénéité des méthodes, des conditions et des stiumuli utilisés pour tester la rotation mentale et la mesurer (types de tâches, nombre de conditions, présence ou absence de groupes contrôles) ce qui apporte certains résultats contradictoires notamment autour des stimuli manipulables et statiques en 2D.

En conclusion, au vu de l'importance de la cognition spatiale dans les apprentissages mathématiques, cette revue invite à effectuer davantage d'études mesurant l'efficacité de conditions d'apprentissage de la rotation mentale, et également d'en mesurer l'efficacité sur la performance mathématique. De plus, cette revue pose les bases nécessaires à l'élaboration d'interventions (utilisant notamment du matériel tridimensionnel et manipulable) pour favoriser le développement de la rotation mentale chez les élèves avec des difficultés.

Bibliographie

Les articles de la revue sont marqués d'une *

Altman, D. (1999). P*ractical Statistics for Medical Research*. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC Press.

Calero, C. I., Shalom, D. E., Spelke, E. S. & Sigman, M. (2019). Language, gesture, and judgment: Children's paths to abstract geometry. *Journal of Experimental Child Psychology*, *177*, 70-85. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2018.07.015

Chu, M. & Kita, S. (2008). Spontaneous gestures during mental rotation tasks: Insights into the microdevelopment of the motor strategy. *Journal of Experimental Psychology: General*, *137*(4), 706-723. https://doi.org/10.1037/a0013157

*Clingan-Siverly, S., Nelson, P. M., Göksun, T. & Demir-Lira, Ö. E. (2021). Spatial Thinking in Term and Preterm-Born Preschoolers : Relations to Parent–Child Speech and Gesture. *Frontiers in Psychology*, *12*. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2021.651678

Clements, D. H. & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In *Handbook of research on mathematics teaching and learning : A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (p. 420-464). Macmillan Publishing Co, Inc.

Crollen, V. & Noël, M.-P. (2017). How Does Space Interact with Numbers? In M. S. Khine (Éd.), *Visual-spatial Ability in STEM Education : Transforming Research into Practice* (p. 241-263). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-44385-0_12

Davis, B. (2015). *Spatial Reasoning in the Early Years : Principles, Assertions, and Speculations*. Routledge.

* Ehrlich, S. B., Levine, S. C. & Goldin-Meadow, S. (2006). The importance of gesture in children's spatial reasoning. *Developmental Psychology*, *42*(6), 1259-1268. https://doi.org/10.1037/0012-1649.42.6.1259

*Elia, I., Gagatsis, A. & van den Heuvel-Panhuizen, M. (2014). The role of gestures in making connections between space and shape aspects and their verbal representations in the early years: Findings from a case study. *Mathematics Education Research Journal*, *26*(4), 735-761. https://doi.org/10.1007/s13394-013-0104-5

Frick, A., Möhring, W. & Newcombe, N. S. (2014). Development of mental transformation abilities. *Trends in Cognitive Sciences*, *18*(10), 536-542.

Funk, M., Brugger, P. & Wilkening, F. (2005). Motor processes in children's imagery: The case of mental rotation of hands. *Developmental Science*, *8*(5), 402-408. https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2005.00428.x

Göksun, T., Goldin-Meadow, S., Newcombe, N. & Shipley, T. (2013). Individual differences in mental rotation : What does gesture tell us? *Cognitive Processing*, *14*(2), 153-162.

Goldin-Meadow, S. (2003). *Hearing Gesture: How Our Hands Help Us Think*. Harvard University Press.

*Goldin-Meadow, S., Levine, S. C., Zinchenko, E., Yip, T. K., Hemani, N. & Factor, L. (2012). Doing gesture promotes learning a mental transformation task better than seeing gesture: Doing vs. seeing gesture. *Developmental Science*, *15*(6), 876-884.

Heil, M. & Rolke, B. (2002). Toward a chronopsychophysiology of mental rotation. *Psychophysiology*, *39*(4), 414-422. https://doi.org/10.1111/1469-8986.3940414

Hendroanto, A., Budayasa, I. K., Abadi, A., Galen, F. V. & Van Eerde, H. A. A. (2015). Supporting Students? Spatial Ability In Understanding Three-Dimensional Representations.Institut national de la santé et de la recherche médicale [INSERM] (2016). *Déficiences intellectuelles. rapport complet*. Inserm, Editions EDP Sciences (coll. expertise collective).

*Jansen, P. & Kellner, J. (2015). The role of rotational hand movements and general motor ability in children's mental rotation performance. *Frontiers in Psychology*, *6*, 984.

*Jansen, P., Quaiser-Pohl, C., Neuburger, S. & Ruthsatz, V. (2015). Factors Influencing Mental-Rotation with Action-based Gender-Stereotyped Objects—The Role of Fine Motor Skills. *Current Psychology*, *34*(2), 466-476. https://doi.org/10.1007/s12144-014-9269-7

Jitendra, A. K., Nelson, G., Pulles, S. M., Kiss, A. J. & Houseworth, J. (2016). Is Mathematical Representation of Problems an Evidence-Based Strategy for Students With Mathematics Difficulties? *Exceptional Children*, *83*(1), 8-25.

Krüger, M. & Krist, H. (2009). Imagery and Motor Processes — When Are They Connected? The Mental Rotation of Body Parts in Development. *Journal of Cognition and Development*, *10*(4), 239-261. https://doi.org/10.1080/15248370903389341

Lacombe, N., Dias, T., Petitpierre, G. (2021). Can gestures give us access to thought? A systematic literature review on the role of co-thought and co-speech gestures in children with intellectual disabilities. *Journal of Non-Verbal Behaviour, 1-18*. 10.1007/s10919-022-00396-4

Lacombe, N., Petitpierre, G. & Dias, T (2021). Observer les gestes pour analyser les habiletés spatiales des élèves avec une déficience intellectuelle. Dans Soury-Lavergne (dir.), *Dispositifs et collectifs pour la formation, l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques* (p.794-813). INSPE de Grenoble. http://www.arpeme.fr/documents/Actes-Grenoble-e.pdf

Lamm, C., Windischberger, C., Moser, E. & Bauer, H. (2007). The functional role of dorso-lateral premotor cortex during mental rotation : An event-related fMRI study separating cognitive processing steps using a novel task paradigm. *NeuroImage*, *36*(4), 1374-1386. https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2007.04.012

Levine, S. C., Goldin-Meadow, S., Carlson, M. T. & Hemani-Lopez, N. (2018). Mental Transformation Skill in Young Children : The Role of Concrete and Abstract Motor Training. *Cognitive Science*, *42*(4), 1207-1228. https://doi.org/10.1111/cogs.12603

McNeill, D. (2005). *Gesture and thought*. University of Chicago press.

Mix, K. S. & Cheng, Y.-L. (2012). Chapter 6 - The Relation Between Space and Math : Developmental and Educational Implications. In J. B. Benson (Éd.), *Advances in Child Development and Behavior* (Vol. 42, p. 197-243). JAI. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-394388-0.00006-X

Moher, D., Liberati, A., Tetzlaff, J., Altman, D. G. & Group, T. P. (2009). Preferred Reporting Items for Systematic Reviews and Meta-Analyses : The PRISMA Statement. *PLOS Medicine*, *6*(7), e1000097. https://doi.org/10.1371/journal.pmed.1000097

Needham, A., Barrett, T. & Peterman, K. (2002). A pick-me-up for infants' exploratory skills : Early simulated experiences reaching for objects using 'sticky mittens' enhances young infants' object exploration skills. *Infant Behavior and Development*, *25*(3), 279-295. https://doi.org/10.1016/S0163-6383(02)00097-8

Newcombe, N. S. & Huttenlocher, J. (2007). Development of Spatial Cognition. In W. Damon & R. M. Lerner (Éds.), *Handbook of Child Psychology* (p. chpsy0217). John Wiley & Sons, Inc. https://doi.org/10.1002/9780470147658.chpsy0217

Piaget, J. & Inhelder, B. (1967). *The child's conception of space* (F. J. Langdon & J. L. Lunzer, Trans.). Norton. (Original work published 1948)

Piri, Z. & Cagiltay, K. (2023). Can 3-Dimensional Visualization Enhance Mental Rotation (MR) Ability?: A Systematic Review. *International Journal of Human–Computer Interaction*, 1-16

Spelke, E. S. & Newport, E. (1998). Nativism, empiricism, and the development of knowledge. In W. Damon (Editor-in-Chief) & R. M. Lerner (Vol. Ed.), *Handbook of child psychology: Vol. 1. Theoretical models of human development* (5th ed., pp. 165–179). Wiley.

Spooner, F., Root, J. R., Saunders, A. F. & Browder, D. M. (2019). An updated evidence-based practice review on teaching mathematics to students with moderate and severe developmental disabilities. *Remedial and Special Education*, *40*(3), 150-165.

Vygotsky, L. (1997). *Collected works* (Vol. 3). Plenum.

*Wakefield, E. M., Foley, A. E., Ping, R., Villarreal, J. N., Goldin-Meadow, S. & Levine, S. C. (2019). Breaking down gesture and action in mental rotation : Understanding the components of movement that promote learning. *Developmental Psychology*, *55*(5), 981-993. https://doi.org/10.1037/dev0000697

Wexler, M., Kosslyn, S. M. & Berthoz, A. (1998). Motor processes in mental rotation. *Cognition*, *68*(1), 77-94. https://doi.org/10.1016/S0010-0277(98)00032-8

Wiedenbauer, G. & Jansen-Osmann, P. (2008). Manual training of mental rotation in children. *Learning and instruction*, *18*(1), 30-41.

Wohlschläger, A. & Wohlschläger, A. (1998). Mental and manual rotation. *Journal of Experimental Psychology: Human perception and performance*, *24*(2), 397.

Zacks, J. M. (2008). Neuroimaging Studies of Mental Rotation : A Meta-analysis and Review. *Journal of Cognitive Neuroscience*, *20*(1), 1-19. https://doi.org/10.1162/jocn.2008.20013

*Zander, S., Montag, M., Wetzel, S. & Bertel, S. (2020). A gender issue? - How touch-based interactions with dynamic spatial objects support performance and motivation of secondary school students. *Computers & Education*, *143*, 103677. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2019.103677

*Zander, S., Wetzel, S. & Bertel, S. (2016). Rotate it!—Effects of touch-based gestures on elementary school students' solving of mental rotation tasks. *Computers & Education*, *103*, 158-169. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2016.10.007

*Miller, H. E., Andrews, C. A. & Simmering, V. R. (2020). Speech and Gesture Production Provide Unique Insights Into Young Children's Spatial Reasoning. *Child Development*, *91*(6), 1934-1952. https://doi.org/10.1111/cdev.13396

*Ping, R., Ratliff, K., Hickey, E. & Levine, S. C. (2011). *Using Manual Rotation and Gesture to Improve Mental Rotation in Preschoolers*. 7.

CONTRAT D'ADHESION DIDACTIQUE LORS DE LA MISE EN PLACE D'UN DISPOSITIF D'AIDE « PREVENTIF »

Teresa Assude, Karine Millon-Fauré, Jeannette Tambone

ADEF – Aix-Marseille Université

Résumé

Le but de cet article est d'étudier des conditions favorables à la mise en place en classe entière d'un dispositif d'aide « préventif » destiné aux élèves en difficulté dans la résolution de problèmes mathématiques. Nous nous intéressons en particulier aux conditions relevant d'un contrat d'adhésion didactique qui peuvent assurer le fonctionnement et les effets potentiels d'un tel dispositif.

Mots clés : dispositif d'aide préventif, problèmes mathématiques, contrat d'adhésion didactique

INTRODUCTION

Lors d'une recherche collaborative menée avec des didacticiens et des enseignantes d'une école primaire québécoise, nous avons conçu un dispositif d'aide à destination des élèves en difficulté en mathématiques. Nous voulions, non pas remédier aux problèmes constatés (comme cherchent à le faire des dispositifs habituels de remédiation), mais prévenir ces derniers en préparant certains élèves repérés par l'enseignant comme susceptibles de rencontrer des difficultés dans la séance de classe. Pour cela, nous avons regroupé ces élèves en amont de la séance et nous leur avons proposé diverses tâches destinées à leur permettre de rencontrer le milieu de la situation et à prendre ainsi une légère avance sur leurs camarades (voir une description plus complète dans la partie théorique). Les diverses expérimentations que nous avons menées jusqu'alors (Assude et al., 2016a ; Assude et al., 2016b ; Theis et al., 2014 ; Theis et al., 2016 ; Millon-Fauré et al., 2018a, 2018b), nous ont permis de modéliser les fonctions de ce dispositif et d'en étudier les effets sur les élèves en difficulté, notamment en ce qui concerne l'occupation de leur topos (Chevallard, 1992 ; Assude et al., 2014), c'est-à-dire de la place prévue par l'institution et des attentes institutionnelles relatives à cette place. Elles nous ont également amenés à percevoir l'intérêt de compléter notre dispositif par un nouveau temps de travail avec ces mêmes élèves, après la séance de classe, afin notamment de reprendre l'institutionnalisation menée en classe entière et de faciliter le réinvestissement de ces savoirs dans de nouvelles situations (Assude & Millon-Fauré, 2021).

Nous nous intéressons à présent aux possibilités de diffusion de notre dispositif préventif (Millon-Fauré et al., 2021 ; Assude et al., 2022) ainsi qu'aux diverses conditions et contraintes qui influent sur sa mise en œuvre. Nous cherchons notamment à déterminer les répercussions d'une mise en œuvre de notre dispositif avec un même groupe d'élèves sur un temps long et non pour une seule situation comme nous le faisions habituellement. En effet, nous avons constaté que, dans une classe, les élèves repérés comme susceptibles de rencontrer des difficultés dans la séance de classe suivante, variaient peu. Ce sont bien souvent des élèves qui ne s'investissent pas dans les séances de résolution de problèmes, quelle que soit la situation choisie et nous pensons donc que, pour eux, une prise en charge sur un temps long pourrait s'avérer profitable. Par ailleurs, nous voulons aussi étudier des mises en œuvre de ce dispositif à l'intérieur d'une classe où l'enseignant doit à la fois gérer le groupe d'élèves participant au dispositif et le reste de la classe. Depuis l'an dernier, nous suivons donc le travail d'une enseignante de collège (élèves de 11 à 14 ans) qui expérimente une telle option. Au cours de cette expérimentation, nous avons pu constater l'importante implication de l'ensemble des élèves dans la mise en place d'un cadre favorable à ce travail. Par conséquent, nous désirons dans cet article étudier comment l'enseignante de cette étude s'y prend pour amener l'ensemble des élèves de la classe à adhérer à ce type de dispositif. Plus précisément, nous étudierons le « cadre de travail » instauré dans la classe et comment il est mis en place. Pour cela, après avoir présenté nos outils théoriques, nous décrirons notre méthodologie de recherche ainsi que les résultats que cette expérimentation nous a permis de mettre en évidence.

APPUIS THÉORIQUES

Modélisation de la structure et des fonctions du dispositif préventif

En nous appuyant sur les travaux de Chevallard (2010), nous qualifions la classe de système didactique principal (SDP) et le dispositif d'aide de système didactique auxiliaire (SDA) :

> D'une manière générale, on observe qu'un système didactique S(X, Y, Q)[1] ne vit pas isolément : un système dit principal engendre (et, dans une certaine mesure, commande) un ensemble de systèmes didactiques dits auxiliaires qui, comme leur nom le dit assez, viennent en aide au système didactique principal. (p.10)

Dans les dispositifs préventifs tels que nous le concevons, les SDA sont constitués d'une partie des élèves de la classe (ceux qui, selon l'enseignant, sont susceptibles de rencontrer des difficultés au cours de la séance en classe entière qui va suivre) et d'un intervenant qui peut ou non être l'enseignant du SDP. Par ailleurs les séances d'aide se situent d'une part en amont de la séance de classe ciblée (SDA pré) et également en aval (SDA post) :

Fig.1 : Organisation globale du dispositif préventif

Pour modéliser les fonctions de notre dispositif, nous nous appuyons sur le triplet des genèses (Sensevy et al., 2001), ce qui nous a permis d'identifier cinq fonctions pour le SDA pré :

a. Une fonction *mésogénétique* : même s'il ne s'agit pas encore de résoudre le problème, le SDA pré permet aux élèves de rencontrer le milieu de la situation qui sera travaillée en classe entière.

b. Une fonction *chronogénétique* : le travail effectué (découverte des consignes, réflexions sur les techniques qui pourraient être mises en œuvre, réactivation de savoirs anciens…) va permettre aux élèves présents de prendre une petite avance par rapport à leurs camarades mais il ne s'agit pas de faire avancer le temps didactique (temps du savoir) (Assude et al., 2016).

c. Une fonction *topogénétique* : ce dispositif va permettre à la plupart des élèves d'occuper une position plus haute dans leur topos, notamment au cours du travail en petit groupe, mais également en classe entière (participation aux échanges entre pairs, prise de parole pour poser une question ou répondre à l'enseignant…).

d. Une fonction *d'anticipation et suspension de l'action* : l'élève prend connaissance de l'énoncé du problème, anticipe des techniques possibles pour le résoudre sans passer à l'action (suspension de l'action).

e. Une fonction *de questionnement* : le SDA pré permet de constituer un espace de questionnement pouvant permettre de créer une attente qui favorise l'engagement des élèves dans le SDP.

---

[1] X représente l'ensemble de personnes (élèves en particulier) qui étudient la question Q, et Y représente le groupe de personnes (en particulier l'enseignant) qui aide et supervise l'étude (Chevallard, 2015).

Le contrat d'adhésion didactique

Goffman (1991), dans une approche sociologique s'intéresse à l'organisation de l'expérience, il se place au niveau de l'acteur individuel, de l'expérience individuelle. Il s'agit pour lui d'isoler des cadres fondamentaux qui dans notre société permettent de décrire et de comprendre les évènements. Il s'appuie pour cela sur la notion de cadre primaire dû à l'anthropologue Bateson : *« Est primaire un cadre qui nous permet dans une situation donnée, d'accorder du sens à tel ou tel de ses aspects, lequel autrement serait dépourvu de signification. »* (Goffman, 1991, p. 30). Identifier et décrire un évènement c'est faire appel à un ou plusieurs cadres primaires. Le cadre se doit d'être suffisamment contenant et sécurisant pour que le processus advienne. Jacobi (2007) définit le cadre comme *« l'environnement immédiat qui permet au praticien d'installer une situation susceptible de lui permettre d'exercer son travail »* (p.35). Il évoque un des aspects fondamentaux de cette notion : ses limites. En effet, si le cadre délimite et assure un espace stable, il est aussi destiné à offrir des repères, des limites propres à soutenir et à mettre en valeur ce qu'il produit. C'est parce qu'il est fixe et stable que le cadre permet d'appréhender ce qui change et ce qui évolue au niveau du processus.

Baranger (1999) interroge la notion de cadre en la ramenant dans le champ de l'éducation. Il définit le cadre comme ce qui peut rendre possible « le processus apprendre en commun ». Pour lui, le cadre scolaire est d'abord matérialisé dans le lieu physique, il est aussi organisation de l'espace et du temps ; il est règlementation ; il inclut également l'ensemble des normes sociales du vivre ensemble à l'école et à l'ensemble des rôles joués par les différents acteurs de l'école. Le cadre est appréhendé dans ses dimensions matérielles et symboliques. Le cadre scolaire ainsi défini constitue donc un concept relativement large qui comprend aussi bien le règlement intérieur de l'établissement que le contrat didactique (Brousseau, 1990) en vigueur à un instant fixé et pour une classe donnée.

Nous nous intéressons dans cette recherche à une composante du cadre scolaire qui englobe le contrat didactique sans s'y restreindre. Il s'agit de regarder l'ensemble des attentes réciproques qui lient l'enseignant et l'élève et qui régulent leurs comportements et leurs réactions et non pas seulement celles qui sont directement attachées au savoir. En effet, au-delà du contrat didactique, un enseignant va attendre de ses élèves qu'ils adoptent certains rôles qui peuvent fluctuer d'une classe à l'autre : chercher dans sa tête ou en utilisant un brouillon, intervenir durant le cours en levant ou non le doigt, échanger avec des camarades ou travailler de manière individuelle etc. En adoptant ou non ces rôles chacun va occuper une position plus ou moins haute dans son topos (Assude et al., 2014) et ainsi plus ou moins se conformer aux attentes de l'enseignant. Réciproquement, les élèves vont également s'attendre à ce que leur enseignant occupe certains rôles particuliers. Ils espèrent de lui des explications, une certaine forme d'aide (qui là encore peut varier en fonction des habitudes de la classe), éventuellement la mise en œuvre de certains rituels si cela a été institué par l'enseignant. Ces attentes ne dépendent pas a priori du savoir en jeu mais elles peuvent varier dans le temps notamment en fonction de l'organisation du travail choisie (le fonctionnement d'une classe lors d'un travail de groupe n'est pas le même que celui observé lors d'une recherche individuelle). Nous parlerons alors de *contrat d'adhésion didactique* pour qualifier l'ensemble de ces règles relatives au fonctionnement de dispositifs didactiques en tant que conditions de travail des élèves auxquelles ils pourront adhérer pour prendre position dans leur place d'élève.

Il paraît important que les divers acteurs identifient le comportement attendu et que les élèves acceptent le contrat d'adhésion didactique proposé par l'enseignant, sans quoi, des malentendus pourraient apparaître entre les acteurs : les élèves, par exemple, n'ayant pas identifié les rôles qu'ils sont supposés tenir, risquent de ne pas agir de manière adéquate pour rencontrer les savoirs en jeu. L'institution de ce contrat d'adhésion didactique nous paraît donc un moment-clé pour l'engagement des élèves. C'est la raison pour laquelle, nous avons, dans cet article, décidé d'étudier la manière dont une enseignante met en place un nouveau contrat d'adhésion didactique dans sa classe, en lien avec la mise en œuvre d'un dispositif d'aide pour les élèves en difficulté.

Éléments méthodologiques

Les spécificités du dispositif observé

Le dispositif d'aide « préventif » a été mis en place dans des contextes différents essentiellement dans des classes du primaire au Québec et en France. Dans le cadre de cette étude, le dispositif a été implémenté par une enseignante de collège en France, Victorine (prénom modifié), dans une classe de sixième (première année du secondaire, élèves de 11ans). La spécificité de cette mise en œuvre est double : d'une part c'est le même groupe d'élèves (identifiés comme étant en difficulté dans les séances de résolution de problèmes) qui va participer à toutes les séances de dispositifs préventifs proposées durant l'année scolaire ; d'autre part ce dispositif d'aide est mis en place en classe entière. La classe comporte 26 élèves et cinq de ces élèves participent au dispositif préventif. En effet, contrairement à d'autres dispositifs du même type, l'enseignante ne peut pas prendre les élèves en difficulté en dehors des heures de mathématiques officielles et elle doit donc également gérer, durant les séances de dispositif, le reste de la classe. Par conséquent, durant ces séances, deux SDA (tous deux rattachés au même SDP constitué par la classe dans sa globalité) cohabitent : celui des élèves reconnus comme étant en difficulté à qui l'enseignante propose un dispositif préventif, et celui du reste de la classe qui travaillent sur une autre situation. Ce dispositif a commencé au début de l'année scolaire et l'enseignante avait déjà observé les élèves depuis septembre. Par ailleurs, l'enseignante a pu utiliser les résultats aux évaluations nationales pour la constitution définitive des groupes. Les types de problèmes proposés sont issus des programmes de la classe de 6ème en France et le choix s'est porté sur des problèmes de modélisation ayant un lien avec des situations réelles.

Nous nous intéressons par conséquent aux effets de ces contraintes sur la mise en œuvre de notre dispositif et aux adaptations qu'elles entraînent : quelles sont les répercussions de ces nouvelles conditions (participation au dispositif préventif sur un temps long, cohabitation des deux SDA) sur le comportement des élèves dans le SDP et sur leurs apprentissages ? Comment installer un contrat d'adhésion didactique qui permette à l'enseignante de se consacrer aux élèves en difficulté tout en gérant les autres élèves dans la classe ? C'est sur cette dernière question que nous nous focaliserons dans cet article, ce qui nous amène à nous intéresser seulement aux SDA-pré. En effet, l'instauration de ce contrat d'adhésion didactique prend une importance toute particulière : d'une part, comme ce type de séances va régulièrement se reproduire tout au long de l'année, il est essentiel que son organisation soit clairement comprise par l'ensemble des élèves ; d'autre part la cohabitation avec les deux systèmes didactiques auxiliaires va obliger les élèves du SDP à travailler en quasi autonomie pour que l'enseignante puisse demeurer auprès des élèves en difficulté, ce qui est inhabituel pour ces élèves comme nous le dit l'enseignante. Pour Victorine c'est aussi la première fois qu'elle met en place ce contrat d'adhésion didactique en lien avec ce type de dispositif.

Le recueil et l'analyse des données

Il a été décidé que ce dispositif serait mis en place pendant toute une année scolaire 2020-2021, mais pour des problèmes logistiques nous avons décidé de n'observer que certaines de ces séances : la séance en classe entière durant laquelle l'enseignante présente le dispositif, les séances correspondant à trois dispositifs préventifs (SDA pré/SDP et éventuellement SDA post), au début, au milieu et à la fin de l'année. La première séance a duré 50minutes et comportait deux phases : la première était celle de la présentation générale du dispositif, et la deuxième celle du choix des élèves des groupes A (élèves en difficulté) et B (les autres élèves de la classe) que nous présenterons par la suite. Tous ces dispositifs ont été filmés, et les productions des élèves ont été recueillies. Par ailleurs, ont été menés des temps mixtes d'entretiens et de co-analyses des séances avec l'enseignante.

Dans cet article, nous allons nous intéresser à la manière dont l'enseignante met en place le contrat d'adhésion didactique afin de « dévoluer » ce nouveau dispositif à la classe en tant que collectif de travail et nous nous focaliserons sur le discours de l'enseignante correspondant à la première séance.

Résultats

La présentation du dispositif dans les expérimentations précédentes

Dans nos travaux précédents (Theis et al., 2014 ; Assude et al., 2016b), nous avons observé l'importance de la légitimation du dispositif par l'enseignant lors de sa première mise en œuvre. Cette légitimation se faisait par la présentation de ce qui motivait le dispositif d'aide, à savoir le fait que les élèves y participant étaient ceux qui étaient souvent en difficulté face à la résolution de problèmes. L'aide apparaissait alors comme importante, et surtout l'enseignant indiquait aux élèves qu'ils allaient avoir une avance par rapport aux autres élèves car ils connaîtraient avant les autres le problème qui serait résolu dans la classe. Les élèves savaient ainsi pourquoi ils participaient à ce dispositif et ce qu'ils étaient censés y faire : non pas résoudre le problème mais prendre connaissance de l'énoncé et du milieu du problème et anticiper des techniques possibles pour le résoudre sans passer à l'action. Cette légitimation se faisait dans le petit groupe d'élèves en difficulté.

Cette fois, la mise en place du contrat d'adhésion didactique commence en classe entière, dans le SDP et s'articule autour de plusieurs dimensions.

La description du dispositif et de son intérêt pour les élèves

Durant la séance en classe entière, Victorine va prendre le temps d'expliquer comment le dispositif va s'organiser de manière pratique : la constitution de deux groupes en indiquant même les tables où chacun va travailler (*« je vais prendre la classe et je vais la scinder, la découper (…) le groupe A… A comme aide, d'accord ? et le reste de la classe qu'on va appeler le groupe B, le groupe A va effectuer certains travaux, je vais vous expliquer quoi ensuite… pendant ce temps-là le groupe B va au fond de la classe, vous serez sur plusieurs îlots, plusieurs groupes, vous allez aussi travailler sur les problèmes.* ») et le comportement attendu (notamment la gestion des bavardages). Par la suite elle présentera le genre de tâche pour tous les élèves (« résoudre des problèmes ») mais pour le groupe A, il s'agira de s'intéresser au problème prévu pour la séance suivante (sans le résoudre encore), tandis que les élèves du groupe B s'intéresseront ce jour-là à une autre situation, sans lien direct avec celles étudiées en classe. L'enseignante précise aussi le type d'accompagnement dont chaque groupe pourra bénéficier comme nous le verrons par la suite. Cette présentation claire et détaillée permet de rassurer les élèves qui peuvent à présent imaginer le déroulement de ces séances.

Victorine va souligner l'intérêt que ce dispositif peut avoir pour chacun des deux groupes. Dans le groupe A, le système didactique auxiliaire (SDA pré) va permettre aux élèves de rentrer plus facilement dans le milieu du problème qui sera traité dans le SDP (fonction mésogénétique) et de savoir « plus avant » que leurs camarades (fonction chronogénétique) de quoi il va s'agir. Elle détaille le type d'aide qui va leur être proposé : le travail sur des pré-requis (« *tu te souviens pas ce que c'est des droites parallèles ou perpendiculaires… ben tu vas pas pouvoir le faire ton problème parce que tu es bloqué à cause de ça…je vais retravailler avec toi avant ce que c'est qu'une droite parallèle et une droite perpendiculaire, d'accord ?... je vais retravailler ça avec toi et après quand on est en classe entière, ben le problème tu vas pouvoir le réaliser comme tout le monde avec les mêmes difficultés mais tu vas pouvoir le réaliser* »), le travail sur les consignes (« *un autre souci, y'a des élèves qui comprennent mal les consignes, ils arrivent pas à comprendre ce qu'on attend et bien je vais travailler sur les consignes* ») et également le commencement de la résolution d'un problème (« *y'a aussi une autre difficulté, c'est comment est-ce qu'on commence un problème (…) d'accord, donc en fait on va travailler ces moments-là…* »). Mais Victorine explique également ce que ce dispositif peut apporter au groupe B, puisque cette organisation va pouvoir leur donner l'occasion de travailler en réelle autonomie, ce qui se produit rarement dans les cours ordinaires : *« attention en réalité j'aide aussi ceux du fond parce que ceux du groupe B comment je les aide, je les aide à faire un travail qui est incroyable c'est-à-dire qu'ils arrivent à travailler tous seuls un problème. […] ça c'est vrai que normalement en classe on ne prend jamais le temps de vous laisser le temps de chercher, là vous aurez vraiment le temps de chercher. »*

L'enseignante termine cette présentation en s'assurant d'une part que tous les élèves ont bien compris l'objectif du dispositif *(« est-ce que tout le monde a compris le but du travail ? »*) et d'autre part que tous partagent cet enjeu *(« est-ce que quelqu'un, se dit 'oui mais c'est pas juste' pour telle ou telle raison ? »*). Ce faisant, elle amène les élèves à cautionner le dispositif qui va être mis en place et dans le même temps à accepter les règles qui l'accompagnent. Les élèves sont attentifs, ne disent rien pendant cette première présentation mais l'une des élèves pose la question : « *est-ce qu'on va commencer maintenant ?* », avant la désignation des élèves dans les deux groupes. Ce commentaire semble montrer une volonté de commencer tout de suite. Dans la séance suivante où le dispositif a été mis en place, les élèves des deux groupes se sont engagés dans le travail et l'enseignante a régulé une ou deux fois le travail des élèves du groupe B qui étaient en autonomie mais ayant besoin d'une précision. Les élèves du groupe A étaient aussi engagés dans le dispositif préventif en commençant par la lecture et la compréhension de l'énoncé.

L'(auto-)désignation des élèves

Dans les expérimentations que nous avions jusque-là observées, la sélection des élèves qui devaient participer au dispositif préventif était effectuée par l'enseignant (même si celui-ci s'attachait à justifier ses décisions auprès du groupe sélectionné). Victorine, elle, décide de laisser les élèves se positionner et choisir par eux-mêmes le groupe auquel ils veulent adhérer. Cette option nous paraît intéressante dans la mesure où cette auto-détermination nous semble de nature à faciliter l'acceptation du contrat d'adhésion didactique. Ce moment où les élèves reconnaissent publiquement qu'ils ont besoin d'aide constitue, selon nous, une étape décisive qui conditionne les possibilités de réussite du dispositif d'aide (comme l'expliquait Mercier (1996), on ne peut apprendre que s'il l'on admet son ignorance). Mais il s'agit d'un passage délicat à assumer pour ces élèves qui peuvent craindre le regard de leurs camarades et qui pourraient se sentir stigmatisés. Par ailleurs, cette auto-détermination des élèves risque de conduire à une constitution des groupes non adéquate : certains élèves pourraient se sous-estimer et demander leur adhésion au groupe A sans que cela ne soit nécessaire alors que d'autres préfèreront peut-être cacher leurs difficultés. Il paraît donc intéressant d'observer comment l'enseignante s'y prend pour accompagner et guider cette prise de décision.

Victorine demande tout d'abord aux élèves de réfléchir eux-mêmes à cette décision (dont elle reconnaît la difficulté) en s'appuyant sur leurs expériences des séances de résolution de problèmes menées les années précédentes *(« il va y avoir quelque chose, quelque chose de pas simple pour personne, […] … c'est difficile de dire que 'peut-être moi j'étais en difficulté' … […] il va vraiment falloir que vous me disiez avec honnêteté, qui pense avoir besoin d'aide ? »).* Elle leur propose ensuite de confronter cet avis avec la vision des camarades qui se trouvaient dans la même classe qu'eux *(« vous parlez avec vos camarades qui étaient dans la même école que vous l'année dernière, vous le savez, vous étiez en classe ensemble »*). Cette participation de l'ensemble de la classe à la désignation des élèves en difficulté permet de responsabiliser tous les acteurs, de les impliquer dans la réussite de ce dispositif. Elle facilite également le choix de chaque élève dans la mesure où celui-ci découle d'une décision collective et qu'ils n'ont donc plus à craindre le regard de leurs camarades quant à leur adhésion au groupe des élèves en difficulté. Victorine nous précise tout de même, lors d'un entretien, qu'elle est consciente des problèmes que cette approche pourrait soulever : il faut en effet veiller à ce que le groupe ne renvoie pas une image négative de certains élèves. Mais, selon elle, les risques s'avéraient minimes en raison d'une part de la qualité des relations entre les élèves de cette classe et d'autre part de la responsabilisation de chacun quant à l'importance de ce choix.

En outre, la détermination des groupes n'est pas entièrement laissée à la charge des élèves. L'enseignante va tout d'abord passer dans chaque ilot pour recueillir leurs décisions et éventuellement accompagner les débats. Lorsqu'un élève se révèle indécis, elle lui pose des questions afin de l'aider à évaluer les difficultés qu'il peut rencontrer, guidant ainsi quelque peu son choix : *« est-ce que tu penses que toute seule tu vas pouvoir résoudre tes difficultés ou un prof pour t'aider ce sera plus simple ? » ; « et toi par rapport à ta vitesse d'exécution ? […] Est-ce que tu aurais besoin d'aide ? ».* Notons par ailleurs, qu'elle félicite largement les élèves qui ont pris la décision de participer au dispositif d'aide. Elle présente ce choix comme une marque de confiance et d'envie de progresser en mathématiques. Le positionnement dans le groupe d'aide n'est pas une stigmatisation mais au contraire une valorisation et une occasion pour progresser et apprendre à résoudre des problèmes. Enfin, après avoir recueilli en classe entière, le nom des volontaires pour le groupe A, elle donne son propre avis, qui s'avère finalement proche du choix effectué par les élèves : *« y'a pour moi y'a un* *élève ou une élève qui devrait lever la main et qui n'a pas la main levée, [et] selon moi au moins une élève qui a levé la main qui n'aurait pas à lever la main »*. Elle explique qu'elle va reconsidérer la composition de chaque groupe en s'appuyant sur plusieurs évaluations : d'une part l'évaluation par compétences qu'elle a effectué peu de temps auparavant lors d'une séance de résolution de problèmes, d'autre part à partir des évaluations nationales qu'ils doivent réaliser le lendemain. Nous pouvons penser que cet appui sur des critères objectifs permet de légitimer aux yeux des élèves les choix qui seront finalement faits, et cinq élèves sur 26 élèves feront partie du groupe A.

Rassurer et valoriser les élèves

Durant la mise en place du contrat d'adhésion didactique, Victorine va s'attacher à rassurer les élèves. Nous pouvons notamment remarquer ses diverses références au plaisir que les élèves vont prendre au cours de ces séances. Elle présente la résolution de problème comme *« un moment où on doit s'amuser, c'est un moment qui est sympa »*. Elle comparera d'ailleurs ce genre de tâche à une chasse au trésor en expliquant que le plaisir éprouvé dépend de la difficulté de l'énigme proposée *(« je sais pas si vous avez déjà joué à une chasse au trésor, ce qui est amusant c'est de le chercher, une fois qu'on l'a trouvé alors là on est trop content parce que … mais on est trop content si c'était pas facile »)*. Par ailleurs, elle insiste sur l'aide qu'elle va apporter au groupe A, mais également de manière plus ponctuelle pour les élèves du groupe B *(« je vais vous donner des indications, je pourrai de temps en temps venir vous aider si vraiment je vois qu'un élève est bloqué »*).

L'enseignante va également à plusieurs reprises valoriser les élèves du groupe A, en reconnaissant l'effort nécessaire pour admettre ses faiblesses et en soulignant la pertinence de cette attitude *(« je vous félicite parce que c'est vrai que ce n'est pas facile de dire « madame je rencontre des difficultés et j'aurais besoin d'aide » mais qu'est-ce que c'est malin de votre part »)*. Pour ce qui est des élèves du groupe B, elle les responsabilise en expliquant en quoi la réussite de ce dispositif dépend de leur attitude et de leur autonomie : *« pendant que je vais aider le groupe A, ben vous devinez, je peux pas vous aider »*. Elle insiste aussi sur la difficulté du travail qu'elle attend d'eux et les compare même à des chercheurs : *« ça veut dire que vous allez devoir vous comporter comme des vrais chercheurs, vous allez avoir des vrais problèmes et oui ce sera difficile, mais c'est bien ce qui est amusant »*.

Discussion et conclusion

Cette expérimentation diffère sur deux points essentiellement des mises en œuvre du dispositif préventif que nous avions jusque-là étudiées : d'une part ces séances sont organisées pendant toute l'année et d'autre part elles se déroulent en classe entière. L'enseignante a choisi de partager la classe en deux groupes qui travaillent tous deux sur la résolution de problèmes : le groupe A aborde le problème du SDP sans toutefois le résoudre et le groupe B se penche sur un problème « difficile » pour apprendre à chercher et à se réguler sans que l'enseignante intervienne. Ces nouvelles contraintes soulèvent des problèmes qui n'avaient pas été rencontrés dans nos recherches antérieures. Comment, en effet, organiser le travail de toute la classe de façon que l'enseignante puisse consacrer tout le temps nécessaire aux élèves en difficulté ? Comment s'assurer de l'implication de chacun dans les tâches qui lui seront proposées ? Ce nouveau contexte va ainsi augmenter l'importance de la dévolution du *contrat d'adhésion didactique*.

Nous parlons de *contrat d'adhésion didactique* pour désigner l'ensemble des conditions qui assurent le fonctionnement du dispositif choisi par l'enseignant pour une situation d'enseignement donnée, l'ensemble des règles qui doivent organiser le travail des élèves de sorte que ces derniers puissent rencontrer les savoirs visés. La non-adhésion de certains élèves à ce contrat (si par exemple certaines attentes de l'enseignant n'ont pas été explicitées ou si l'élève refuse de s'y conformer) pourrait alors compromettre les effets attendus du dispositif en classe entière. Il nous a par conséquent paru intéressant d'observer comment Victorine s'y prenait pour instaurer dans sa classe un contrat d'adhésion didactique qui permette la mise en œuvre du dispositif d'aide envisagé en dépit des contraintes délicates qui lui sont attachées. Ceci nous a conduites à mettre en évidence, dans le discours de cette enseignante, trois composantes distinctes :

- *La description du dispositif et de son intérêt* pour chaque groupe. L'explicitation des attentes de l'enseignant nous paraît en effet une condition nécessaire pour permettre à tous les élèves de s'y conformer : les règles demeurées tacites risquent fort de ne pas être repérées par certains élèves. Par ailleurs, expliquer ce que ce dispositif peut apporter à chacun permet de motiver l'entrée des élèves dans ce nouveau contrat.
- *L'(auto)-désignation des élèves*. Au lieu de sélectionner elle-même les élèves du groupe A, Victorine va amener l'ensemble de la classe à se positionner quant à cette décision et cette responsabilisation des élèves nous paraît de nature à favoriser l'implication des élèves dans le contrat d'adhésion didactique. Notons tout de même que ce sera l'enseignante qui effectuera le choix final afin de garantir la pertinence de la sélection.
- *Rassurer et valoriser les élèves*. La perspective d'un changement des règles de fonctionnement peut inquiéter certains élèves qui pourraient alors se montrer réticents vis-à-vis du dispositif. Victorine va donc s'attacher à rassurer chacun quant au soutien qu'elle va leur apporter et au plaisir qu'ils prendront durant ces séances. Elle va également valoriser les élèves afin qu'ils aient envie de relever ce nouveau défi.

Cette première étude des conditions permettant l'instauration dans la classe du contrat d'adhésion didactique nous paraît importante à poursuivre dans la mesure où il constitue, selon nous, une étape essentielle pour que le dispositif préventif puisse fonctionner en classe entière. La cohabitation de deux SDA dans une même classe, encadrée par une seule enseignante, s'avère en effet complexe et seule l'implication de l'ensemble des élèves peut garantir son fonctionnement. En effet, nous ne pouvons pas pour le moment transférer à d'autres contextes les faits observés dans la mise en place de ce dispositif par Victorine. Il nous semble par conséquent important de mener d'autres études dans d'autres contextes pour mieux comprendre comment faciliter ce processus délicat.

BIBLIOGRAPHIE

Assude, T. & Millon-Fauré, K. (2021). Mise en œuvre d'un dispositif d'aide « préventif » : quelles fonctions et transformations ? Dans G. Pelgrims, T. Assude, & J.-M. Perez (dir.), *Transitions et transformations sur les chemins de l'éducation inclusive* (p.151–169). Éditions CSPS.

Assude, T., Millon-Fauré, K., Koudogbo, J., Morin, M.-P., Tambone, J. & Theis, L. (2016a). Du rapport entre temps didactique et temps praxéologique dans des dispositifs d'aide associés à une classe. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *36 (2)*, 33-57.

Assude, T., Koudogbo, J., Millon-Fauré, K., Tambone, J., Theis, L. & Morin, M.-P. (2016b). Mise à l'épreuve d'un dispositif d'aide aux difficultés d'un système didactique. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, *16(1),* 1-35.

Assude T., Perez J.-M., Suau G., Tambone J. & Vérillon A. (2014). Accessibilité didactique et dynamique topogénétique : une étude de cas. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *34 (1)*, 33-57.

Assude, T., Marchand, P., Millon-Faure, K., Theis, L. & Koudogbo, J. (2022). Des systèmes d'aide à l'enseignement : une étude de cas à propos du volume. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 42 (1)*, 103-148.

Baranger, P. (1999). *Cadre, règles et rituels dans l'institution scolaire*. Presses Universitaires de Nancy.

Brousseau, G. (1990). Le contrat didactique : le milieu. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *9 (3)*, 309-336.

Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *12*(1), 73–112.

Chevallard, Y. (2010). *Le sujet apprenant entre espace et dispositif. Commentaires depuis la théorie anthropologique du didactique*. Communication présentée aux journées du Lisec Gerardmer, [en ligne : http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Commentaires_ depuis_ la_TAD_YC_.pdf].

Chevallard, Y. (2015). Pour une approche anthropologique du rapport au savoir. *Dialogue*, *155*, https://www.gfen.asso.fr/images/documents/publications/dialogue/dial155_enligne_anthropo_rap_savoir_chevallard.pdf

Goffman, E. (1991). *Les cadres de l'expérience*. Les Éditions de Minuit.

Jacobi, B. (2007). Bibliographie. Dans B. Jacobi (dir.), *Cent mots pour l'entretien clinique* (p. 228-229). ERES « Santé mentale ».

Mercier, A. (1996). La création d'ignorance, condition de l'apprentissage. *Revue des Sciences de l'Éducation*, *22 (2)*, 345–363.

Millon-Fauré, K., Marchand, P., Assude, T. & Mari, E. (2021). Comment préparer les élèves à écrire un programme de construction ? Analyse de dispositifs préventifs pour des élèves en difficulté. *Grand N, 107*, 5–27.

Millon-Fauré K., Theis L., Assude T., Koudogbo J., Tambone J. & Morin M.–P. (2018 a). Comparaison des mises en œuvre d'un même dispositif d'aide dans des contextes différents. *Éducation et Didactique*, *12*, 43-64.

Millon-Faure K., Theis L., Tambone J., Koudogbo J., Assude T. & Hamel V. (2018 b). Appropriation par un enseignant d'un dispositif d'aide pour l'enseignement des mathématiques. *Spirale : Revue de Recherches en Éducation*, *61*, 41-56.

Sensevy, G., Mercier, A. & Schubauer-Leoni, L. (2001). Vers un modèle de l'action didactique du professeur. A propos de la course à 20. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *20(3)*, 263–304.

Theis L., Morin M-P., Tambone J., Assude T., Koudogbo J. & Millon-Fauré K. (2016). Quelles fonctions de deux systèmes didactiques auxiliaires destinés à des élèves en difficulté lors de la résolution d'une situation-problème mathématique ? *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, *21*, 9-38.

Theis, L., Assude, T., Tambone, J., Morin, M.-P., Koudogbo, J. & Marchand, P. (2014). Quelles fonctions potentielles d'un dispositif d'aide pour soutenir la résolution d'une situation-problème mathématique chez des élèves en difficulté du primaire ? *Éducation et Francophonie, 42(2)*, 160-174

MIEUX FAIRE APPRENDRE TOUS LES ELEVES EN PRENANT EN CHARGE DES OBJETS TRANSPARENTS ET DES ENJEUX LANGAGIERS : UN EXEMPLE AVEC LA NOTION DE DISTANCE, EN LIEN AVEC LE CONCEPT DE CERCLE

Aurélie Chesnais, Aurélien Destribats, Julie Lefort, Nazha Lahmouche et Maëlis Béjaud

Institut de Recherche sur l'enseignement des mathématiques (IREM) de l'Université de Montpellier, Laboratoire Interdisciplinaire de Recherche en Didactique, Education et Formation, Université de Montpellier et Université Paul Valéry de Montpellier.

Certaines difficultés d'apprentissage résultent d'une insuffisante prise en charge, par l'enseignement, de certains objets de savoirs, et notamment ceux liés au langage. Nous présentons des outils conceptuels issus de la recherche pour penser ces enjeux, puis les résultats d'une expérimentation menée dans le cadre d'un travail collaboratif entre enseignant·es et chercheures en didactique des mathématiques qui montrent des effets d'amélioration des apprentissages d'élèves, y compris pour des élèves en difficultés.

Mots clés : différenciation passive, distance, langage verbal, cercle

INTRODUCTION

Commençons par rappeler ce qu'écrivait Brousseau, à propos de la difficulté scolaire :

> Mettre en cause l'élève, uniquement l'élève, me paraît une attitude analogue (aussi vaine) que celle qui chercherait à expliquer pourquoi l'eau fuit d'un seau percé en analysant les différences de qualité entre l'eau qui est sortie et celle qui est restée, comme si les raisons de la fuite résidaient dans des qualités propres à l'eau. (Brousseau, 1980, p. 181).

Les travaux de Bourdieu et Passeron (1964) ont par ailleurs mis en évidence que les inégalités scolaires résultaient largement d'une forme d'« indifférence aux différences », c'est-à-dire du fait que l'école ne tient pas suffisamment compte des caractéristiques des élèves auxquels elle s'adresse.

Si ces deux points de vue peuvent paraître contradictoires au premier abord, ils se rejoignent en réalité dans la nécessité d'interroger le fonctionnement du système et sa part de responsabilité dans les difficultés d'apprentissages éprouvées par certains élèves. Noirfalise (1994) ajoute d'ailleurs à la citation de Brousseau que ce ne sont en effet pas les caractéristiques propres qui distinguent les molécules d'eau qui sont sorties du seau de celles qui y sont restées, mais leur « position dans le système ».

Il s'agit alors non pas tant de penser un traitement des difficultés scolaires comme nécessitant que le système s'adapte aux élèves qui rencontrent des difficultés, qu'un fonctionnement du système qui soit davantage favorable aux apprentissages de tous. Cela amène à tenter de repérer certains aspects de l'enseignement qui conditionnent l'apprentissage à des ressources – notamment langagières (Lahire, 1993, Bautier, 2007) – dont tous les élèves ne disposent pas, et en ne prenant pas suffisamment en charge certains enjeux de savoirs, que les chercheur·es qualifient alors de « transparents » (Margolinas & Laparra, 2011, Chesnais, 2018).

Nous présentons dans cet article le travail que nous avons mené en France au sein d'un groupe[1] réunissant des enseignant·es et des chercheur·es depuis plusieurs années sur la notion mathématique de « distance », apparue comme un objet d'apprentissage et d'enseignement problématique à l'issue d'un premier travail sur la notion de repérage (Cerclé et al., 2021).

Tout d'abord, nous revenons sur certains travaux sur les inégalités scolaires qui peuvent permettre d'étudier les phénomènes de difficultés scolaires. Dans une deuxième partie, nous présentons une analyse de la notion de distance visant à préciser les enjeux de savoirs associés. Nous présentons enfin les résultats d'une expérimentation qui a été menée dans plusieurs classes et qui visait à mieux prendre en charge ces enjeux, ainsi que des exemples de résultats qu'elle a produits.

Un arrière-plan sociologique et didactique

Les travaux menés par des sociologues et des didacticien·nes de plusieurs disciplines au sein du réseau RESEIDA[2] amènent à considérer que les inégalités scolaires résultent d'une confrontation entre, d'une part, les caractéristiques des élèves qui sont inégalement outillés du point de vue de leur rapport au savoir et au langage (notamment en fonction de leur milieu familial) pour l'accès aux savoirs scolaires et, d'autre part, ce que requiert l'école et la manière dont elle le requiert. C'est ce que certains chercheurs nomment l' « hypothèse relationnelle » (Bautier & Goigoux, 2004, Rochex & Crinon, 2011).

En particulier, une part importante des difficultés d'apprentissages rencontrées par certains élèves résultent ainsi de formes de « différenciation passive », du fait que l'école exige de tous les élèves certains savoirs, compétences et modes de faire, sans prendre réellement en charge leur enseignement. Pour le dire de façon un peu lapidaire, ce que propose l'école ne permet qu'à certains élèves d'apprendre, cette possibilité dépendant de leurs propres ressources, construites dans leur milieu familial. A ces phénomènes peut également s'ajouter le fait que certaines formes de « différenciation active », qui consiste cette fois à différencier ce que l'école propose aux élèves en fonction de leurs caractéristiques – réelles ou supposées – peuvent ne pas suffire, voire parfois aggraver les inégalités d'apprentissage en conduisant à ce que les élèves fréquentent des « univers de savoirs différenciés », « inégalement productifs en termes d'activité intellectuelle et d'apprentissages potentiels » (Rochex & Crinon, 2011, p. 91-92).

Ces phénomènes se produisent largement à l'insu des acteurs, et en particulier des enseignant·es. Cela a conduit des didacticien·nes à les relier au caractère « transparent » ou « invisible » de certains savoirs, compétences ou modes de faire en jeu (Margolinas & Laparra, 2011, Chesnais, 2018). Sans rentrer dans le détail des débats au sein des chercheurs sur ces notions, nous nous appuyons sur cette idée que, si certaines choses ne sont pas prises en charge suffisamment explicitement, de manière raisonnée et systématique par les enseignant·es, le fait que les élèves réalisent les apprentissages associés va dépendre en partie de leurs propres ressources. Chesnais (2018) a ainsi par exemple étudié la mise en œuvre d'une même situation proposée par le même enseignant dans deux classes de 6ème, dont l'une est située en éducation prioritaire et l'autre en milieu ordinaire. L'analyse montre que, dans la classe ordinaire, c'est l'apport de certaines connaissances dans la séance par des élèves qui permet à la grande majorité des élèves de la classe de développer une activité porteuse des apprentissages visés par la situation. Dans la classe d'éducation prioritaire, l'absence d'explicitation de certaines connaissances et de certaines « mises en fonctionnement des connaissances » (Robert, 2008), à l'insu manifeste de l'enseignant, aboutit au fait qu'aucun élève n'est

[1] Il s'agit du groupe Didactique de l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (IREM) de Montpellier, piloté par Aurélie Chesnais (didacticienne des mathématiques) et qui réunit : une dizaine d'enseignants de collège ou de lycée, dont certains exercent en éducation prioritaire, et dont certains sont également formateurs, une chercheuse en mathématiques (Louise Nyssen), et une autre didacticienne des mathématiques (Céline Constantin).

[2] REcherches sur la Socialisation, l'Enseignement, les Inégalités et les Différenciations dans les Apprentissages. Ce réseau regroupe autour de l'équipe ESCOL-CIRCEFT de l'Université Paris 8 des chercheurs de différentes disciplines (sciences de l'éducation, didactiques, sociologie, psychologie) s'intéressant aux inégalités scolaires.

en mesure de s'engager réellement dans la tâche, dont la résolution est finalement prise en charge par le professeur ; l'activité des élèves est alors très réduite, au point qu'on peut supposer qu'elle ne permet pas à la plupart d'entre eux de construire les apprentissages visés.

Un élément identifié comme particulièrement transparent dans les classes est le rôle que jouent certaines compétences langagières. Cela joue alors un rôle particulièrement différenciateur dans les apprentissages puisque, précisément, les élèves sont inégalement outillés de ce point de vue selon leur milieu socioculturel (Lahire, 1993, Bautier, 2007). Bautier pointe que ces compétences langagières relèvent de la maîtrise du lexique et de la syntaxe, mais qu'au-delà de ces difficultés liées aux « formes linguistiques », existent aussi des enjeux liés aux « usages du langage », c'est-à-dire ce à quoi sert le langage. En l'occurrence, le langage en classe sert à bien autre chose (outil d'élaboration de la pensée, de formulation de savoirs etc.) que ce à quoi il sert dans le quotidien où il est souvent lié à une action dans l'immédiateté du dire et du faire, la subjectivité, et en lien avec l'expression des affects (Bautier, 2007). En mathématiques, les deux types d'enjeux (formes linguistiques et usages du langage) sont à prendre en considération, d'autant plus que le langage (en particulier le langage verbal, oral comme écrit) paraît victime d'une « illusion de transparence » aux acteurs (Rebière, 2013 ; Chesnais & Coulange, 2022). Par exemple, une étude exploratoire, présentée dans Auger et Chesnais (2021) laisse à penser que les enjeux liés à la maîtrise de différentes significations de la préposition « de » en mathématiques (par exemple dans l'expression « cercle de centre O ») sont peu pris en charge dans les classes et ne sont pas maîtrisées par les élèves à l'entrée dans le secondaire, contrairement à ce que l'on pourrait penser, alors même que cette préposition est le mot le plus fréquent dans les énoncés de mathématiques (Laborde, 1982).

Certain·es chercheur·es proposent alors d'appréhender le processus d'évolution des discours accompagnant le processus d'apprentissage comme une « secondarisation des discours », c'est-à-dire une évolution de productions langagières « de genre premier » (liées à une appréhension première des objets, en appui souvent sur une conception quotidienne de ces objets), vers des productions langagières « de genre second », davantage en adéquation avec la conception scientifique de l'objet visé et plus conformes aux usages experts (Jaubert, Rebière & Bernié, 2012 ; Rebière, 2013 ; Chesnais & Coulange, 2022). L'hypothèse essentielle est que l'évolution des discours fait partie intégrante du processus d'apprentissage : l'enrichissement des moyens langagiers accompagne (au sens où cela se fait de façon dialectique) l'évolution des capacités à résoudre des tâches impliquant la notion visée (i. e. l'enrichissement des classes de situation et des invariants opératoires, en suivant l'idée de l'apprentissage comme « conceptualisation » au sens de Vergnaud, 1990).

QUELQUES ÉLÉMENTS D'ANALYSE DES SAVOIRS EN JEU

Nos travaux précédents nous ont amenés à identifier que la construction des savoirs liés au repérage (notion d'abscisse, droite graduée, coordonnées etc.) est très peu prise en charge dans les programmes et dans les classes malgré le caractère crucial de ces notions (Cerclé et al., 2020). Nous nous sommes alors intéressés plus précisément à la construction de la notion de *distance* au début du collège.

Cette notion joue un rôle essentiel en mathématiques, dans la géométrie d'Euclide où elle est notamment au fondement de la définition d'un cercle, mais aussi dans la géométrie analytique. Elle permet en effet l'articulation des cadres numérique et géométrique constituante de la géométrie analytique, via la définition de l'abscisse d'un point sur une droite graduée comme distance du point à l'origine (ou l'opposé de cette distance). Sans entrer dans les détails de la complexité mathématique de la notion de distance[3], pointons juste qu'il s'agit, sur le plan logique, d'une *relation* entre des parties du plan (entre deux points, d'un point à une droite ou d'un point à une courbe etc.). Chevallard et Johsua (1986) l'ont choisie pour exemplifier le processus de transposition didactique et pointent notamment des difficultés dans le processus liées au fait

[3] Le lecteur intéressé pourra trouver des compléments dans Cerclé et Nyssen (2016) ou dans Cerclé et al. (2021).

que la notion renvoie à la fois à une acception quotidienne, à une notion « intuitive » liée à la distance « physique » dans la géométrie d'Euclide, et à une notion issue du développement de l'analyse et des travaux sur les espaces à n dimensions en mathématiques ; le rapport entre ces trois aspects est différent suivant les versions des programmes et a notamment été largement bouleversé par la réforme dite « des mathématiques modernes ».

Pour ce qui concerne les programmes français actuels, il s'agit explicitement d'« établir la notion de distance entre deux points, entre un point et une droite » en classe de 6ème (première année du secondaire inférieur, élèves de 11 ans), mais elle apparaît déjà dans les « attendus de fin d'année » des classes inférieures, notamment dans la définition du « cercle (comme ensemble des points à distance donnée d'un point donné) » (attendus de fin de CM1, avant-dernier niveau du primaire). Une rapide étude des manuels et des travaux sur le cercle à l'école élémentaire (Bulf & Céli, 2016 ; Mathé, Maillot & Ribennes, 2022) montre toutefois que l'enseignement de cette notion à l'école élémentaire s'appuie essentiellement sur une conception intuitive de la distance (issue du quotidien) et que le travail de formalisation mathématique de la distance relève bien du début du collège, notamment parce qu'elle implique la notion de points (Chesnais et Mathé, 2016). Le travail sur la définition du cercle en lien avec la distance est donc encore un enjeu en 6ème (contrairement à d'autres conceptions du cercle, au sens d'Artigue et Robinet (1982) qui sont acquises à la fin de l'élémentaire) en lien avec la notion de distance entre deux points et avec des enjeux langagiers importants, point sur lequel nous rejoignons les travaux de Baudart (2011) en éducation prioritaire et Bulf et al. (2021). Notons toutefois que les considérations de ces auteurs concernant le langage portent davantage sur les *usages* du langage (notamment dans le cadre de l'institutionnalisation) que sur les formes linguistiques des énoncés mathématiques, que nous avons choisi de considérer plus spécifiquement.

Pour identifier des enjeux d'apprentissages liés à la notion de distance, nous nous appuyons sur une « analyse logique » du concept et du langage associé[4] (Vergnaud 1990, 1991 ; Barrier et al, 2019). La complexité de la notion de distance, au début du collège, tient en partie au fait qu'il s'agit d'une relation, du point de vue de la logique d'une part, d'autre part au fait qu'elle porte sur des points, c'est-à-dire des objets de dimension 0. La définition de la distance entre deux points comme « longueur du segment joignant ces deux points » suppose ainsi d'articuler une relation entre objets de dimension 0 et une propriété d'un objet de dimension 1[5]. Rappelons que la question du rapport entre les points et les lignes est encore largement à travailler au collège et ne peut aboutir complètement qu'au lycée (Chesnais & Mathé, 2016 ; Cerclé et al., 2021). Par ailleurs, les formulations associées vont nécessiter – précisément du fait qu'il s'agit d'une relation – des constructions syntaxiques relativement complexes : on parle de « distance *du* point A *au* point B », « distance *d'*un point A *à* une droite d », ou encore « distance *entre* les points A *et* B ». Comme le font remarquer Chevallard et Johsua (1986), ces difficultés sont écartées par les mathématiciens, dans le cas de la distance entre deux points, grâce à l'usage de la notation AB, mais le mot « distance » reste nécessaire dans les autres cas, en tous les cas au niveau scolaire.

Ces enjeux sont d'autant plus vifs que dans les activités mathématiques dès l'école primaire (cf. supra), on va rapidement s'intéresser à des égalités de distances, ce qui, du point de vue logique, suppose de s'intéresser à des relations entre des relations, ou, pour le dire autrement, à des relations à 4 places, qui sont particulièrement complexes (Vergnaud, 1990) et qui nécessitent, pour être manipulés, des moyens langagiers très élaborés.

Ainsi, identifier que des points A et B appartiennent à un même cercle de centre O suppose d'identifier que « la distance entre A et O est égale à la distance entre B et O », ou encore que « A est à la même distance de O que B » ou bien « O est à la même distance de A que de B ». Nous invitons le lecteur à noter

[4] Il s'agit d'analyser un concept en s'intéressant à sa nature logique (propriété ou relation) et au nombre d'arguments impliqués lorsqu'il s'agit d'une relation, ainsi qu'à sa prise en charge dans le langage, verbal ou symbolique.

[5] Duval (2005) pointe le caractère fondamental de la « déconstruction dimensionnelle des formes », c'est-à-dire la capacité à visualiser des figures comme étant constituées d'objets de différentes dimensions.

que ces deux dernières phrases (très économiques car très synthétiques) se ressemblent fortement et ont la même signification, alors même que les points O et A ne sont pas mentionnés à la même place : ce qui permet qu'elles aient la même signification est la différence subtile qui consiste à avoir ajouté « de » entre « que » et « B ».

Dans le cas de la médiatrice d'un segment [AB], on pourra ainsi dire qu'un point M lui appartient s'il est à la même distance de A que de B. Si N est un autre point de la médiatrice, on pourrait être tenté de dire que M et N sont à la même distance de A et de B, mais cette phrase pourrait porter à confusion car elle signifie MA=MB et NA=NB et non MA=NA et MB = NB !

L' « expert » en mathématique maîtrise ces subtilités sans même en être conscient, elles sont tout à fait « naturalisées » pour lui (Barrier & Durand-Guerrier, 2016). Il est capable de comprendre et de produire des énoncés corrects et nécessaires à la résolution d'un problème ou la formulation d'une propriété, ainsi que de convertir[6] du registre du langage verbal (oral et/ou écrit) au langage symbolique, et inversement. Cela représente des enjeux d'apprentissage dont on peut soupçonner que, s'ils ne sont pas correctement pris en charge, ils pourraient poser des difficultés, au moins à certains élèves. Or nos travaux précédents nous ont permis d'identifier que la notion de distance est largement transparente au début du collège, au sens où elle ne semble pas être prise en charge de façon très explicite (et encore moins, les enjeux langagiers associés, au-delà de l'introduction de la notation). Une rapide analyse de manuels montre par exemple qu'elle est manifestement considérée comme étant déjà maîtrisée à l'entrée au collège (Cerclé et al., 2021).

UNE TENTATIVE POUR PRENDRE EN CHARGE PLUS EXPLICITEMENT CES ENJEUX DANS LES CLASSES

Une expérimentation

Ces analyses nous ont amenés à tenter de penser des situations de classes permettant de prendre davantage en charge l'enseignement de la notion de distance, en particulier préalablement au travail sur le cercle, en 6ème. Les situations élaborées intègrent par ailleurs une attention particulière au rôle du langage (à la fois du point de vue des formes linguistiques et des usages du langage) dans le processus d'apprentissage, notamment en intégrant dans nos tâches et leur mise en œuvre la question de la secondarisation des discours.

Nous ne rendons pas compte de l'ensemble de ce qui a été travaillé dans les classes, d'autant plus que cela a pu être un peu différent selon les classes, mais seulement de quelques éléments qui nous semblent avoir joué un rôle crucial ou qui exemplifient bien le type de travail qui a été mené. Trois enseignant·es expérimenté·es (plus de cinq années d'expérience) ont été impliqué·es dans ces expérimentations. Deux d'entre eux exercent dans un établissement situé dans un réseau d'éducation prioritaire renforcé[7], l'une a travaillé avec deux classes de 6ème, l'autre avec deux classes de 5ème. La dernière a travaillé avec deux classes de 6ème, dans un établissement accueillant un public favorisé socialement.

Des tâches ou des questions dans certaines tâches ont été pensées pour faire produire du langage (en particulier à l'écrit) par les élèves individuellement, notamment produire des énoncés mathématiques (des exemples sont présentés dans Cerclé et al., à paraître), et une large place a été faite également à des discussions à l'oral, entre élèves ou dans des phases collectives pilotées par l'enseignant·e (phases de mise en commun après un temps de recherche individuelle par exemple, où il s'agissait de formuler et/ou de

[6] Nous parlons ici de « conversion » au sens de Duval (1993) qu'il définit comme la transformation d'une représentation à partir d'un registre de représentation sémiotique dans un autre.

[7] En France, les réseaux d'éducation prioritaires renforcés, aussi appelés REP+, sont des réseaux d'établissements (en général, un collège et les écoles du même secteur), accueillant une proportion importante d'élèves de milieu social défavorisé.

justifier une procédure employée pour répondre à une tâche). Nous avons recueilli les productions écrites des élèves dans les six classes.

Par ailleurs, nous avons élaboré des prétests et des posttests (avec des exercices similaires et des exercices différents), qui ont été réalisés dans les six classes expérimentales. Les posttests ont également été proposés dans neuf classes jouant le rôle de « classes témoins » car elles sont dans les mêmes établissements ou des établissements à profil similaire que les classes expérimentales, mais leurs enseignant·es n'ont pas participé au groupe et ont développé leur propre enseignement de géométrie (incluant un chapitre sur le cercle et la notion de distance, conformément aux programmes). Quatre classes expérimentales et quatre classes témoins sont en éducation prioritaire (nous les noterons EP) ; les autres classes sont situées en milieu ordinaire, voire dans des établissements favorisés (nous les noterons O).

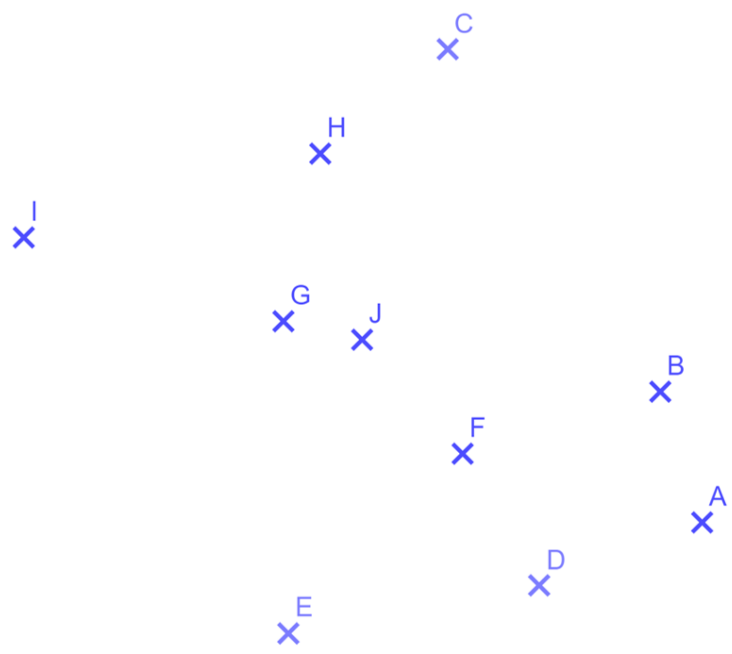
Nous proposons, comme exemples de résultats, la comparaison des réponses des élèves pour un exercice du posttest (la comparaison entre réponses aux prétests et posttests nécessite des développements que nous ne pouvons présenter ici faute de place).

Analyse *a priori* d'un exercice du posttest

L'exercice 3 du posttest est inspiré d'un exercice issu des évaluations à l'entrée en 6ème proposé aux élèves en 1999, 2000 et 2004. Cet exercice a par ailleurs été utilisé par Offre et al. (2006) pour étudier la maîtrise que les élèves avaient des instruments de géométrie, en particulier du contrôle de leur usage par des propriétés des figures, en fin d'école élémentaire. Il n'a pas été proposé en prétest.

La tâche consiste à retrouver le centre d'un cercle dans un nuage de points (marqués par une croix et nommés), dont 4 sont annoncés comme appartenant au cercle. La consigne demande aux élèves d'utiliser uniquement la règle graduée. Le nuage a été légèrement modifié (voir la version originale en annexe) pour rendre moins évidente l'identification visuelle du cercle et du centre. Il a par ailleurs été demandé aux élèves de justifier leur réponse. L'énoncé est proposé en Figure 1.

<u>Exercice 3 :</u>



Dans le nuage de points ci-dessus, les points B, C, D et E sont situés sur un même cercle.
Le centre de ce cercle est l'un des points de la figure.
En utilisant ta **<u>règle graduée</u>**, trouve le centre de ce cercle puis réponds aux questions.

1. Explique pourquoi tu penses que le point que tu as trouvé est bien le centre du cercle.

Fig. 1 : Enoncé de l'exercice 3 du posttest, question 1

La procédure attendue est d'identifier visuellement que le centre ne peut être que J ou G puis de mesurer la distance entre J et chacun des points C, B, D et E et de conclure, en ayant éventuellement préalablement mesuré les distances entre G et au moins deux des points C, B, D et E et constaté au moins une inégalité. On pourrait imaginer un traitement plus systématique des points (H, G, J, F, voire I), en effectuant des mesures pour conclure que le point ne peut pas être le centre cherché, dès que deux distances (aux points B, C, D ou E) sont différentes. Notons que le fait qu'un seul des points convienne repose sur l'unicité d'un cercle défini par au moins trois points distincts et l'unicité du rayon, qui sont deux connaissances transparentes pour les élèves (toutefois, c'est ce qui permet éventuellement de trouver le point par élimination). Nous considérons ici que la question ne se pose pas car la formulation de l'énoncé (« le centre de ce cercle ») assure l'existence (dans l'ensemble des points identifiés et nommés sur le dessin) et l'unicité du point recherché.

Cette procédure repose sur un raisonnement qui mobilise l'équivalence, pour un point, entre le fait d'appartenir à un cercle de centre et de rayon-longueur[8] donné, et le fait d'être situé à une distance du centre égale au rayon-longueur. Considérer la distance entre des points peut supposer, pour un élève de 6ème, d'introduire le pas déductif qui consiste à se ramener à la longueur du segment qui joint ces deux points (par exemple, pour pouvoir dire que les points C et B sont à la même distance de J, certains élèves pourraient avoir besoin de tracer les segments [CJ] et [BJ] pour les mesurer). Un autre type de raisonnement est possible, portant uniquement sur les longueurs de segments, sans mobiliser des distances entre des points : il s'appuie sur l'idée de rayon-segment et la propriété d'équivalence entre le fait qu'un segment dont une extrémité est le centre d'un cercle soit de longueur égale au rayon-longueur du cercle et le fait que son autre extrémité appartienne au cercle[9].

Utiliser la procédure attendue en mobilisant (plus ou moins explicitement) l'un ou l'autre de ces types de raisonnements recèle plusieurs difficultés pour les élèves, notamment liée à la question de « la reconnaissance de la pertinence de l'instrument » règle graduée pour travailler sur un cercle (Offre et al., 2006). La validation de l'égalité des longueurs ou des distances repose en effet sur l'utilisation de la règle graduée, c'est-à-dire sur une validation instrumentée, et sur la mesure[10]. Cette association de la règle graduée au cercle peut être déstabilisante pour un élève qui n'a qu'une conception globale du cercle, par exemple comme ligne que l'on peut tracer au compas, comme le mentionnait déjà le document d'aide à l'évaluation adressé aux enseignant·es par le ministère et comme l'analysent également Offre et al. (2006), en appui sur les travaux d'Artigue et Robinet (1982) sur les conceptions du cercle. Le fait d'utiliser la procédure attendue témoigne donc d'une disponibilité de la conception du cercle en lien avec l'équidistance de points à un point donné ainsi que de la capacité à décoder le dessin et à utiliser les instruments correctement (Offre et al., ibid.).

Notons que les statistiques présentées par le ministère à l'époque montrent que les élèves échouaient massivement à cet exercice, alors même que, comme dans les programmes actuels, cette définition était supposée travaillée en fin d'école élémentaire : par exemple, en 2004, si plus des trois quarts des élèves identifiaient le bon point, seuls 35 % utilisaient la procédure attendue et plus d'un quart des élèves utilisaient le compas.

[8] Nous adoptons dans ce texte la proposition de Mathé et al. (2022) de désigner par « rayon-segment » l'usage du mot rayon qui renvoie au segment joignant un point du cercle à son centre et « rayon-longueur » l'usage du mot qui renvoie à la longueur commune à ces rayons. Nous lui adjoignons « rayon-mesure » lorsque le mot renvoie à la mesure, dans une unité donnée, du rayon-longueur.

[9] Nous donnons d'autres exemples de tâches dans lesquelles ces deux types de raisonnements sont présents et mènent à des réponses correctes, ainsi que des exemples de productions d'élèves associées dans Cerclé et al. (2022).

[10] On aurait pu imaginer d'autres procédures, par exemple avec une ficelle, mais la consigne impose l'utilisation de la règle graduée (nous avons repris ici une caractéristique de la tâche initiale).

Quant à la formulation de la justification, elle suppose *a minima* de mentionner soit l'égalité des quatre longueurs de segments, soit l'égalité des quatre distances entre J et chacun des points B, C, D et E. Si le raisonnement est mené sur les distances entre les points, il s'agit donc de formuler une relation (d'égalité) entre quatre[11] relations (de distance, chacune entre deux points). La formulation experte repose sur l'utilisation des notations mathématiques : JB=JC=JD=JE, dont on peut noter qu'elle peut tout autant renvoyer à l'égalité des longueurs des segments que celle des distances et qu'elle nécessite de mobiliser la transitivité de l'égalité pour conclure. La formulation verbale est en revanche particulièrement complexe. La plus élémentaire est très coûteuse et peu acceptable à l'écrit : « la distance entre le point J et le point B est égale à la distance entre le point J et le point C et à la distance entre … ». Une formulation acceptable suppose d'utiliser des formes contractées, plus élaborées syntaxiquement, comme « le point J est à la même distance des quatre points B, C, D et E » (ou l'inverse), mais qui imbrique les différentes relations d'une manière particulièrement complexe : il est difficile d'y identifier les éléments qui sont égaux entre eux, et même des couples de points dont on évoque la distance.

Il n'est bien entendu pas attendu des élèves, en particulier en 6ème, qu'ils verbalisent complètement ce raisonnement. En particulier, il n'est pas attendu qu'ils mentionnent la définition du cercle. Toutefois, la justification demandée doit permettre d'identifier dans quelle mesure ils ont acquis la capacité à en rendre compte langagièrement, au moins partiellement.

Codage des réponses des élèves

ANALYSE QUANTITATIVE SUR L'ENSEMBLE DE L'ÉCHANTILLON

Les réponses des élèves à la première question ont été codées tout d'abord de façon binaire : 1 pour les élèves dont les réponses témoignent (même de façon très partielle) du fait d'avoir trouvé le point J par un raisonnement utilisant une propriété du cercle (par exemple même seulement si des segments issus de J sont tracés). Toute autre réponse, en particulier celles des élèves ayant uniquement utilisé le compas pour tester s'il était possible de tracer le cercle, a été codée 0 (même si les élèves ont trouvé le point J). Ces réponses sont toutefois distinguées du non-traitement de la question (codé NT).

Nous avons ensuite codé le fait que la réponse des élèves témoigne d'un raisonnement sur les points et les distances (par exemple : « le point J est le point de ce cercle car la distance entre le point J et les points C, B, D et E sont de 4 cm. ») ou sur les rayons et leurs longueurs (« [JC], [JB], [JD] et [JE] sont de même longueur (4 cm) donc J est le centre »), même si la formulation est très approximative.

Enfin, nous avons codé le fait que les élèves utilisent le mot « distance ». Notons qu'il est possible de formuler la justification correctement sans l'utiliser mais que le fait de l'utiliser nous semble témoigner d'un niveau plus avancé de secondarisation.

Le codage des moyens langagiers utilisés pour la prise en compte des relations s'est révélé trop complexe, du fait de la difficulté des élèves à formuler leurs réponses.

ANALYSE QUALITATIVE SUR DEUX CLASSES EN ÉDUCATION PRIORITAIRE

Dans un deuxième temps, nous avons analysé plus finement les productions langagières des élèves dans la deuxième question de l'exercice (cf. figure 2), pour une classe expérimentale en éducation prioritaire et une classe témoin du même établissement (d'effectifs respectivement 19 et 21). La classe expérimentale est

[11] Si on pousse l'analyse logique jusqu'au bout, il s'agit même d'une relation entre cinq objets, dont le cinquième est plus ou moins implicite : quatre relations d'égalités à ce cinquième objet, puisqu'il s'agit de dire que chacune des distances JB, JC, JD et JE est égale au (même) rayon-longueur. L'enchainement des égalités, dans la formulation symbolique, implique ces égalités deux à deux par transitivité de l'égalité.

celle d'une des enseignantes du groupe,[12] mais dont la séquence présente une particularité : une séance a été ajoutée, portant sur la comparaison d'énoncés incluant le mot distance mais issus d'un contexte autre que les mathématiques et sur l'analyse de traductions de certains de ces énoncés dans des langues familiales des élèves autres que le français (notamment en turc et en arabe). Ce travail a notamment amené les élèves à prendre conscience de la nécessité, en mathématiques, de préciser un point de départ et un point d'arrivée lorsqu'on parle de distance, et des différents moyens de le faire (en particulier en parlant de « distance de… à … » ou de « distance entre … et … »).

> Ylan dit que : « ça ne peut pas être le point H parce que la longueur de B n'est pas la même que la longueur de C ». Le professeur dit qu'Ylan a raison mais que c'est mal dit.
> Ecris de façon correcte ce qu'a voulu dire Ylan :

Fig. 2 : Question 2 de l'exercice 3 du posttest

L'analyse *a priori* de cette deuxième question montre qu'elle suppose de corriger « longueur de B » (resp. « longueur de C »), soit en évoquant les segments [HB] (resp. [HC]), soit en évoquant une relation entre B et H (resp. entre C et H). Les réponses correctes avec formulations correctes peuvent donc être du type : « Ça ne peut pas être le point H car la longueur du segment [HB] n'est pas la même que la longueur du segment [HC] » ou « Ça ne peut pas être le point H car la distance de B à H n'est pas la même que la distance de C à H ». La relation d'égalité était, quant à elle, déjà prise en charge dans la phrase d'Ylan, même si elle pouvait être modifiée, par exemple en parlant de grandeurs « égales » plutôt que d'être « la même ». Notons toutefois que cela pose des difficultés aux élèves, en particulier en lien avec l'accord en nombres (du fait que plusieurs choses sont égales à une seule et même chose). On trouve par exemple des phrases du type : « [JC] [JB] [JD] [JE] est egal a 4 cm ».

Le codage des réponses des élèves a ainsi visé à identifier les réponses qui rendent compte d'une identification de ces enjeux dans la reformulation de la phrase d'Ylan. Toutefois, nous n'avons comptabilisé que ceux qui, lorsqu'ils évoquent une relation, donnent une relation complète. Par exemple, nous avons comptabilisé comme relation complète la réponse « Ça ne peut pas être le point H car la distance entre le point H et C est très proche contrairement à la distance entre le point H et B. » (classe Exp.). En revanche, la phrase : « Ça ne peut pas être le point H car le point C n'est pas à la même distance que B » est considérée comme rendant compte d'une relation incomplète car il est évoqué une distance, mais il n'est pas précisé distance « de (ou à) quoi ».

Parmi les réponses, nous avons également repéré celles qui incluaient des « erreurs de catégories », c'est-à-dire les réponses dans lesquelles une propriété est attribuée à un objet dont la nature fait qu'elle ne peut pas lui être attribuée ; par exemple, lorsqu'on parle de la longueur pour un point ou de la distance d'un segment. Ces erreurs de catégories peuvent aussi concerner l'utilisation des notations. Par exemple, dans la phrase : « Ça ne peut pas être le point H car le segment B et C n'est pas de même longueur », la relation n'est pas complète et on note une erreur de catégorie car l'élève évoque un « segment B et C ». On peut noter également dans cette dernière phrase que la relation d'égalité des longueurs n'est pas complète (puisqu'il n'est pas précisé de même longueur « que quoi »), sauf à interpréter que l'élève a voulu parler du segment d'extrémité B et du segment d'extrémité C (les deux segments étant issus de H, autrement dit, les rayons d'extrémités B et C), mais même dans ce cas, il reste une difficulté avec l'utilisation du verbe au singulier. La complexité d'une forme langagière permettant de rendre compte de façon complète et correcte, à la fois sur le plan mathématique (des objets et des notations) et de la langue est de toute évidence trop grande pour cet élève.

[12] On trouvera des exemples de situations travaillées, avec des productions d'élèves et un exemple de discussion collective dans Cerclé et al. (à paraître).

Résultats

Nous présentons tout d'abord les résultats quantitatifs obtenus sur la mobilisation d'une des procédures attendues.

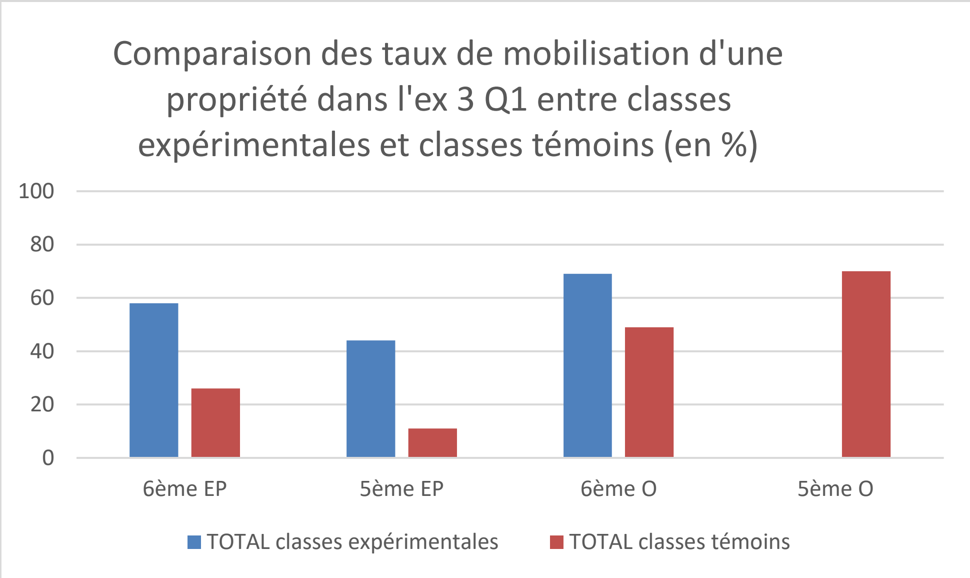


Fig. 3 : Comparaison des taux d'élèves ayant trouvé le point J en mobilisant une propriété du cercle, dans la question 1 de l'exercice 3 entre classes expérimentales et classes témoins, pour les élèves ayant traité la question

On peut noter une différence nette entre les taux de réussite (c'est-à-dire parmi les élèves ayant traité la question, ceux qui ont trouvé le point J en s'appuyant sur un raisonnement mobilisant une propriété du cercle) dans les classes expérimentales et dans les classes témoins, encore plus marquée en éducation prioritaire. On note par ailleurs un écart important entre les taux de non traitement de la question : 7 % dans les classes expérimentales contre 20 % dans les classes témoins.

Par ailleurs, parmi ces élèves, 50 % des élèves des classes expérimentales (46 % dans celles qui sont en éducation prioritaire) élaborent leur réponse avec un raisonnement sur les distances entre des points, contre seulement 22 % des élèves des classes témoins et même moins de 2 % dans les classes témoins en éducation prioritaire. A l'inverse, dans les classes expérimentales, seulement 9 % raisonnent sur les longueurs de segments et environ 18 % utilisent le compas ; dans les classes témoins, 15 % raisonnent sur les longueurs et 28 % utilisent le compas.

Enfin, près d'un quart des élèves utilisent le mot distance dans les classes expérimentales, quand seulement 8% le font dans les classes témoins.

Nous proposons maintenant les résultats de l'analyse qualitative plus fine de la comparaison entre les productions des élèves d'une des classes expérimentales en éducation prioritaire et d'une classe témoin du même établissement, pour la question 2. La répartition des réponses est indiquée dans le tableau en figure 4.

	Effectif total	Relation complète	Relations incomplètes (dont Erreurs de Catégories)	Réponses inadéquates	NT
Classe expérimentale	19	10	8 (5)	1	0
Classe témoin	21	4	9 (8)	2	6

Fig. 4 : Comparaison des réponses à la question 2 de l'exercice 3 entre une classe expérimentale et une classe témoin en éducation prioritaire

Les élèves de la classe expérimentale produisent nettement plus de réponses (18/19 contre 15/21), et beaucoup produisent des relations complètes (10 sur les 18 élèves ayant produit une réponse adéquate contre 4 sur 13). On peut noter également un plus grand nombre d'erreurs de catégories dans la classe témoin.

Par ailleurs, les élèves de la classe expérimentale emploient aussi nettement plus le mot distance (11 sur 18 contre 1 sur 13).

Conclusion

L'échantillon reste limité à quelques classes et quelques enseignant·es, mais il nous semble toutefois que ces résultats tendent à confirmer nos hypothèses sur les effets d'une prise en charge des enjeux langagiers autour de la notion de distance sur la secondarisation des discours des élèves.

Ils tendent à conforter l'idée qu'un travail sur la notion de distance entre des points, incluant des tâches spécifiques et une prise en compte des enjeux langagiers comme « objets d'apprentissage » (Chesnais, 2018), permet d'améliorer la capacité de nombreux élèves (y compris des élèves identifiés comme étant très en difficulté), à accéder à un certain degré de conceptualisation du cercle comme ensemble des points situés à une distance donnée d'un point donné, ainsi qu'à améliorer leur capacité à rendre compte langagièrement de raisonnements portant sur ces objets. Ces choix semblent donc permettre d'atténuer en partie les effets de différenciation passive (Rochex & Crinon, 2011) en levant une partie de la transparence de certains attendus du cours de mathématiques.

Les enjeux langagiers travaillés dans la séquence dépassent largement le thème du cercle, à la fois parce qu'ils portent sur la notion de distance, qui joue un rôle important, en lien avec de nombreuses autres notions jusqu'au lycée, et parce qu'ils concernent plus globalement la prise en charge langagière des relations (Auger & Chesnais, 2020). Cependant, les effets d'amélioration des apprentissages par ce type de pratiques ne peuvent résulter d'une prise en charge ponctuelle et nécessitent de nombreuses récurrences, sur du temps suffisamment long. Les effets observés dans cette expérimentation tiennent ainsi peut-être tout autant du travail spécifique mené sur le cercle que des effets sur les pratiques des enseignants d'une prise de conscience plus globale de la nécessité de lever la transparence des enjeux langagiers dans la classe de mathématiques.

Bibliographie

Artigue, M. & Robinet, J. (1982). Conceptions du cercle chez des enfants de l'école élémentaire, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 3(1), 5-64.

Auger, N. & Chesnais, A. (2022). Enjeux syntaxiques dans les apprentissages mathématiques et plurilinguisme. Dans P. Escudé, C. Hache & C. Mendonça Dias (dir.). *Plurilinguisme et mathématiques*. Editions Lambert Lucas.

Barrier, T., Durand-Guerrier, V. & Mesnil, Z. (2019). L'analyse logique comme outil pour les études didactiques en mathématiques. *Éducation et Didactique*, 13-1, 61-81. http://journals.openedition.org/educationdidactique/3793.

Barrier, T. & Durand-Guerrier, V. (2017). La quantification au cœur des relations entre langage, raisonnement et apprentissages mathématiques. Dans *Actes du 22e colloque de la CORFEM*, Nîmes, France.

Baudart, F. (2011). Monde de l'oral et monde de l'écrit en mathématiques. *Le Français Aujourd'hui, 174*, 107-118. https://doi.org/10.3917/lfa.174.0107

Bautier, E. (2007). Maîtriser la langue, oui mais pourquoi (en) faire ? Dans Apprendre et enseigner en «milieux difficiles », *Sélection d'articles du bulletin XYZep, textes choisis par le centre Alain Savary*. INRP. 191 p.

Bautier, É. & Goigoux, R. (2004). Difficultés d'apprentissage, processus de secondarisation et pratiques enseignantes : une hypothèse relationnelle. *Revue Française de Pédagogie, 148*, 89-100.

Bourdieu, P. & Passeron, J.-C. (1964). Les *héritiers. Les étudiants et la culture*. Les Éditions de Minuit.

Bulf, C. & Céli, V. (2016). Essai d'une progression sur le cercle pour l'école primaire une transition clé : du gabarit au compas, *Grand N, 97*, 21-58.

Bulf, C., Celi, V., Million-Fauré, K., Beaugrand, C. & Mendonça Dias, C. (2021). Tracé du cercle et circulation des discours (première partie). Approche didactique des (inter)actions langagières et matérielles, *Petit x, 114*, 3-37.

Brousseau, G. (1980). L'échec et le contrat, *Recherches, 41*, 177-182. <halshs-00483165>

Cerclé, V., Chesnais, A. & Nyssen, L. (2020). Le repérage au collège et au lycée : des enjeux d'apprentissage au croisement des cadres numérique, géométrique, algébrique et fonctionnel (première partie), *Petit x, 113*, 59-88. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/113x4_1633083537539-pdf.

Cerclé, V. Chesnais, A., Daval, N., Destribats, A., Lahmouche, N., Lefaucheux, J. & Lefort, J. (à paraître). *Actes de la CORFEM 2022* (Nantes, 9 et 10 juin 2022).

Chesnais, A. (2018a). *Un point de vue de didactique des mathématiques sur les inégalités scolaires et le rôle du langage dans l'apprentissage et l'enseignement. Note de synthèse en vue de l'obtention de l'Habilitation à Diriger des Recherches*. Université de Montpellier. ⟨tel-02046178⟩

Chesnais, A. (2018b). La différenciation des pratiques enseignantes en mathématiques entre éducation prioritaire et milieu « ordinaire » : déterminants et marges de manœuvre. Dans B. Fouquet-Chauprade & A. Soussi (Coord.), *Pratiques pédagogiques et enseignement prioritaire*. Peter Lang, p. 183-210.

Chesnais, A. & Coulange, L. (2022). Rôle du langage verbal dans l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques. Synthèse et perspectives en didactique des mathématiques », *Revue Française de Pédagogie, 214*, 85-121. https://doi.org/10.4000/rfp.11357

Chesnais, A. & Mathé, A.-C. (2018). Construire les objets élémentaires de la géométrie, de l'école au lycée : une cohérence possible ? *Conférence au XXVème colloque de la COmission de Recherche sur la Formation des Enseignants de Mathématiques* (Bordeaux, 11 et 12 juin 2018). https://docplayer.fr/86565769-Construire-les-objets-elementaires-de-la-geometrie-de-l-ecole-au-lycee-une-coherence-possible.html

Chevallard, Y. & Johsua, M.-A. (1982). Un exemple d'analyse de la transposition didactique – la notion de distance, *Recherches en Didactique des Mathématiques, 3*, 157-237.

Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciations des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de Didactique des Mathématiques et de Sciences Cognitives*, 10, 5-55.

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5, 37-65.

Hache, C. (2015). Pratiques langagières des mathématiciens, une étude de cas avec « avec ». *Petit x*, 97, 27-43.

Jaubert, M., Rebière, M. & Bernié, J.-P. (2012). *Communauté discursives disciplinaires scolaires et constructions de savoirs : l'hypothèse énonciative.* Dans forumlecture.ch, Plate-forme internet sur la littéracie. http://www.leseforum.ch/myUploadData/files/2012_3_Jaubert_Rebiere_Bernier.pdf.

Laborde, C. (1982). *Langue naturelle et écriture symbolique, deux codes en interaction dans l'enseignement mathématique*, Thèse d'état, Grenoble, Université Joseph Fourier.

Lahire, B. (1993). *Culture écrite et inégalités scolaires : Sociologie de l'échec scolaire à l'école primaire*. PUL, 310 p.

Mathé, A.C., Maillot, V. & Ribennes, J. (2022). Enjeux langagiers, situations de formulation et de validation en géométrie. Un exemple de travail autour du cercle en CE2, *Grand N, 108*, 27-57.

Margolinas, C. & Laparra, M. (2011). Des savoirs transparents dans le travail des professeurs à l'école primaire. Dans J. Y. Rochex & J. Crinon (dir.), *La construction des inégalités scolaires*. PUR, p. 19-32.

Noirfalise, R. (1994). Développement cognitif et résolution de problèmes : Caractéristiques du sujet ou adaptation à un milieu ? *Bulletin de l'APMEP, 393*, 149-163.

Offre, B., Perrin-Glorian, M.J. & Verbaere, O. (2006). Usage des instruments et des propriétés géométriques en fin de cm2, *Grand N, 77*, 7-34.

Rebière, M. (2013). S'intéresser au langage dans l'enseignement des mathématiques, pour quoi faire ? Dans A. Bronner, & al. (dir.), *Questions vives en didactique des mathématiques : problèmes de la profession d'enseignant, rôle du langage*. La Pensée Sauvage.

Robert A. (2008a). Sur les apprentissages des élèves : une problématique inscrite dans les théories de l'activité et du développement. Dans F. Vandebrouck (dir.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants.* Octarès, p. 45-68.

Rochex J-Y. & Crinon J. (dir.) (2011). *La construction des inégalités scolaires : Au cœur des pratiques et des dispositifs d'enseignement*. Presses universitaires de Rennes. 214 p.

Vergnaud, G., 1981, *L'enfant, la mathématique et la réalité : problèmes de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire.* P. Lang.

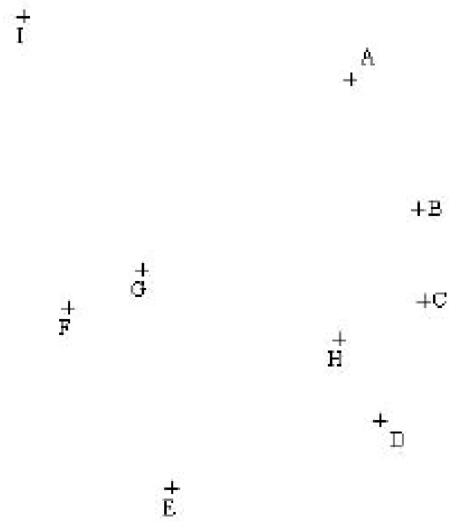
Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10(2-3), 133-170.

Vergnaud, G. (1991). Langage et pensée dans l'apprentissage des mathématiques. *Revue Française de Pédagogie*, 96, 79-86.

Annexe – Exercice tiré des évaluations à l'entrée en 6$^{\text{ème}}$ proposées par le ministère de l'éducation nationale français en 2000 et 2004 à tous les élèves de 6$^{\text{ème}}$.

Exercice 33

Les points A, B, C et D sont sur un même cercle.
Le centre de ce cercle est l'un des points de la figure.
En utilisant ta règle graduée, trouve le centre de ce cercle.



Le centre du cercle est le point : ....

Explique comment tu as trouvé.

....

....

....

Resolution de problemes : les eleves sont-ils en train d'apprendre ou sont-ils en difficulte ?

Sylvie Coppé, Audrey Daina

Université de Genève, Haute École Pédagogique du Canton de Vaud

De nouveaux Moyens d'Enseignement Romands (MER) de mathématiques sont actuellement introduits au primaire. Nous profitons de ce changement pour comparer le rôle et la place de la résolution de problèmes dans les anciens et nouveaux moyens 3P notamment en mettant en évidence deux entrées différentes pour penser l'enseignement : par les apprentissages en considérant les problèmes avant tout comme une occasion de développer des connaissances ou par les difficultés des élèves et donc par les aides à leur fournir.

Mots clés : Résolution de problèmes, difficultés, ressources, apprentissage

Introduction

La question de la résolution de problèmes est actuellement au centre des préoccupations, dans le domaine de la recherche en didactique des mathématiques, mais également dans les classes romandes et dans les instituts de formation. Notre étude s'inscrit dans un projet de recherche[1] mené par l'équipe de didactique des mathématiques à Genève (DiMaGe) « La résolution de problèmes comme objet ou moyen d'enseignement au cœur des apprentissages dans la classe de mathématiques ».

Au moment où nous écrivons ce texte, de nouveaux Moyens d'Enseignement Romands (MER) de mathématiques sont progressivement introduits pour les huit années du primaire. Un changement dans la manière de structurer cette ressource et d'organiser les contenus a particulièrement attiré notre attention : l'ajout d'une partie spécifique intitulée « Aide à la résolution de problèmes » (ARP) qui « postule qu'il est possible d'aider les élèves à dépasser certaines difficultés dans le cadre de la résolution de problèmes en favorisant l'apprentissage de certains apprentissages visés » (Brochure de présentation de la collection Mathématiques 1-4. CIIP, 2019). Cette partie semble remplacer le module 1, présent dans les anciens moyens de 3P à 6P, appelé « Des problèmes pour apprendre à conduire un raisonnement » et qui avait comme intention générale : « exercer son raisonnement au travers d'activités qui demandent de lire, mettre en relation, classer, organiser des informations et utiliser des représentations personnelles pour se les rappeler ou les communiquer » (LM 3P, p. 37).

Ce contexte nous paraît particulièrement intéressant pour interroger la place et le rôle des problèmes, mais également la problématique des difficultés d'enseignement et d'apprentissage lors de la résolution de problèmes. En effet, nous souhaitons, dans ce texte, mener une étude comparative de ces deux ressources pour le degré 3P car c'est à ce moment-là qu'apparaît la partie « Aide à la résolution de problèmes ». Cette étude comparative a pour objectif de mettre en évidence les différents enjeux qui sous-tendent l'enseignement de cette thématique et leurs éventuelles implications sur l'activité mathématique proposée aux élèves.

Pour cela, nous allons tout d'abord évoquer quelques généralités sur la résolution de problèmes et sur les aides. Nous présenterons ensuite la méthode de conduite de notre étude documentaire des deux moyens d'enseignement et enfin les résultats de l'analyse.

[1] Ce projet est soutenu par le Fonds National Suisse pour la recherche (FNS) (Subside n° 100019_173105 / 1, du 1.9.2017 au 31.1.2022) et piloté conjointement par Sylvie Coppé et Jean-Luc Dorier.

Les MER utilisés jusqu'à récemment pour les 3P dataient de 1996 et étaient édités par la COmmission ROmande des Moyens d'Enseignement (COROME), nous les appellerons COROME96 dans la suite du texte pour faciliter la lecture. Les moyens d'enseignement introduits actuellement, appelés ESPER20 dans la suite du texte, sont diffusés en version numérique sur le site ESPER (https://www.ciip-esper.ch/#/).

GÉNÉRALITÉS SUR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES ET SUR LES AIDES

Pour commencer, revenons sur la définition d'un problème. Toutes celles que l'on trouve dans la littérature de recherche s'accordent pour dire qu'un problème doit poser problème à celle ou celui qui le résout, qui ne doit pas d'emblée reconnaître la procédure qu'il doit mettre en œuvre pour trouver la solution (à la différence d'un exercice qui est fait pour s'entrainer). Donc un problème est forcément difficile, dans le sens qu'il demande un effort intellectuel pour être résolu. Nous retenons la définition de Fagnant et Demonty (2016) qui montre bien le caractère relatif d'un problème en fonction de la situation et des connaissances.

> La situation doit véritablement poser « problème » à la personne qui la découvre : si la personne connaît d'emblée la démarche qui lui fournira la réponse, il n'y a pas de problème à résoudre. Cela signifie donc que la situation seule ne suffit pas pour définir le problème. D'autres facteurs doivent également être pris en compte : les acquis de la personne qui découvre la situation, le contexte dans lequel elle se trouve, les apprentissages qui ont été réalisés au préalable (Fagnant & Demonty, 2016, p. 15).

De nombreux travaux de recherche portent sur la résolution de problèmes depuis les années 1960. Par manque de place, nous ne les rappellerons pas ici. Nous soulignons seulement le fait que, depuis une quarantaine d'années (fin de la période des mathématiques modernes), dans un grand nombre de pays, les plans d'études mettent de plus en plus fortement en avant la résolution de problèmes. C'est aussi le cas du Plan d'Étude Romand (PER) (Coppé et al., à paraitre). De plus, la variété des problèmes proposés aux élèves a connu une forte évolution (depuis les problèmes en lien fort avec la vie sociale jusqu'à des problèmes internes aux mathématiques) ainsi que leur place dans le processus d'enseignement/apprentissage (des problèmes posés en fin d'apprentissage à ceux proposés tout au long du processus d'enseignement et notamment pour introduire les notions) et leur rôle (pour apprendre des savoirs mathématiques, pour réinvestir des savoirs mathématiques dans des contextes différents ou pour apprendre à chercher).

En revanche, il n'y a pas encore une grande variété de travaux de recherche sur le thème des aides à la résolution de problèmes alors que certaines aides sont proposées dans des ressources pour l'enseignement. En étudiant ces ressources, on peut identifier actuellement deux types d'aides. Les premières que nous qualifierons de ponctuelles parce qu'en considérant que le processus de résolution de problèmes peut être « découpé » en étapes (la lecture de l'énoncé, la sélection des informations, la planification, etc.), les aides proposées ne portent que sur un de ces aspects (analyse de l'énoncé du problème, etc.). Dans ce cas, la tâche proposée aux élèves se substitue souvent à la résolution du problème. Cette vision séquentielle de la résolution de problèmes provient d'une interprétation (détournée) du modèle de Pólya (1945). En effet, ce mathématicien a proposé une description de l'activité de résolution de problèmes en quatre étapes successives : comprendre le problème, concevoir un plan, mettre le plan à exécution, examiner la solution obtenue. Dans les années 1980, ce modèle a été remis en cause par les psychologues qui lui ont préféré un modèle plus global dans lequel c'est le processus de représentation d'un problème qui est central (Julo, 1995 ; Richard, 1990).

> On a souvent voulu découper cette démarche en opérations successives : lire l'énoncé, comprendre le problème, définir un plan, ... Pourtant, ni la construction de la représentation, ni la résolution du problème en général, ne sont des processus linéaires. Il est admis, au contraire, que plusieurs processus interviennent simultanément et interagissent pour faire avancer notre compréhension et notre démarche de résolution. (Julo, 1995, p. 29).

Le second type d'aides, que nous qualifions d'aides globales, s'appuie davantage sur ce dernier modèle en considérant le processus de résolution dans son ensemble (et dans ce cas, la tâche de l'élève est avant tout de résoudre le problème). Ainsi, on cherche à agir sur le couple élève-problème, soit au niveau du milieu didactique (matériel à manipuler, proposition de modélisation, multi-présentation, jeu sur les variables didactiques, etc.) soit au niveau de la gestion de classe (mises en commun, travaux de groupes, etc.).

Les aides ponctuelles se développent dans les ressources dès les années 1995 en France. Les manuels scolaires du primaire proposaient des activités qui visaient une analyse de l'énoncé du problème (voire reconnaitre un énoncé de problème), en demandant de souligner les données utiles, de repérer la question, de choisir la bonne opération, des tâches qui, de fait, se substituaient à la résolution de problèmes. En étudiant ces activités proposées fréquemment dans des classes, Balmes et Coppé (1999) ou Coppé et Houdement (2002) ont montré que l'activité mathématique des élèves était réduite, que peu ou pas de connaissances mathématiques étaient mobilisées et que très souvent, tout l'enjeu portait sur la lecture et la prise d'information dans le texte, comme si la difficulté de la résolution de problèmes se situait seulement au niveau de l'énoncé et non de la résolution. Ainsi, ces autrices ont remis en cause de telles activités pour la résolution de problèmes (voire de façon plus générale pour la classe) jugeant que les aides proposées n'étaient pas pertinentes, d'autant plus qu'elles empiétaient sur le temps consacré à la résolution effective des problèmes.

Plus récemment, Goulet et Voyer (2023) ont étudié une méthode largement utilisée au Québec intitulée « Ce que je sais, ce que je cherche ». Bien que cette méthode considère la résolution du problème dans son ensemble, elle se fonde sur un point de vue séquentiel mettant au centre la lecture et compréhension de l'énoncé comme un préalable à la résolution du problème. Goulet et Voyer (2023) ont montré, en travaillant sur un échantillon important d'élèves du primaire que la très grande majorité (90%) ne l'utilisaient pas si on ne les obligeait pas (voire le faisaient après avoir résolu le problème), que cette méthode n'améliorait pas la compréhension et enfin que souvent les élèves se contentaient de recopier la question dans « ce que je cherche » et les données de l'énoncé dans « ce que je sais ».

Pour le second type d'aides (globales), Fagnant et Demonty (2016) proposent un guide méthodologique pour les enseignants ayant pour but d'aider à la résolution de problèmes. Ces autrices remettent elles aussi en cause le modèle linéaire et proposent des séances/séquences de classe dans lesquelles, d'une part, des problèmes complexes sont résolus, puis, d'autre part, notamment lors des mises en commun, l'accent est mis sur des aspects méthodologiques ou métacognitifs (par exemple, utiliser un schéma, développer des démarches de types essais/erreurs, décomposer en sous-problèmes, etc.). Par ailleurs, Allard et Cavalier (2020) proposent des activités pour travailler sur la construction d'une représentation dans les problèmes portant sur les quatre opérations à l'école primaire. Elles ont élaboré des progressions à mettre en œuvre dans les classes en travaillant notamment sur l'utilisation du brouillon, sur les schémas, sur la qualification des données et sur les essais.

En conclusion de ce rapide tour d'horizon, nous voyons donc se dessiner des positions différentes (voire opposées) sur la résolution de problèmes suivant que l'on considère le processus de résolution comme séquentiel ou plus global (plusieurs processus qui interagissent). Par conséquent, la question des aides dans la résolution de problèmes est pensée différemment, l'une donnant lieu à une approche globale, l'autre à des aides plus ponctuelles, avec quelquefois un travail axé seulement sur les aides sans aller au bout de la résolution des problèmes.

Dans cet article, nous allons étudier, de façon comparative, le rôle et la place de la résolution de problèmes dans les deux moyens d'enseignement romands. Nous cherchons à mettre au jour les présupposés sur la résolution de problèmes qui ont guidé les rédacteurs dans leurs choix et ensuite à déterminer comment et en quoi ils peuvent exercer une influence sur la fréquentation des mathématiques proposées aux élèves. Par exemple, comment une entrée centrée sur les difficultés des élèves va influencer les activités mathématiques des élèves mais aussi comment se fait le transfert entre ce qui est proposé dans ces modules spécifiques et dans les axes thématiques.

MÉTHODE DE TRAITEMENT ET D'ANALYSE

Notre recherche étant de type documentaire, nous avons choisi de centrer notre regard sur la structure de chaque MER et les textes à disposition des enseignants pour penser et élaborer leurs séquences d'enseignement. Pour faire l'analyse comparative des deux moyens d'enseignement, nous avons élaboré un guide d'analyse qui se trouve en annexe. Les deux premières parties visent à obtenir des renseignements généraux sur la forme de la ressource et les références globales sur l'enseignement et les apprentissages. Les deux suivantes portent spécifiquement sur la résolution de problèmes en reprenant des éléments présentés plus haut (place et rôle de la résolution de problèmes, types de problèmes, etc).

Ainsi, nous avons renseigné les différents points en considérant d'une part la ressource dans son ensemble (structure des chapitres, modules, ainsi que les liens explicitement faits entre eux) et, d'autre part, en faisant une analyse de contenu des textes retenus.

Les moyens COROME96 sont en format papier. Outre les fichiers et livres pour les élèves qui sont pensés comme un recueil d'activités classées par ordre alphabétique du titre, il y a aussi des livres de commentaires didactiques pour les enseignants. Chaque livre du maître est organisé en chapitres notionnels et propose des références aux activités du fichier et du livre de l'élève. Pour notre analyse, nous utilisons particulièrement deux documents : le livre du maitre de 3P (Ging, Sauthier & Stierli, 1998) et un livre de commentaires didactiques qui justifient les choix d'enseignement (Gagnebin, Guignard & Jacquet, 1998) et qui présentent les « principes organisateurs » en neuf fondements ainsi que leurs conséquences sur les choix de rédaction des moyens.

Les moyens ESPER20 sont disponibles via une plateforme en ligne (accessibles seulement par identifiant institutionnel et mot de passe). Les activités proposées aux élèves sont classées selon des chapitres notionnels (eux-mêmes divisés en sous-chapitres). Différents textes d'accompagnement pour les enseignants se trouvent également sur le site et portent soit sur des savoirs mathématiques (par exemple les fractions), soit sur des éléments plus généraux ou de gestion de classe (par exemple le travail de groupe). Parmi les huit textes généraux, nous en utilisons principalement trois (comme ils ne sont pas signés, nous les désignerons, dans l'ordre, par T1, T2 et T3) : « Les étapes du processus d'enseignement d'une notion et moyens de 1P à 8P » (T1), « La résolution de problèmes et les moyens d'enseignement de 1P à 8P » (T2) et le « Guide pratique 3^{e} » (T3)[2].

RÉSULTATS

Afin de présenter les résultats de notre étude, nous allons tout d'abord considérer le rôle et la place de la résolution de problèmes dans chacune des ressources, en comparant notamment comment sont présentées et prises en compte les difficultés des élèves ou les difficultés d'enseignement. Nous présentons ensuite plus spécifiquement les contenus du chapitre explicitement dédié à la résolution de problème de chacune des ressources et nous abordons la question de la transférabilité des connaissances.

Rôle et place de la résolution de problèmes et prise en compte des difficultés

Comme en témoigne l'analyse du texte des commentaires didactiques, et particulièrement les fondements à la base de la conception d'ensemble cités ci-dessous, la notion de problème est omniprésente dans COROME96 qui relève d'une approche socio-constructiviste explicite et affirmée et considère la notion de « situation-problème » comme un élément central pour l'apprentissage, avec l'affirmation (conforme à la définition de problème que nous avons donnée) qu'un problème résiste (« il rencontrera des obstacles à sa mesure »). Ainsi on peut noter une centration sur l'élève et l'insistance portée sur sa mise en recherche

[2] Textes consultés sur le site en juin 2023 (version de référence pour les analyses).

véritable considérée comme un processus, avec les nécessaires errements et retours en arrière qui l'accompagnent.

> **Fondement 2** : L'action finalisée est source et critère du savoir. Ce savoir est le fruit d'une adaptation provoquée par les déséquilibres, les contradictions, les interactions vécus par les élèves engagés dans une situation didactique.
>
> Conséquence : Les moyens d'enseignement mettront l'enfant face à de véritables "situations-problèmes" où il rencontrera des obstacles à sa mesure. Il pourra s'approprier l'activité proposée, en faire "son problème", savoir ce qu'il cherche et pourquoi. […] (Gagnebin et al., 1998, p. 13)
>
> **Fondement 4** Les techniques, notions ou outils particuliers se construisent au cours des périodes de recherche où leur utilisation se révèle fonctionnellement nécessaire.
>
> Conséquence : Les moyens d'enseignement seront organisés à partir de "points de départ" ("situations-problèmes" de découverte, jeux, activités...) sur lesquels s'appuient ensuite des activités ou "exercices" de structuration et d'entrainement. (Gagnebin et al., 1998, p. 14).

La notion de « situation-problème » est fortement mise en avant dans la partie explicative du texte, ce qui permet de véritablement inscrire cette notion dans un modèle plus global de l'enseignement/apprentissage.

> Pour construire une connaissance nouvelle, il faut qu'on reconnaisse sa nécessité, en d'autres termes, qu'elle serve à quelque chose. On est ici dans la recherche du sens qu'on peut donner à une connaissance nouvelle, pour se donner la peine de renoncer aux anciennes qui se révèlent dépassées. Et ce sens se trouve dans les situations de conflit, de déstabilisation et en particulier dans les "situations-problèmes".
>
> L'apprentissage d'une nouvelle connaissance, organisée autour d'un problème, se caractérise par une activité de recherche, de production d'hypothèses, d'explorations, d'essais, de vérifications, propre à toute démarche mathématique. (Gagnebin et al., 1998, p. 38)

Notre analyse des textes montre que les difficultés des élèves ne sont que peu décrites et les aides proposées sont essentiellement centrées sur des aspects de gestion de classe (travail par groupe, mise en commun, etc.).

Nous retenons donc que la notion de problème, et plus précisément de situation-problème, est au centre de COROME96 notamment pour des raisons épistémologiques. C'est certainement pour cette raison que les difficultés des élèves ou des enseignants sont très peu évoquées dans cette ressource qui aborde la question de la résolution de problèmes avant tout du point de vue de l'acquisition de savoirs nouveaux. Les difficultés face au problème ou les obstacles, sont finalement considérés comme faisant partie intégrante du processus d'apprentissage comme nous pouvons le voir dans les extraits ci-dessus.

Dans ESPER20 la place de la résolution de problèmes est légitimée par une référence au PER qui désigne la résolution de problème comme une Visée Prioritaire. Cependant, notre analyse montre que dans les textes de commentaires, le rôle des problèmes n'est plus aussi prépondérant que dans COROME96. Tout d'abord, contrairement à COROME96 qui était conçu comme un recueil d'activités, ESPER20 a pour objectif explicite d'accompagner l'enseignant dans la planification de son enseignement en proposant des progressions. Cela entraine que, dans chaque chapitre, les activités sont organisées selon « un découpage à même d'aider les enseignants à identifier les étapes indispensables à l'apprentissage de leurs élèves (familiarisation ou tuilage, introduction, entrainement, problèmes) » (T1). Ainsi le terme « problème » apparait en fin de séquence même si les rédacteurs soulignent le fait qu'il est important que les introductions de nouvelles notions soient « problématisées » pour construire des apprentissages solides. Le terme situation-problème a disparu, mais en revanche sont apparues les « activités de tuilage ou d'introduction ».

Se référant aux activités d'introduction ils précisent :

> Ces activités doivent aider l'élève à découvrir (construire) le savoir enseigné. On peut évidemment envisager de ne pas proposer d'activité d'introduction pour communiquer directement aux élèves ce savoir (modèle transmissif de l'enseignement).
>
> Ces activités peuvent être de différents types : activité très guidée, activité problématisée, etc. Le choix fait par l'enseignant à ce moment est fonction des éléments de réponses qu'il apporte (explicitement ou implicitement) aux questions : « Comment les élèves apprennent-ils ? Qu'est-ce qui favorise l'apprentissage ? » Ces éléments de réponse constituent ce qu'on appelle des modèles d'enseignement/apprentissage. » (T1)

On observe dans ces deux citations une volonté de ne pas imposer de modèle d'enseignement-apprentissage, ce qui laisse penser que la place et le rôle des problèmes pourraient fluctuer en fonction de choix personnels.

Par ailleurs, on observe un glissement : il semble que la dimension recherche de l'activité mathématique soit vue davantage comme une difficulté devant être prise en charge par l'enseignant, que comme un processus source de développement de connaissances, comme dans l'approche socio-constructiviste propre à COROME96. Cette approche de la résolution de problèmes du point de vue des difficultés des élèves, qui est explicite dans la citation ci-dessous, semble légitimer l'intitulé « Aide à la résolution de problèmes ».

> La résolution de problèmes qui est au cœur des visées prioritaires de l'enseignement des mathématiques du cycle 1 au cycle 3, est aussi source de difficultés pour de nombreux élèves. Aussi, a-t-il été décidé de mettre en place un domaine spécifique pour aider les élèves à dépasser ces difficultés (Aide à la résolution de problèmes). (Texte Recherche et stratégies en 1-2, p. 1)

En effet, le texte T2 ne s'attarde que très brièvement sur le « pourquoi proposer des problèmes aux élèves » et décrit plutôt en détail ce qu'est un problème et les processus cognitifs en jeu dans sa résolution. Ce texte propose notamment une modélisation de la résolution de problèmes, selon le schéma ci-dessous (**Erreur ! Source du renvoi introuvable.**), qui découpe explicitement la résolution en étapes.

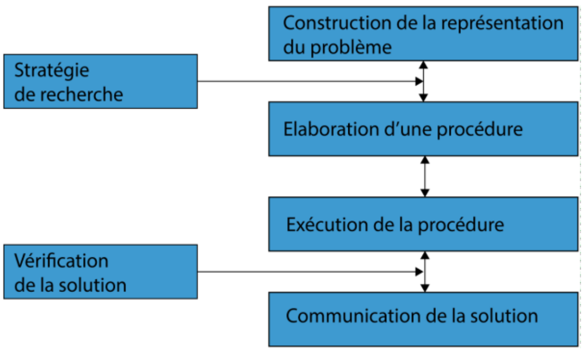


Fig. 1 : Modélisation de la résolution de problèmes (T2, p. 5)

En conclusion, à partir de l'analyse des textes, on peut noter que si ces deux moyens mettent en avant la résolution de problèmes, les choix faits sur le rôle de celle-ci – dans ESPER20, forte volonté d'outiller les élèves pour pouvoir faire face aux difficultés de résolution de problèmes alors que dans COROME96 les problèmes comme outils pour les apprentissages – ainsi que les choix faits sur l'organisation globale des moyens – les situations problèmes dans COROME96 et les « activités de tuilage et d'introduction » dans ESPER20 – risquent d'avoir des conséquences importantes sur le parcours mathématique proposé aux élèves et leur activité, notamment de résolution de problèmes.

Pour poursuivre cette réflexion, nous allons maintenant analyser le contenu de chacune des deux parties consacrées à la résolution de problèmes.

Les contenus du chapitre explicitement dédié à la résolution de problème et la question de la transférabilité

Pour COROME96, c'est un module qui s'intitule « Des problèmes pour apprendre à conduire un raisonnement », il s'organise en deux champs et propose 34 problèmes (certains peuvent être des jeux) comme le présente le tableau ci-dessous (Tableau 1) :

Champs	Contenus / compétences	Notions	Nombre de problèmes
Apprendre à sélectionner et à organiser des informations, à comprendre des énoncés	Ordonner, classer, comparer, déduire Classer des données, les mettre en relation	Collection, appartenance Réunion, intersection, complémentaire Attributs Relations	**17**
Apprendre à développer des stratégies de recherche	Organiser une recherche, déduire	Collection, partition, complémentaire Attributs Relations Continuité, contiguïté	**17**

Tableau 1 : Tableau récapitulatif des problèmes proposés dans le module 1 (LM 3P, p. 34)

Si les deux colonnes qui correspondent à la partie « champs » et « contenus/ compétences » font bien référence à la résolution de problèmes, celles qui correspondent à « notions » sont décrites par des termes qui se réfèrent aux domaines de la logique, de la topologie ou de la théorie des ensembles, ce qui est renforcé par la précision suivante dans les commentaires didactiques : « ces notions sont abordées sans formalisme mais dans l'objectif de développer une forme de raisonnement mathématique » (LM 3P, p. 34). On peut sans doute voir dans ces positions, des restes de l'époque des mathématiques modernes, comme il est indiqué dans le livre du maitre :

> les notions et les méthodes de la logique élémentaire, telles que la négation, la conjonction et la disjonction de propriétés, l'inclusion, la combinatoire, la déduction, etc., sont construites et exercées non en tant qu'objets mathématiques, mais en tant qu'outils au service de la pensée. (LM 3P, p. 69)

Ainsi certains aspects de la résolution de problèmes, comme le fait de prendre connaissance de l'énoncé, de vérifier ou de communiquer son résultat sont décrits avec certains termes comme « propositions », ce qui peut être mis en lien avec le domaine de la logique, comme nous pouvons le voir dans l'extrait ci-dessous décrivant ce que doit être la lecture d'un énoncé :

> consiste à traiter un texte dans le but d'agir. Ce traitement comporte tout un ensemble d'opérations intellectuelles : il faut classer les données, les mettre en relation, distinguer celles qui sont pertinentes pour le problème de celles qui sont superflues […]. Ce type de lecture exige de donner du sens à des propositions formulées en termes affirmatifs ou négatifs, de rechercher des informations dans des tableaux, des schémas, des horaires, des listes de tarifs [….]. (LM 3P, p.73)

COROME96 s'inscrit donc dans une approche de l'enseignement de la résolution de problèmes plutôt globale, il s'agit de résoudre de vrais problèmes (dans le sens où ils posent un problème à l'élève) bien choisis pour favoriser une activité mathématique et développer des compétences spécifiques à la résolution de problèmes.

Les commentaires du livre du maître précisent que les compétences développées dans ce module ont pour objectif de servir plus largement les autres modules, de même les notions des autres modules sont reprises afin de donner aux élèves « l'occasion d'élaborer ses connaissances en 'réseau', plutôt que linéairement, selon un schéma qui lui est propre et en profitant du domaine dans lequel il est le plus à l'aise. » (LM 3P, p. 40).

Le schéma ci-dessous (Fig. 2) nous permet de mettre en évidence la structure des moyens COROME96 par rapport à la résolution de problèmes. Sur la première ligne, les différents modules désignés par « des problèmes pour … » dont le premier « apprendre à raisonner » qui propose des problèmes visant à apprendre à chercher de façon assez globale tels que les compétences l'indiquent. La flèche signifie que le transfert se fait à un niveau global : l'élève développe des compétences qu'il pourra utiliser pour résoudre des problèmes dans d'autres modules ; les notions qui ont été étudiées dans les autres modules peuvent servir pour résoudre des problèmes dans ce module

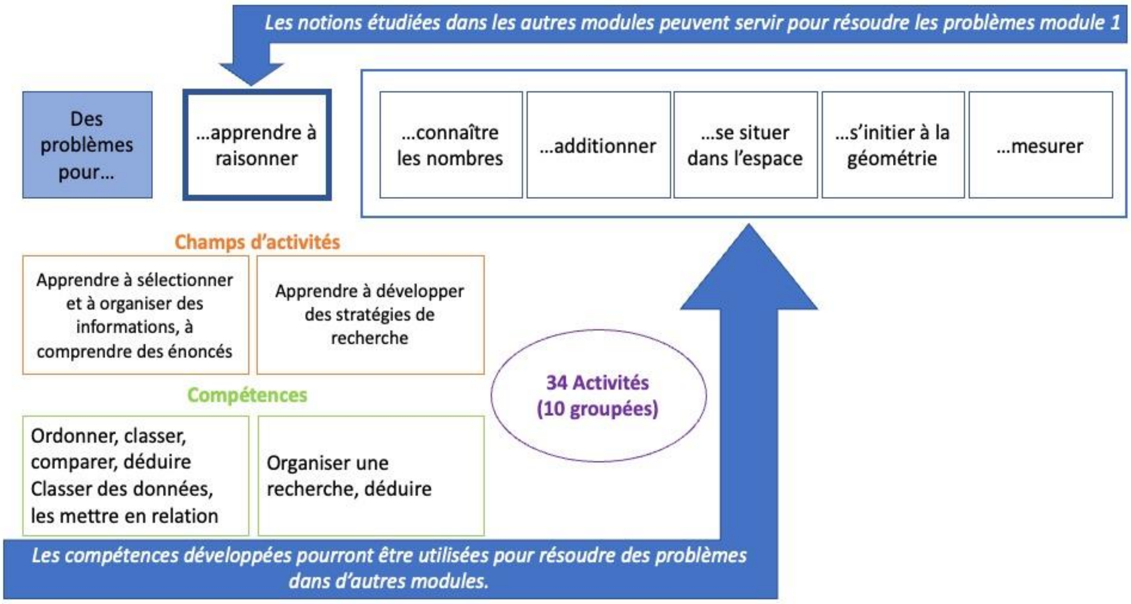


Fig. 2 : Les liens entre les différents modules dans COROME96

Voyons maintenant quelles caractéristiques nous pouvons dégager sur la résolution de problèmes pour les nouveaux moyens ESPER20. Comme nous l'avons dit, cette partie qui est désignée comme un « axe thématique » s'intitule « Aide à la résolution de problèmes ».

Comme les autres axes, il est organisé en sous-chapitres (ici 4 qui correspondent aux 4 étapes définies pour la résolution de problèmes) dans lesquels se déclinent ensuite des apprentissages visés (AV). On ne parle plus de problèmes mais d'activités (nous reprenons ce terme car effectivement ce qui est proposé n'est pas toujours un problème mathématique) qui sont classées en trois types : introduction, entrainement (propres à cet axe) et réinvestissement sous forme de liens vers des activités des autres axes thématiques (leur nombre est noté entre parenthèses dans la 4e colonne du tableau ci-dessous).

Chapitres	Apprentissage visé	Extraits des indications pédagogiques	Nombre d'activités
S'approprier un problème mathématique	Reconnaître un énoncé de problème mathématique.	Arriver à caractériser un énoncé de problème par rapport à d'autres textes…	1
	Lire des tableaux, des illustrations présents dans un énoncé.	Lire des informations sous une forme différente que le texte.	3 (3)
Résoudre un problème	Utiliser la stratégie « Ajustement d'essais successifs ».	Amener les élèves à découvrir la stratégie « Ajustement d'essais successifs ».	6 (4)
	Utiliser un tableau, un dessin, une liste, … pour modéliser un problème.	Percevoir l'intérêt de réaliser un schéma pour résoudre un problème.	3 (1)
Vérifier la réponse d'un problème	Vérifier la vraisemblance de la réponse par rapport au contexte et aux informations de l'énoncé.	Savoir, d'après le contexte, si la réponse est possible.	2 (5)
Communiquer le résultat de sa recherche	Communiquer le résultat de sa recherche (procédure, démarche, calculs, réponse, …).	Pas de tâches proposées à ce niveau de classe	0 (13)
Total			15 (26)

Tableau 2 : Structure de l'axe ARP, 3P

On note tout d'abord que le nombre d'activités pour cet axe est très inférieur à celui des problèmes des anciens moyens (seulement 15 contre 34). On peut également noter qu'il n'y a pas d'activités propres liées à l'AV 4, alors qu'il y a des liens dans les axes thématiques, ce qui pourrait laisser supposer qu'il n'a pas d'apprentissage pour un apprentissage visé.

Dans un autre article (Coppé, 2021), nous avons fait l'analyse des activités qui ne sont pas des problèmes au sens des définitions données plus haut (par exemple, celle sur reconnaitre un problème mathématique ou celle sur vérifier). Nous avons souligné le peu de potentiel pour le travail mathématique, la part réduite des connaissances mathématiques et enfin, les difficultés de gestion que cela peut engendrer pour l'enseignant.

Les seuls problèmes qui sont vraiment proposés à la résolution sont ceux de l'AV 2 (résoudre). Il y en a en fait 13 (plutôt que 9) puisqu'une des activités en comporte 5. Dans le texte T2 sur la résolution de problèmes, les auteurs font une place importante à ce qu'ils désignent comme des stratégies de résolution qu'ils souhaitent enseigner (idée qui se révèle prometteuse et est proposée aussi dans les approches plus globales), voire automatiser (d'où le terme entrainement). C'est ce qui est visé dans le chapitre « résoudre un problème » : pour ce niveau de 3P sont travaillées « ajustements d'essais successifs » et « utiliser un tableau … », qui n'est d'ailleurs pas une stratégie (mettre des données dans un tableau n'indique pas ce qu'on va en faire !).

Si l'on construit un schéma semblable à celui fait plus haut pour illustrer les liens entre l'axe ARP et les autres axes (Fig. 3), nous constatons que le transfert de connaissances se fait à un autre niveau. Alors que dans COROME96 on envisage un transfert de manière globale, dans ESPER20, des liens sont proposés explicitement entre des problèmes d'un axe thématique notionnel et un AV, voire une tâche de l'axe ARP. Cela sous-tend le fonctionnement suivant : si l'élève rencontre une difficulté dans la résolution d'un problème de géométrie (par exemple il ne réussit pas à lire le tableau qui présente les caractéristiques des figures), l'enseignant peut alors lui proposer une tâche de lecture de tableau afin de l'aider. L'axe ARP est donc étroitement lié aux autres axes, ce qui suppose qu'il ne doit pas être travaillé pour lui-même, mais plutôt au service des difficultés que les élèves pourraient rencontrer.

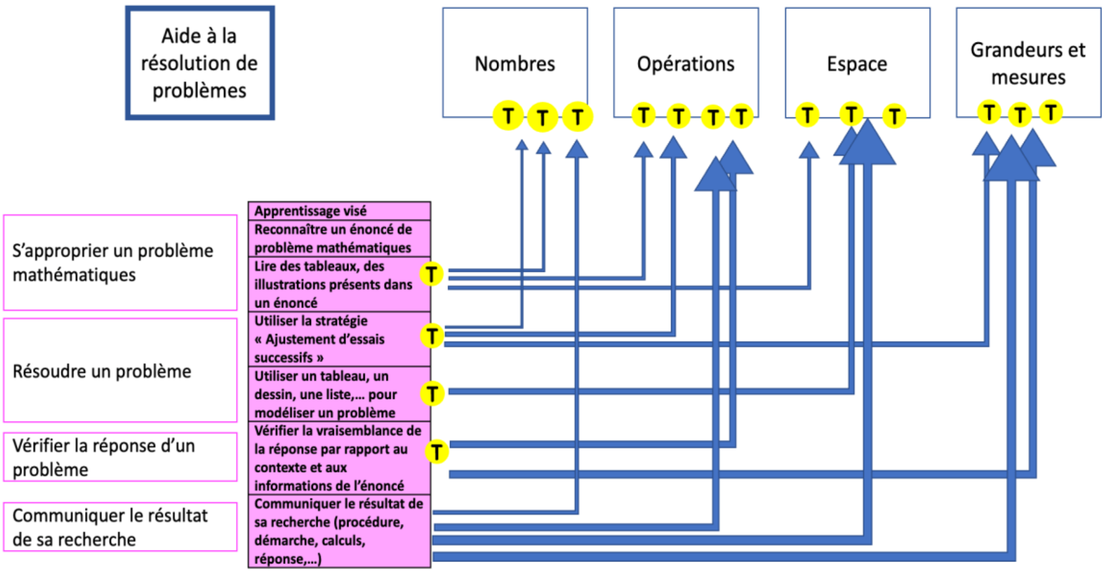


Fig. 3 : Les liens entre les différents axes dans ESPER20

En conclusion de ce deuxième axe d'analyse, nous retenons que le nombre de problèmes à résoudre effectivement a été fortement réduit au profit des activités qui sont supposées proposer des aides, mais sans finalement les mettre en œuvre pour résoudre. Nous retrouvons donc ici le même phénomène que nous avions pointé en France dans les années 95, à savoir que proposer des activités spécifiques à l'aide à la résolution de problèmes appauvrissait cette même activité. De plus, il semble que le transfert vers les problèmes des axes thématiques soit limité aux seuls apprentissages visés ici, qui ne concernent donc qu'une partie des problèmes travaillés à ce niveau d'enseignement.

Conclusion

Cet article n'est que le début d'un travail qui doit être poursuivi par des analyses plus fines des problèmes et activités proposés et des liens avec les autres axes thématiques (on pourra consulter une autre étude sur les problèmes dans les nouveaux moyens d'enseignement de 7H faite par Da Ronch, Gardes, & Mili (2023)). Cependant il en ressort déjà des éléments importants.

En analysant la structure des ouvrages et en observant les titres des chapitres ou modules, on entrevoit une grande différence d'approche par rapport à la résolution de problèmes dans les deux ouvrages. Ainsi, les anciens moyens COROME96 partent de l'idée de construire des connaissances à partir des problèmes et aussi des compétences en résolution de problèmes, alors que les nouveaux, ESPER20, proposent plutôt une approche « en creux ». En effet, ces derniers conçoivent la ressource en partant de difficultés supposées lors de la résolution de problèmes qu'on cherche à combler, pour certaines par anticipation et surtout avec des activités qui ne sont plus toutes des problèmes. Cela nous amène à questionner les conceptions sur les problèmes et sur la difficulté. Ainsi on peut penser qu'un problème peut être considéré comme une tâche ardue mais centrale pour les apprentissages (en surmontant la difficulté, l'élève va apprendre), ou bien comme une tâche qui met en difficulté et qu'il faut donc éviter ou pallier. Selon le sens attribué, on peut se demander comment soutenir le travail des élèves ou bien comment les aider, peut-être même avant que les difficultés se posent (voir sur ce point Mary, Squalli, Theis, & DeBlois, 2014). Il nous semble que dans ESPER20, c'est ce second sens qui est mis en avant puisqu'il ressort une volonté forte d'outiller les élèves pour pouvoir faire face à la résolution de problèmes, alors même que, d'une part les élèves de 3P sont dans leurs premières années de pratique mathématique et d'autre part, les problèmes semblent avoir une place moins centrale que dans COROME96.

Par ailleurs, en analysant l'organisation des différentes parties des deux ouvrages, nous avons pu mettre en évidence que les liens faits entre chapitres pour la résolution de problèmes et le reste des modules/axes se faisaient différemment. La question du transfert des connaissances/compétences se pose alors à un niveau différent, plutôt global pour COROME96 et plus local pour ESPER 20. Cela provient sûrement de la conception de la résolution de problèmes utilisée dans ce nouveau moyen. Or, cette conception que l'on peut associer au travail de Pólya a été remise en cause depuis de nombreuses années (Favier, 2022).

Il nous paraît essentiel de poursuivre la réflexion concernant l'enseignement de la résolution de problèmes en ramenant au centre des préoccupations les questions d'apprentissage (l'élève va rencontrer des difficultés mathématiques, errer, se tromper, recommencer) tout en donnant aux élèves des outils pour gérer ces difficultés (construire une attitude positive dans le cadre de la résolution de problèmes, élargir sa connaissance des stratégies et des outils mathématiques disponibles pour résoudre un problème, etc.). Enfin, il nous semble également nécessaire de prendre en compte les difficultés des enseignants à mettre en œuvre des séances de résolution de problèmes et de leur proposer des outils pour accompagner les élèves.

Bibliographie

Allard, C. & Cavalier, S. (2020). *Maths en ateliers. Résoudre des problèmes cycle 3*. Nathan.

Balmes, R. M. & Coppe, S. (1999). Les activités d'aide à la résolution de problèmes en cycle 3. *Grand N, 63*, 39-58.

Coppé, S. (2021). Faut-il savoir ce qu'est un problème pour en résoudre ? *RMé, 235*, 60-72.

Coppé, S. & Houdement, C. (2002). Réflexions sur les activités concernant la résolution de problèmes à l'école primaire. *Grand N, 69*, 53-62.

Da Ronch, M., Gardes, M.-L. & Mili, I. (2023). Study of the potential of problems to practice a research activity in mathematics at elementary school in French-speaking Switzerland. *Proceedings of the 13th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (CERME13). Budapest.

Fagnant, A. & Demonty, I. (2016). *Résoudre des problèmes : Pas de problème ! Guide méthodologique et documents reproductibles en ligne 10/12 ans*. De Boeck.

Favier, S. (2022). *Étude des processus de résolution de problèmes par essais et ajustements en classe de mathématiques à Genève* (Thèse de doctorat en Sciences de l'Éducation, Université de Genève). Université de Genève, Genève. Consulté à l'adresse https://archive-ouverte.unige.ch/unige:159466

Gagnebin, A., Guignard, N. & Jacquet, F. (1998). *Apprentissage et enseignement des mathématiques. Commentaires didactiques sur les moyens d'enseignement pour les degrés 1 à 4 de l'école primaire*. (COROME commission romande des moyens d'enseignement).

Ging, E., Sauthier, M. H. & Stierli, E. (1998). *Livre du maître—Méthodologie—MATHS - 1P* (COROME, Commission romande des moyens d'enseignement). Genève.

Goulet, M.-P. & Voyer, D. (2023). L'utilisation de la méthode « ce que je sais, ce que je cherche » en classe de mathématiques : Analyse de productions d'élèves. *RMé, 239*, 3-15.

Julo, J. (1995). *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques : Un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement*. Presses universitaires de Rennes.

Mary, C., Squalli, H., Theis, L. & DeBlois, L. (2014). *Recherche sur les difficultés d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques. Regard didactique*. Presses de l'Université du Québec.

Pólya, G. (1945). *How to solve It*. Princeton NJ.

Richard, J.-F. (1990). *Les activités mentales* (1e éd.). Armand Colin.

Annexe : Guide pour l'analyse documentaire

Identification, type de ressources, structure globale
Auteurs. Editeurs
Conception d'ensemble
Structure de la ressource (organisation des chapitres/sous-chapitre)
Proposition de progression ou d'organisation de l'enseignement
Choix pédagogiques et didactiques
Modèle(s) de l'enseignement apprentissage de référence ou évoqué(s)
Ancrage théorique et références évoquées
Perspective historique explicitée
Références aux plans d'études
Définition, rôle et place de la résolution de problèmes
Définition de « problème »
Place des problèmes (dans la structure de la ressource/selon la progression proposée/en lien avec un modèle de l'enseignement apprentissage)
Rôle des problèmes
Différents types de problèmes présentés (typologie et/ou classification)
Enseignement de la résolution de problèmes
Description du processus de « résolution d'un problème » présenté
Rôle et place de ce qu'on appelle les « stratégies » et ou « les procédures »
Focalisation sur la lecture des énoncés
Focalisation sur les vérifications
Présentation et prise en compte des difficultés des élèves et aides proposées
Liens explicites entre la résolution de problèmes et le domaine de la logique

INCLURE LES ELEVES A BEP EN RESOLUTION DE PROBLEMES : TRAVAIL D'ANTICIPATION EN ULIS ET EN RASED

Florence Peteers

CY Cergy Paris Université, Université Paris Cité, Univ Paris Est Creteil, Univ. Lille, Univ Rouen, LDAR

Nous présentons deux cas d'enseignantes spécialisées organisant leur séquence sur la résolution de problème selon le modèle théorisé par Toullec-Théry (2020), à savoir une séance d'anticipation en petit groupe articulée avec une séance dans la classe de référence. En nous appuyant sur la théorie de la double approche (Robert & Rogalski, 2002), nous dégageons les logiques d'action qui guident leurs choix pour les séances d'anticipation censées améliorer l'accessibilité des tâches proposées en classe.

Résolution de problèmes, inclusion, élèves à besoins éducatifs particuliers, pratiques enseignantes

La résolution de problèmes joue un rôle essentiel dans l'activité mathématique et occupe une place centrale dans les programmes de l'école primaire en France ainsi que dans le Plan d'Etude Romand en Suisse. Il s'agit cependant d'une activité complexe qui nécessite la coordination de plusieurs compétences (Bergeaut, 2012), source de nombreuses difficultés chez les élèves et en particulier pour les élèves à besoins éducatifs particuliers (BEP). Par exemple, les élèves présentant des difficultés d'apprentissage en mathématiques réussissent moins bien les problèmes à plusieurs étapes que les élèves tout-venant (Noël & Karagiannakis, 2020).

Les recherches semblent montrer que les aides méthodologiques sont insuffisantes (Houdement, 2017) et que c'est en résolvant des problèmes dans leur globalité qu'on apprend à les résoudre. Or, les élèves en difficultés rencontrent peu d'occasion de mener à terme le processus de résolution en classe, ce qui ne fait qu'accentuer leurs difficultés (Houdement, 2017).

Dans cet article, nous analysons deux cas d'inclusion mixte (anticipation en petit groupe avec l'enseignant·e spécialisé·e précédant une séance de co-enseignement dans la classe de référence) soutenues par un dispositif RASED (Réseaux d'Aides Spécialisées aux Elèves en Difficulté) et par un dispositif ULIS (Unité Localisée pour l'Inclusion Scolaire). Nous nous intéressons plus particulièrement aux choix réalisés par les enseignant·es spécialisé·es pour anticiper la séance de co-enseignement dans la classe de référence.

CONTEXTE

L'inclusion des élèves à « besoins éducatifs particuliers » constitue actuellement un véritable défi pour l'école. La scolarisation de ces élèves a fait l'objet de plusieurs lois depuis une vingtaine d'années. En France, la scolarisation par l'Education nationale de tous les enfants en situation de handicap en milieu ordinaire a été rendue obligatoire suite à la loi du 11 février 2005 pour l'égalité des droits et des chances, la participation de la citoyenneté des personnes handicapées. La loi du 8 juillet 2013 d'orientation et de programmation pour la refondation de l'Ecole de la république a ensuite posé les fondements de l'école inclusive en ces termes : « Le service public reconnait que tous les enfants partagent la capacité d'apprendre et de progresser. Il veille à l'inclusion scolaire de tous les enfants, sans distinction. ». Avec cette loi, on observe un changement de paradigme, ce n'est plus à l'élève en situation de handicap de s'adapter au contexte scolaire, mais à l'école d'aménager, pour lui, les situations d'apprentissage pour le faire progresser. L'objectif est d'aller vers une école toujours plus inclusive sachant s'adapter aux besoins spécifiques. Dernièrement, la loi du 26 juillet 2019 pour une école de la confiance présente une série de mesures visant à renforcer l'école inclusive, notamment en ce qui concerne l'accompagnement des élèves en situation de handicap. Des modalités de co-enseignement peuvent également être envisagées. Celui-ci se caractérise par un travail pédagogique à deux, dans un espace physique/groupe/classe partagé et nécessite un travail conjoint de planification et d'évaluation des apprentissages (Tremblay, 2020). Selon plusieurs auteurs (Tremblay, 2020), le co-enseignement entre l'enseignant·e de la classe de référence et l'enseignant·e spécialisé·e peut être considéré comme le modèle de service le plus cohérent avec l'inclusion scolaire (Tremblay 2017).

Nous nous intéresserons ici aux actions mises en œuvre par des enseignantes spécialisées dans le cadre de deux dispositifs de soutien aux élèves à BEP en France : le RASED et l'ULIS. Les deux dispositifs se distinguent notamment par les profils des élèves concernés. En effet, les aides spécialisées du RASED concernent essentiellement les élèves d'écoles maternelles et élémentaires en grande difficulté scolaire. Les élèves scolarisé·es au titre des ULIS présentent, quant à elles et eux, des troubles des fonctions cognitives ou mentales, des troubles spécifiques du langage et des apprentissages, des troubles envahissants du développement (dont l'autisme), des troubles des fonctions motrices, des troubles de la fonction auditive ou encore des troubles de la fonction visuelle ou des troubles multiples associés (pluri-handicap ou maladies invalidantes).

Cadre théorique et méthodologique

Notre objectif étant d'analyser les pratiques enseignantes, nous nous appuierons sur le cadre théorique de la double approche développée par Robert et Rogalski (2002). Afin d'étudier la complexité de ces pratiques, Robert et Rogalski (2002) proposent une analyse en cinq composantes. La composante cognitive regroupe les analyses liées au scénario d'apprentissage planifié par l'enseignant·e ainsi qu'à ses choix (tâches, modalités, supports, organisation, …). Elle nous renseigne sur l'itinéraire cognitif élaboré par l'enseignant·e. La composante médiative englobe les analyses relatives aux interactions entre les acteurs (discours de l'enseignant·e, aides, modalités de mise au travail, …). La combinaison de ces deux composantes permet de dégager les logiques d'action de l'enseignant·e (Robert & Rogalski, 2022). Les trois autres composantes permettent de dégager les déterminants de ces pratiques en prenant en compte le métier et ses contraintes. Dans la composante personnelle, on retrouve les représentations que l'enseignant·e peut avoir sur ses élèves, sur l'enseignement des mathématiques, … La composante institutionnelle prend en considération les contraintes auxquelles est soumis l'enseignant·e (cadre législatif, programme, horaire, …). Enfin, la composante sociale relève de l'inscription de l'enseignant·e dans un collectif en tenant compte notamment des exigences et attentes de son établissement.

En appui sur ce cadre théorique, nous nous posons la question de recherche suivante :

Quelles sont les logiques d'action qui guident les enseignant·es spécialisé·es lors de l'anticipation d'une séance de co-enseignement en résolution de problèmes ?

Nous nous limiterons donc, dans cet article, à une description des activités des enseignant·es spécialisé·es. Pour répondre à cette question nous avons mené deux études de cas dans deux dispositifs d'inclusion différents (RASED et ULIS école). Nous nous sommes focalisés sur une séquence sur la résolution de problème organisée en deux temps selon le modèle théorisé par Toullec-Théry (2020), à savoir une séance d'anticipation en petit groupe (RASED ou ULIS) articulée avec une séance en classe en co-enseignement. Conformément aux caractéristiques du co-enseignement décrites précédemment, un travail de préparation conjointe a été mené dans chaque cas (notamment en ce qui concerne l'identification des objectifs de la séquence et la sélection des problèmes pour les séances de co-enseignement et d'anticipation). La chercheuse n'est pas intervenue dans la conception des séances.

Nous avons analysé plus en détails une séance d'anticipation en petit groupe. Pour chaque cas, nous disposions d'une vidéo de la séance que nous avons transcrite ainsi que de divers documents fournis par les deux enseignantes (fiches de préparation, co-projet, projet d'aide spécialisé (PAS)).

Nous avons procédé à une analyse suivant trois dimensions (Robert & Rogalski, 2002) : scénario prévu, formes de travail et interactions. Nous nous sommes principalement basés sur les fiches de préparation de la séance d'anticipation et de la séance co-enseignement y faisant suite pour reconstituer les scénarios prévus par les deux enseignantes. Les vidéos et leurs transcriptions nous ont ensuite permis d'identifier les formes de travail effectives (activité des élèves et de l'enseignante, modalités et supports) ainsi que les interactions enseignante/élève(s). La relecture de tous ces éléments d'analyse en termes d'activités effectuées par l'enseignante nous a ensuite amené à caractériser les composantes cognitive et médiative des pratiques des deux enseignantes et, *a fortiori*, de dégager des hypothèses sur les logiques d'action qui les guident.

ETUDE DE CAS EN RASED

L'enseignante A est enseignante spécialisée sur un dispositif RASED. La classe concernée par notre étude est une classe de CE2 (5H) dans laquelle 4 élèves (SE, SA, TE et LA) sont en difficultés en résolution de problèmes et soutenus par le RASED. Les difficultés de ces élèves sont principalement des difficultés au niveau de la représentation du problème. Ils présentent également un manque de compétences métacognitives et d'auto-contrôle les amenant à proposer des réponses incohérentes avec la situation problème.

L'intervention porte sur la résolution de problèmes additifs (au sens de Vergnaud, 1990) et se déroule entre novembre et décembre 2020. La séquence se compose de 14 séances alternant séance d'anticipation en petit groupe et co-enseignement en classe entière. L'objectif de la séquence, pour l'ensemble des élèves de la classe est de schématiser un problème et d'expliciter ses choix. Nous analyserons plus en détails la séance n°9. Nous avons choisi cette séance car c'est la première fois que les élèves vont avoir affaire à un problème de transformation avec recherche de la transformation, ce qui présente une difficulté majeure par rapport aux problèmes traités jusque-là (recherche de l'état final ou d'un tout)[1].

Scénario prévu

Le problème proposé aux élèves lors de la séance de co-enseignement dans la classe de référence est le suivant :

A la fin du 1er quart-temps, l'équipe Rouge de basket affiche un score de 38 points. A la fin du 2è quart-temps, le tableau des scores affiche pour eux 50 points. Combien ont-ils marqué de points pendant cette 2è période ?

Pour anticiper la résolution de ce problème, l'enseignante spécialisée (ES) propose dans la séance d'anticipation le problème suivant :

A la fin du premier quart temps, l'équipe rouge de basket, affiche un score de 16 points. A la fin du deuxième quart temps, le tableau des scores affiche pour eux 33 points. Combien ont-ils marqué de points pendant le deuxième quart temps ?

Elle envisage un travail en trois temps. Un premier temps est dédié au rappel du contrat et des connaissances antérieures ainsi qu'à une présentation des objectifs globaux et individuels. Un second temps est consacré au travail autour du problème du basket : lecture de l'énoncé et clarification du vocabulaire, représentation[2] mentale du problème, utilisation de matériel (une barquette et des jetons) pour valider la représentation mentale en individuel puis mise en commun. Le troisième et dernier temps consiste en un retour sur les objectifs et une mise en lien avec la séance de co-enseignement prévue plus tard dans la semaine.

Ce qui est attendu des élèves lors du travail au sein du petit groupe RASED n'est pas de trouver la solution mais plutôt un travail sur la compréhension de l'énoncé et représentation mentale du problème (via une simulation de la situation avec du matériel dénombrable). L'enseignante A attend également de la part des élèves qu'ils verbalisent ce qu'il se passe dans leur tête et ce qu'ils font.

Les problèmes proposés sont des problèmes de transformation d'état avec recherche de la transformation. Auparavant dans la séquence, les élèves ont uniquement rencontré des problèmes de composition ou transformation avec recherche du tout ou de l'état final. Le problème proposé en anticipation est identique au problème traité en classe, mis à part quelques reformulations (remplacement de « 1er » par « premier »

[1] Nous nous appuyons sur les recherches ayant comparé les taux de réussite à différents types de problèmes (voir par exemple Feyfant, 2015).

[2] Au sens de Julo (1995).

par exemple) et une modification des valeurs numériques. Celles-ci sont légèrement inférieures pour le problème traité en anticipation mais restent difficilement visualisables mentalement (l'ordre de grandeur n'est pas modifié). En ce qui concerne l'énoncé, il évoque une situation peu familière aux élèves. Le repérage en quarts-temps constitue une difficulté supplémentaire et le contexte choisi ne rend pas la transformation (passage d'un état initial à un état final) très transparente (les points ne forment pas une collection d'objets mais sont uniquement accessibles via le tableau des scores, objet sans doute peu familier des élèves et sur lequel la quantité est exprimée de façon symbolique – chiffres arabes). Le matériel à disposition (une barquette et des jetons), alors qu'il est destiné à aider les élèves à la représentation, peut, au contraire, constituer un obstacle. En effet, l'unique barquette ne permet de représenter l'état qu'à un instant T et rend difficile le retour sur un élément de la transformation passée.

Formes de travail

La séance dure 45 minutes. Le premier temps de la séance (10min) se passe dans un coin de la salle, les élèves sont assis sur des bancs, l'enseignante A devant un tableau blanc. Ce temps consiste essentiellement en un collectif dialogué avec de longs monologues de l'enseignante. Les élèves doivent rappeler le travail qui a été fait lors des séances précédentes (le problème et difficultés rencontrées) ensuite l'enseignante leur demande de se rappeler des différentes étapes pour la résolution qu'elle écrit au tableau. Les objectifs globaux et individuels sont énoncés[3], les élèves écoutent.

Le deuxième temps (28min) commence par un moment collectif autour d'une table ronde. Il y a d'abord rappel des étapes de travail sous forme de collectif dialogué[4] (1min), suivi d'une lecture individuelle de l'énoncé (1min). Le vocabulaire (et notamment les termes de « quart-temps », « score » et « basket ») est ensuite précisé dans un collectif dialogué (4min) et l'énoncé relu individuellement (1min). L'enseignante guide ensuite la représentation mentale de la situation (4min) et rappelle les consignes pour le travail individuel (1min) :

> ES : Vous allez tous avoir du matériel. Vous allez devoir avec le matériel comprendre ce qu'il se passe avec les points.

Pour ce travail, les élèves sont dispersés dans la salle et l'enseignante passe chez chacun pour les faire verbaliser (travail en dyade enseignant-élève). Cette recherche individuelle dure 6 minutes environ. Les quatre élèves finissent par mettre 16 jetons dans la barquette et ajouter 33 jetons. Face à cette erreur, l'enseignante A les rassemble en collectif autour de la table ronde et amorce un faux collectif dialogué (principalement avec 2 élèves) pour amener le groupe à modifier sa procédure. Le problème devient alors un problème de dénombrement (mettre 16 dans la barquette, ajouter des jetons pour arriver à 33 et compter combien on en a ajouté).

Le troisième et dernier temps de la séance (5min) se déroule au même endroit que le premier temps et consiste essentiellement en un monologue de l'enseignante sur le travail qui sera réalisé en classe entière pendant que les élèves écoutent.

Interactions

Dès le départ, l'enseignante A opte pour l'utilisation de matériel (barquette et jetons) pour aider les élèves à la représentation. Lors de la phase de travail individuelle, elle s'appuie essentiellement sur le

[3] Pour l'ensemble du groupe, l'objectif annoncé par l'enseignante A est de comprendre de quoi parle le problème et expliquer ce qu'il se passe à l'aide de matériel. En ce qui concerne les objectifs individuels, pour SE, il s'agit « que tu sois capable de me dire voilà, voilà ce qu'il se passe et voilà ce que je vais faire avec mon matériel ». Pour LA, « il va falloir toi qu'à chaque fois tu vérifies bien que ce que tu t'es imaginé dans la tête, ça correspond bien à ce que tu as fait avec les jetons ou avec les bâtons ». Et enfin, pour TE et SA, il faut « que tous les deux vous preniez bien le temps de vous représenter dans la tête, d'imaginer les choses ».

[4] Nous reprenons ce terme de Barrera-Curin et al. (2020).

questionnement pour essayer d'amener progressivement les élèves à préciser leur réponse, comme on peut le constater dans l'extrait suivant.

ES : Alors qu'est ce que tu fais ?

TE : Moi j'ai fait 16

ES : 16. Tu en as fait quoi des 16 ? Tu as fait 16 quoi ? Avec les jetons ? Tu as fait avec les jetons ?

TE : 16 jetons

ES : 16 jetons, d'accord. Tu les a mis où ?

TE montre la barquette

ES : Ok. Et qu'est ce que tu vas faire ?

TE : Après je vais rajouter les jetons

ES : Tu vas rajouter combien de jetons ?

TE : 33

ES : Tu rajoutes 33 jetons ?

TE : Oui

ES : Qu'est ce que tu vas avoir dans ta barquette après ?

TE : 33

ES : Tu dois avoir dans ta barquette 33 jetons. D'accord ? Donc réfléchis bien à ça, tu dois avoir 33 dans ta barquette, c'est ce que tu m'as dit.

Une fois passée près de chaque élève, l'enseignante A se rend compte que tous les élèves font la même erreur, à savoir mettre 16 jetons dans la barquette et en ajouter 33. Elle essaie, toujours via le questionnement, de les amener à revoir leur procédure mais sans succès. Elle les invite alors à se rassembler autour de la table ronde et va associer au questionnement une recontextualisation en faisant le lien avec le contexte évoqué dans l'énoncé (match de basket) et le matériel.

ES : Alors au départ ils ont, ils ont combien de points ?

SE : 16

(…)

ES compte les jetons

ES : 16 points au départ. Là ils ont joué. Ils ont marqué plein de points, tout ça, ils sont contents. Qu'est ce qu'ils font ?

SE : Ils font une mi-temps

SE : Ils font une pause. On fait la pause, tout ça, on se repose

Tous miment la pause

ES : Vite ça reprend ! On joue et on marque des points.

TE ajoute des jetons dans la barquette en comptant.

ES : Stop ! Comment on va savoir combien de points il faut marquer ? Jusqu'où on s'arrête ?

TE : Jusqu'à 33.

ES : A la fin de la deuxième mi-temps on s'arrête où ? 33 de ce que tu rajoutes ? Ou 33 en tout ?

TE : 33 en tout

Une autre élève va ensuite mettre 16 jetons dans un coin de la barquette et compter ce qu'il reste (correspondant aux 17 points du second quart temps).

Tout au long de la séance, l'enseignante A intervient pour maintenir l'attention des élèves (« D'accord ? », « TE, on est là, l'énoncé est là ») et parfois les encourager (« C'est une bonne idée de mettre les pions dans la barquette »).

Logiques d'action de l'enseignante A

L'enseignante A choisi de travailler la représentation du problème, c'est pour elle une condition nécessaire pour que les élèves puissent entrer dans la tâche au moment du co-enseignement et qu'ils puissent travailler au même rythme que les autres élèves. En effet, le problème utilisé en anticipation est quasiment identique à celui traité en co-intervention mais l'objectif du travail en petit groupe est de « comprendre l'énoncé d'un problème » et non de le résoudre. Plusieurs fois dans la séance, l'enseignante A rappelle d'ailleurs que l'important n'est pas la solution.

SA : Moi je sais c'est quoi la réponse

ES : C'est pas tant la réponse qui m'intéresse SA, qu'est ce qui m'intéresse de savoir ?

SA : Les points ?

ES : Ce qui m'intéresse c'est comment tu fais pour trouver une réponse.

Selon Julo (1995), la construction d'une représentation passe par 3 vecteurs :

- l'interprétation s'appuyant sur la sélection d'éléments pertinents liée aux types d'informations, au contexte sémantique, aux connaissances de l'individu ;
- la structuration (la représentation forme un tout cohérent qui se structure) ;
- l'opérationnalisation qui donne un passage à une action effective, notamment dans les calculs et tracés, ou mentale pendant les déductions.

Dans le cas de l'enseignante A, l'aide porte surtout sur l'interprétation (vocabulaire présent dans l'énoncé, explicitation du contexte, accent mis sur les éléments importants de l'énoncé, …). Elle accompagne véritablement les élèves dans cette interprétation :

ES : Alors là pour l'instant on n'a pas de cahier. Dans la situation que vous avez imaginée, les points ils sont où ? Ils sont écrits où ?

TE : Dans l'affiche

ES : Ouais, sur un tableau, une affiche avec des chiffres qui tournent, d'accord ? C'est ça qui est important, d'accord ? Est-ce que c'est important les joueurs de basket ?

Elèves : Non !

ES : Est-ce que c'est important la couleur des équipes ?

Elèves : Non !

ES : Est-ce que c'est important les joueurs, heu les spectateurs ?

Elèves : Non !

ES : Ok, tout ça pourtant vous l'avez imaginé. Mais ce qui compte pour vous c'est le tableau des scores.

L'enseignante A laisse peu de temps de réflexion individuelle (2min de lecture individuelle + 6'30 sur les 45 minutes de la séance). L'obstacle didactique (recherche d'un état intermédiaire) n'a pas été anticipé ce qui explique l'écart entre le scénario prévu et le déroulement effectif. De plus, l'enseignante ne laisse pas les élèves aller au bout de leur raisonnement erroné (16+33) dont le résultat aurait pu être remis en question collectivement. En effet, elle les arrête avant que l'erreur ne se produise : « Stop ! Comment on va savoir combien de points il faut marquer ? ».

La manipulation est au cœur des séances d'anticipation en RA. Il semble que pour l'enseignante A, il est nécessaire que les élèves manipulent des objets concrets pour qu'ils puissent se représenter une situation problème et initier des procédures de résolution (le matériel est imposé). Or l'utilisation du matériel n'est pas anticipée par l'enseignante A (et ne facilite pas ici la représentation du problème).

Enfin, il y a volonté de ne pas « tuer le problème » en utilisant le questionnement et en s'appuyant sur le collectif afin d'amener les élèves à une utilisation du matériel en adéquation avec la situation problème.

ETUDE DE CAS EN ULIS

L'enseignante B est enseignante spécialisée sur un dispositif ULIS. Quatre élèves du dispositif sont inclus dans leur classe de référence lors des séances de mathématiques (deux élèves de CE1 (4H) et deux élèves de CM1 (6H)). Nous nous intéresserons à l'anticipation d'une tâche de résolution de problème ouvert pour les deux élèves de CM1 (AD et AM). L'objectif de la séquence, pour l'ensemble des élèves de la classe est de permettre à tous de participer au rallye mathématique du département. L'anticipation se déroule sur deux courtes séances (10 minutes environ) en raison des difficultés attentionnelles des élèves de l'ULIS. Lors de la première séance, seule AD est présente. L'anticipation pour AM se fait dans la seconde séance, commune avec 3 autres élèves du dispositif.

Les deux élèves présentent un trouble du spectre autistique. AD manifeste une grande anxiété face à une nouvelle tâche et une désorganisation de son temps ainsi qu'un manque d'autonomie face à une tâche non automatisée. AM a également besoin d'être rassurée face à une tâche nouvelle. En ce qui concerne la résolution de problèmes, on peut s'attendre à ce qu'elles présentent des difficultés à élaborer des stratégies de résolution même si le contexte de celui-ci est purement mathématique (comme le souligne Dutillieux, 2008, qui a travaillé sur l'enseignement des mathématiques auprès d'enfants autistes). En revanche, elles devraient être capable de mémoriser et reproduire des stratégies déjà rencontrées (Dutillieux, 2008).

Scénario prévu

La Figure 1 illustre la tâche choisie pour la séance de co-enseignement.

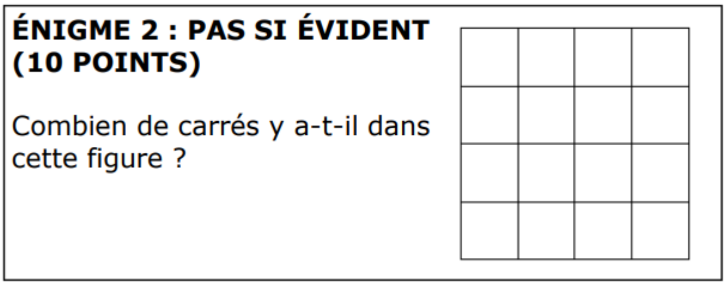


Fig. 1 : Tâche co-enseignement (extrait du rallye math GDMS 2, 2014-2015)

Afin d'anticiper le travail à réaliser lors du co-enseignement, l'enseignante B propose à AD les deux tâches illustrées par les Figures 2 et 3. Les tâches proposées à AM sont illustrées par les Figures 4 et 5.

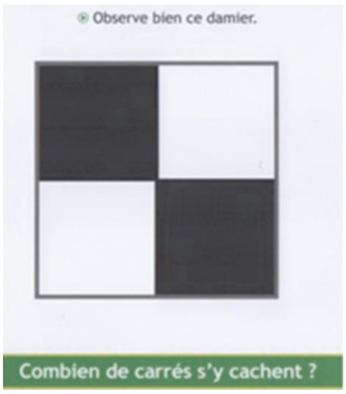


Fig. 2 : Anticipation AD : tâche 1 (extrait de Enig'maths)

Fig. 3 : Anticipation AD : tâche 2 (extrait de Enig'maths)

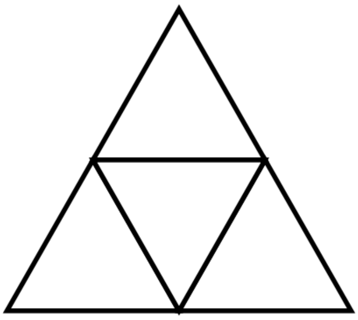


Fig. 4 : Anticipation AM : tâche 1 (Combien y a-t-il de triangles ?)

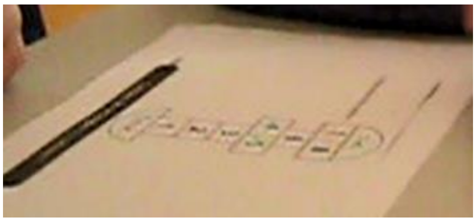


Fig. 5 : Anticipation AM : tâche 2 (Combien y a-t-il de rectangles ?)

Il s'agit de problèmes ouverts mettant en jeu un dénombrement En effet, l'élève dispose d'une figure complexe et doit dénombrer l'ensemble des carrés, rectangles ou triangles composant la figure. Ces tâches nécessitent également un changement de regard sur les figures (Duval & Godin, 2005). En effet, les sous-figures sont facilement identifiable mais il faut ensuite dépasser ce premier regard pour repérer les figures pouvant être obtenues par assemblage par juxtaposition des sous-figures de base.

On constate une progressivité dans la difficulté des tâches proposées par l'enseignante B. Que ce soit pour AD ou AM, il s'agit de repérer uniquement les 4 carrés ou triangles constituant la figure ainsi que la « grande » figure (contour de la figure). Pour la deuxième tâche, il faut procéder de façon identique et repérer en plus d'autres figures formées par les sous-figures de base (ce qui fait en tout 7 figures pour le range-couverts et 13 figures pour la marelle). En ce qui concerne la tâche réalisée en co-enseignement, le nombre de carrés à trouver est beaucoup plus élevé (30 possibilités) et peuvent être constitués de 1, 2, 3 ou 4 carrés de base. La progressivité est donc basée essentiellement sur la quantité de figures à identifier, ce qui permet, dans les premières tâches proposées, de limiter les difficultés d'énumération (au sens de Briand, 1999). Les changements de regard sont également limités (il y a moins d'assemblages possibles). En revanche, le choix de figures à caractère « figuratif » (damier, range-couvert, marelle) peut constituer un obstacle au changement de regard (Duval & Godin, 2005). Le côté utilitaire du range-couvert, par exemple, tend à focaliser l'attention sur les quatre compartiments.

Formes de travail

Pour la séance d'anticipation avec AD, le travail est mené en dyade enseignante B/élève AD. Cette séance dure 7'40. Lors de la première minute, l'enseignante B prend soin de repréciser le cadre de travail, en particulier elle cite les élèves avec qui elle devra travailler lors de la prochaine séance en ULIS et lors du co-enseignement en classe. La première tâche (Figure 2) lui est ensuite proposée sur papier et résolue rapidement (3') à l'oral avec coloriage des carrés ou contours des carrés. Le déroulé est similaire pour la seconde tâche (Figure 3).

La séance d'anticipation avec AM est un peu plus longue (12'54). La première tâche (Figure 4) est proposée aux 4 élèves présents. Le travail est dans un premier temps individuel, chacun doit écrire sur sa feuille combien il voit de triangles. Après environ 1 minute, l'enseignante B demande à chacun combien il a trouvé de triangles. Tous les élèves en ont repéré 4. S'en suit un collectif dialogué dans lequel AM soulève le fait que le contour de la figure représente lui-aussi un triangle. Les autres élèves ne sont pas d'accord donc l'enseignante donne à chacun deux triangles en papier (l'un correspondant aux petits triangles composant la figure – voir Figure 4 – et l'autre correspondant au contour de la figure). Elle leur demande, individuellement, de « voir si ces triangles existent dans leur figure ». Pendant ce temps, elle donne à AM la seconde tâche (Figure 4). Le travail se poursuit en dyade enseignante/élève. L'enseignante B passe auprès de chaque élève et le questionne jusqu'à ce que les 5 triangles soient identifiés. AM la sollicite à **5** reprises pour valider sa réponse. Les deux dernières minutes consistent en un travail en dyade enseignante/AM sur la deuxième tâche.

Interactions

Une grande partie des interactions entre l'enseignante B et les élèves (que ce soit AD ou AM) visent à maintenir leur attention et les encourager (« Vas-y », « Continue », …). Comme l'enseignante A, l'enseignante B s'appuie essentiellement sur le questionnement pour interagir avec les élèves et les amener à avancer dans la résolution du problème. Elle tente, via le questionnement, d'orienter l'élève vers la solution (« Il n'y en a pas d'autres ailleurs ? ») mais n'est jamais dans l'imposition :

> ES : Alors combien il y a de rectangles d'après toi ?
>
> AD : 1, 2, 3, 4 (en traçant le contour avec son doigt)
>
> ES : Est-ce que tu en vois un autre rectangle ? Comme pour les carrés ?
>
> AD : Non
>
> ES : Non, tu n'en vois pas d'autre. D'accord c'est très bien

Dans cet extrait, AD est au travail sur la deuxième tâche (Figure 3). Elle identifie bien les rectangles composant la figure. Pour la pousser plus loin dans sa réflexion, l'enseignante B essaie de l'amener à transposer ce qui a été fait dans la tâche précédente mais cela ne fonctionne pas. L'enseignante abandonne et y reviendra plus tard dans la séance. Elle peine à prendre en charge le blocage lié ici au changement de regard voir le renforce en insistant sur le terme « voir » (« Est-ce que tu vois un autre rectangle).

Le questionnement ne suffit pas toujours. Des éléments de réponse sont parfois donnés de manière plus explicite, que ce soit avec des mots ou des gestes. Par exemple, lors de la résolution de la seconde tâche (Figure 5), AM identifie bien les rectangles de base et les rectangles formés par deux rectangles de base mais bloque pour identifier le dernier rectangle. Pour la mettre sur la voie l'enseignante B intervient : « Réfléchis encore un peu, regarde bien, tu as dit lui et lui, lui et lui et… Regarde, encore plus grand que 2 par 2 ». Ou encore, lors de la résolution de la première tâche (Figure 2), AD a bien repéré les 4 carrés composant la figure mais ne parvient pas à aller plus loin dans son raisonnement, l'enseignante va alors lui montrer avec son doigt le contour de la figure et la questionner (« Et ça, qu'est-ce que c'est ? (montre le contour de la figure). Qu'est-ce que c'est que ça ? »).

Logiques d'action de l'enseignante B

Il semble que pour l'enseignante B, il faille entrainer les élèves sur des problèmes simples puis de plus en plus complexes afin qu'ils puissent développer et réinvestir des stratégies de résolution. Cela permettrait de le mettre en réussite en classe avec les autres élèves. Dans les deux séances, la première tâche consiste à identifier les sous-figures de base et la figure formée par le contour. La deuxième tâche comporte en plus des sous-figures formées des sous-figures de base, mais dont le contour doit être ajouté par un effort de pensée.

La résolution est guidée dans le sens où une partie de la solution est induite par l'enseignante mais celle-ci vérifie toujours que l'élève peut reformuler de lui-même la solution qui lui a été donnée, comme c'est le cas dans l'épisode suivant lors de la première séance d'anticipation avec AD.

ES : Alors ça fait combien de carrés en tout ?

AD : 1, 2, 3, 4

ES : 4. Et le grand là, ça en fait combien en plus ?

AD : 1

ES : 1. Donc 4 (montre 4 doigts). AD ! 4 et 1 ca va faire combien de carrés ?

AD : 5

ES : 5 carrés. Est-ce que tu peux me les montrer les 5 carrés ? Est-ce que tu peux les tracer avec ton doigt ? Fais-moi voir. Ou avec un crayon, vas-y

ES (en même temps que AD trace avec son crayon) : 1, 2, 3, 4 et 5

ES : C'est très très bien AD, bravo !

Cela confirme également les hypothèses de Dutillieux (2008) quant aux pics et creux de compétences des élèves autistes en résolution de problème. L'objectif poursuivi par l'enseignante n'est pas d'arriver à la « bonne » réponse (ici un dénombrement exhaustif) mais de faire progresser les élèves dans l'acquisition et la mémorisation de nouvelles stratégies de résolution.

Les caractéristiques cognitives des élèves vont également contraindre le travail de l'enseignante. En effet, leur capacité de concentration étant limitée, elle va se limiter à des tâches courtes afin de garder l'attention des élèves et leur implication dans la tâche (le temps de travail dure une quinzaine de minutes consécutives, au-delà les élèves ont besoin de faire une pause). Son discours se limite également à des questions et explications brèves. Il y a, de plus, une réelle volonté de ne pas se mettre en opposition face aux élèves qui pourraient se braquer et refuser de poursuivre le travail (comme indiqué dans l'analyse des besoins de AD réalisée par l'enseignante).

Conclusion

Dans cet article, nous avons effectué deux analyses de cas qui nous ont permis de dégager deux manières de penser l'anticipation d'une séance de co-enseignement en résolution de problèmes. D'un côté, en RASED avec un problème arithmétique basique, l'anticipation est focalisée sur la représentation du problème destiné à être donné en classe à l'aide notamment de matériel manipulable. De l'autre côté, en ULIS avec un problème ouvert, il s'agit de permettre aux élèves de mettre en place ou de s'approprier des stratégies de résolution en travaillant sur des problèmes de difficulté graduelle (jeu sur les variables didactiques). Dans les deux cas, il s'agit de mettre en place des conditions devant permettre à l'élève d'entrer facilement dans la tâche lors du co-enseignement. Pour l'enseignante du RASED, il semble que l'obstacle à cette entrée dans la tâche pour ses élèves se situe principalement au niveau de la compréhension et représentation du problème tandis que pour l'enseignante de l'ULIS, l'obstacle se situe plutôt dans la mise en place d'une stratégie de résolution.

Malgré l'intention des enseignantes spécialisées, nous avons relevé, dans les deux situations analysées, certains choix réalisés s'érigeant en obstacle aux apprentissages visés (choix du matériel dans le premier cas et choix des figures dans le second). Ces « maladresses » sont-elles liées à des difficultés dans la préparation conjointe (qui est délicate à mettre en œuvre comme l'a par exemple montré Toullec-Théry, 2021), à un manque de questionnement didactique sur les objets mathématiques en jeu (de la part des enseignantes spécialisées et/ou des enseignantes de classe ?) ? Dans tous les cas et comme nous avons pu le mettre en évidence par notre analyse, il semble que les obstacles sur lesquels d'appuient les séances d'anticipation soient trop généraux. Les obstacles didactiques spécifiques aux problèmes traités dans les séances de co-enseignement ne sont pas pris en compte. L'identification de ces obstacles constitue donc un élément crucial dans la conception des séances d'anticipation.

Les deux situations sont très différentes tant au niveau du contexte qu'au niveau des contenus mathématiques abordés. Il est difficile de savoir si les choix des enseignantes sont liés au type de problème (mais on peut supposer que la représentation du problème joue un rôle essentiel aussi dans les problèmes ouverts, de la même manière que l'identification de stratégies de résolution dans le cas des problèmes arithmétiques), aux spécificités du dispositif ou des élèves. L'observation d'autres séances ainsi qu'une analyse des autres composantes (personnelle, institutionnelle et sociale) pourrait sans doute nous renseigner à ce sujet. Par la suite, il s'agira également d'évaluer l'impact de ce travail d'anticipation sur l'activité des élèves dans le groupe classe lors du co-enseignement et d'essayer de dégager des conditions pour qu'un travail d'anticipation en résolution de problèmes puisse bénéficier aux élèves à BEP.

REMERCIEMENTS

Un très grand merci aux deux enseignantes spécialisées pour le partage de leurs pratiques qui sont au centre de cet article.

BIBLIOGRAPHIE

Bergeaut, J.-F. (2012). Résolution de problèmes et difficultés en mathématiques. *Bulletin de l'APMEP, 499,* 306-308.

Barrera-Curin, R. I., Bergeron, L. & Perreault, A. (2020). Analyse des interactions dans une classe où les élèves présentent des difficultés langagières : l'influence des pratiques d'une enseignante sur l'activité mathématique des élèves. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 23*(1), 103-133.

Briand, J. (1999). Contribution à la réorganisation des savoirs pré-numériques et numériques. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 19*(1), 41-76.

Dutillieux, G. (2008). Enseignement des mathématiques et enfants autistes. *Les Sciences de l'Education - Pour l'Ère Nouvelle, 41*(1), 65-90.

Duval, R. & Godin, M. (2005). Les changements de regard nécessaires sur les figures. *Grand N, 76*, 7-27.

Feyfant, A. (2015). La résolution de problèmes de mathématiques au primaire. *Dossier de veille de l'IFÉ, 105*, 1-20.

Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N, 100,* 59-78.

Julo, J. (1995). *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques. Un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement.* Presses Universitaires de Rennes.

Loi n°2005-102 du 11 février 2005 pour l'égalité des droits et des chances, la participation et la citoyenneté des personnes handicapées ; JORF n°36 du 12 février 2005.

Loi n°2013-595 du 8 juillet 2013 d'orientation et de programmation pour la refondation de l'École de la République ; JORF n°0157 du 9 juillet 2013.

Loi n° 2019-791 du 26 juillet 2019 pour une école de la confiance ; JORF n°0174 du 28 juillet 2019.

Noël, M. P. & Karagiannakis, G. (2020). *Dyscalculie et difficultés d'apprentissage en mathématiques : Guide pratique de prise en charge*. De Boeck Superieur.

Robert, A. & Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Revue Canadienne de l'Enseignement des Sciences, des Mathématiques et des Technologies, 2*(4), 505–528.

Toullec-Thery, M. (2020). Ingénieries didactiques coopératives et coenseignement pour contribuer à une scolarisation inclusive. *Éducation et Francophonie, 48*(2), 116-138.

Toullec-Théry, M. (2021). Un coenseignement comme réponse à une scolarisation inclusive : vers quelles transformations de pratiques. Dans G. Pelgrims, T. Assude & J.-M. Perez (dirs.). *Transition et transformations sur les chemins de l'éducation inclusive* (pp.77-95). Éditions SZH/CSPS.

Tremblay, P. (2017). Co-enseignement : transformation des dispositifs inclusifs. *Diversité, 190*(1), 69-74.

Tremblay, P. (2020). Le co-enseignement : fondements et redéfinitions. *Éducation et Francophonie, 48*(2), 14-36.

Vergnaud, G. (1990). Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques. Un exemple : les structures additives. *Petit x, 22*, 51 69.

Comment « inclure » dans une structure separee ? Le cas du jeu de taches comme pratique inclusive dans le contexte de l'enseignement specialise

Céline Vendeira

Université de Genève, Groupe ddmes

Cet article tend à présenter une piste alternative pour l'école inclusive à celles majoritairement mises en place dans de nombreux pays en réaction aux directives des politiques éducatives préconisant l'inclusion plutôt que la séparation. Le groupe ddmes développe depuis de nombreuses années un dispositif de jeu de tâches permettant de faire vivre aux élèves de l'enseignement spécialisé des expériences de rencontre avec des objets mathématiques variés qui offrent à chacun de développer ses propres connaissances sans chercher à combler les manques comme souvent dans le quotidien scolaire. Nous faisons dès lors le pari que c'est bien via les savoirs que se joue l'inclusion et non via les structures fréquentées.

Mots clés : école inclusive, enseignement spécialisé, jeu de tâches, expériences mathématiques

Introduction

Depuis quelques années l'école dite inclusive est au cœur des préoccupations scolaires du monde politique. Trop souvent nous constatons que la politique visant l'inclusion semble se concrétiser essentiellement par l'accueil d'élèves à besoins éducatifs particuliers[1] en milieu ordinaire. Plusieurs recherches (Dupré, 2020 ; Toullec-Théry, 2020 ; Trembley, 2015) pointent toutefois des effets négatifs des dispositifs d'aide mis en place afin d'accompagner les élèves dans les classes ordinaires. Actuellement, une des réponses majoritaires consiste à introduire dans le système didactique principal un professionnel supplémentaire afin d'accompagner les élèves à besoins éducatifs particuliers. Cette pratique révèle ainsi l'existence de deux systèmes didactiques parallèles, parfois peu compatibles, auxquels les élèves en difficulté (et leurs pairs sans difficultés aussi) doivent faire face. L'étude de cas menée par Dupré (2020) dans le contexte d'une ULIS (unité localisée pour l'inclusion scolaire en France) dans une classe de 5e (9H) montre par exemple dans le cas d'un co-enseignement entre un enseignant ordinaire et spécialisé qu'il y a « […] un glissement possible vers une situation de co-intervention interne qui contribue à exclure un élève du système principal pendant une grande partie de la séance » (p.175). À son tour, Toullec-Théry (2020) évoque le cas de Yohan, un élève au trouble du spectre autistique, scolarisé à mi-temps dans une classe de CE1 (4H). Cette auteure pointe la forte présence de l'AESH (Accompagnant des élèves en situation de handicap) auprès de l'élève en classe et indique que l'accompagnement ne devrait pas être rattaché à l'élève, mais au système classe. Elle conclut en indiquant que « dans cet exemple emblématique, Yohan vient en inclusion, c'est-à-dire qu'il est physiquement dans la classe, mais l'école et les pratiques ne sont pas inclusives, au sens qu'elles ne lui permettent pas d'endosser la responsabilité des situations, donc apprendre » (p.72). Cet exemple permet d'aborder la question de l'accessibilité. C'est d'abord la Loi du 11 février 2005 en France qui introduit la notion d'accessibilité globale à l'éducation comprenant notamment l'idée de scolarisation en priorité en milieu scolaire ordinaire. La spécification de cette notion quelques années plus tard en termes d'accessibilité pédagogique permet de nouvelles perspectives en ne se limitant pas à l'accès physique des

[1] « Dans le domaine de la pédagogie spécialisée, on entend par élèves à besoins éducatifs particuliers les élèves dont il est établi qu'ils présentent un risque d'échec et/ou des difficultés qui compromettent leur développement et/ou des troubles d'apprentissage et qui sont en situation de handicap. » (https://www.fr.ch/formation-et-ecoles/scolarite-obligatoire/eleves-a-besoins-educatifs-particuliers). Dans ces propos sont donc considérés de manière large les élève ayant des troubles (durables et persistants) et/ou des difficultés (provisoires et contextuelles).

personnes, mais aussi aux conditions pour un développement optimal des élèves en situation de handicap (Plaisance, 2013). Concrètement, cela concerne la conception d'environnements d'apprentissage et de cursus éducatifs adaptés aux besoins et aux compétences de chaque individu, en prenant par exemple en compte les différents styles d'apprentissage et la diversification des méthodes d'enseignement. Ce n'est que plus dernièrement que l'accessibilité didactique est venue compléter les accessibilités scolaires avec pour définition « l'ensemble des conditions permettant l'accès des élèves aux savoirs » (Assude, 2019, p.16). Dans cet article c'est le point de vue didactique que nous adoptons en partant du principe que c'est l'accessibilité didactique qui rend les pratiques inclusives.

Des travaux mettant l'accent sur les savoirs ont déjà été réalisés avec l'intention de faire entrer les élèves à besoins éducatifs particuliers dans une réelle activité mathématique (Martin & Mary, 2010 ; Mary & Theis, 2007 ; Mary et al., 2008). Dans ces recherches, l'accent est mis sur la résolution du problème pour développer de nouvelles connaissances chez les élèves. Giroux (2007) suggère quant à elle « de plonger les élèves dans des dialectiques d'action variées qui sollicitent un même objet de savoir tout en contribuant par un jeu de relances à mailler chacune de ces situations de manière à faire porter l'apprentissage non pas sur l'appropriation des différents contextes, mais sur l'enjeu mathématique sous-jacent » (Martin & Mary, 2010, p. 237).

Dans cet article nous décrivons, à notre tour, un dispositif qui s'intitule *jeu de tâches* développé depuis 2001 pour les élèves de l'enseignement spécialisé suisse romand et qui vise l'inclusion scolaire via l'accessibilité didactique.

Le contexte à l'origine de l'émergence du jeu de tâches

Le groupe ddmes (Favre, 2004) intervient auprès d'élèves de l'enseignement spécialisé suisse romand dont les difficultés et/ou troubles ne sont pas spécifiés. L'âge des élèves avec lesquels nous interagissons n'est également pas connu même s'il est généralement possible de s'en faire une idée.

De nombreuses recherches en didactique des mathématiques (Conne, 2003 ; Favre, 1994 ; Giroux, 2013) mettent en évidence des phénomènes didactiques propres à l'enseignement spécialisé tels que le ralentissement du temps didactique et le surinvestissement de certains contenus de savoirs comme le nombre et les opérations. L'ensemble de ces phénomènes révèle une écologie du didactique pas toujours très optimale dans ce contexte (Maréchal, 2020). Lors d'expérimentations sur le terrain de l'enseignement spécialisé, les membres du groupe ddmes relèvent de leur côté un phénomène récurrent et fortement présent qui est en partie à l'origine du développement du dispositif de jeu de tâches (Favre, 2008). Il s'agit de la difficulté, pour les enseignants (ou tout autre intervenant) en contexte d'enseignement spécialisé) de s'appuyer sur la réussite des élèves aux tâches qui leur sont proposées. Nous avons, à de nombreuses reprises, constaté que les productions des élèves sont imprécises, voire incorrectes et aboutissent souvent à des impasses où il est impossible pour les élèves de finaliser la tâche et pour les enseignants d'imaginer comment poursuivre à partir de leurs productions. C'est probablement en réponse à de tels constats que le morcellement des tâches et/ou l'abaissement des exigences (Peltier-Barbier, 2004) est parfois opéré. Pour notre part, nous avons opté pour une piste alternative avec le jeu de tâches. Bien que nous nous soyons depuis diversifiés, le groupe ddmes a d'abord investigué le domaine de la géométrie pour travailler avec les élèves, car celui-ci est souvent délaissé et par conséquent peu marqué par l'échec (Groupe ddmes, 2012 ; Favre, 2004). Dans cet article c'est le domaine géométrique qui est exploré auprès d'un élève de l'enseignement spécialisé. L'article de Jean-Michel Favre, dans cette même revue, donne un autre exemple sur le versant numérique[2].

[2] Le lecteur intéressé pourra aussi se référer au dernier texte produit par le groupe ddmes (Favre & Vendeira, à paraître) à l'occasion du colloque de la COPIRELEM 2023 à Marseille.

Sur la base de ces quelques éléments, voici plus explicitement les caractéristiques d'un jeu de tâches. À partir d'une tâche tirée d'un manuel, d'un objet mathématique (le cercle, la croix régulière, …) ou d'un artefact (calculatrice, boulier, matériel polydron, …), une exploration du milieu potentiel (Perrin-Glorian, 1999) est menée permettant de constituer une liste de tâches. Les tâches de cette liste ne sont pas hiérarchisées et il est possible de passer de l'une à l'autre sans que la réussite à l'une ou l'autre ne soit requise. Certaines tâches sont ensuite jouées entre un chercheur[3]/enseignant et un/des élève(s). Les réponses et productions des élèves sont des indices de leur interaction cognitive[4] en acte que les chercheurs tentent alors d'interpréter. Ces interprétations n'ont pas valeur de vérité, elles sont proactives et servent à imaginer des pistes d'action afin d'enrichir le milieu pour relancer les élèves en cas de besoin. L'enjeu des jeux de tâches est de dynamiser et faire durer les interactions cognitives et de connaissances pour les élèves de l'enseignement spécialisé pour lesquels la dévolution reste souvent un défi.

Le jeu de tâches utilise comme levier les surprises. Ces dernières sont générées par des pertes et prises de contrôles sur le milieu (Conne, 2002). Toutefois, une simple rétroaction qui validerait ou invaliderait une réponse/production ne suffit pas à surprendre et peut même générer un désinvestissement ou l'abandon. Lorsqu'un élève produit une action, il anticipe, que ce soit de manière consciente ou non, ce que celle-ci va produire. Il y a surprise lorsque l'écart entre l'attendu et ce qui se manifeste interpelle le sujet. Dans ces cas, l'élève surpris va chercher à comprendre. Cela peut se traduire par une tentative de réplique (Conne, Favre & Giroux, 2006) afin de prendre petit à petit le contrôle sur le milieu, ou par l'exploration de nouvelles pistes qui s'offrent à lui. Chaque jeu de tâches est par conséquent unique. Lors de l'exploration du milieu, nous essayons de créer des tâches qui se révèlent avoir un bon potentiel de surprise chez les élèves ou encore de penser des enchainements des tâches qui favoriseraient les surprises. Par exemple, dans le jeu de tâches présenté dans cet article, le jeu sur les différents types de réseaux provoque souvent des surprises chez les élèves.

Nous faisons ainsi le pari que le jeu de tâches permet d'aménager des expériences aux élèves de l'enseignement spécialisé autour de savoirs mathématiques variés et de les engager dans des interactions plus durables. Au-delà des savoirs mathématiques mobilisés par les élèves lors des jeux de tâches, l'exploration et la résolution de problème sont au centre.

Il est important de préciser que nous ne contrôlons pas, à priori, les savoirs mathématiques que les élèves vont expérimenter bien que l'exploration du milieu nous permette d'en avoir une idée[5]. Nous ne sommes toutefois pas à l'abri d'une surprise du côté du chercheur ! Notre cadre d'analyse des interactions s'appuie donc sur les pertes et prises de connaissances (et parfois les surprises) qui se produisent au fil du jeu. Afin d'appréhender ces dernières, nous nous focalisons sur l'action effective des élèves (réplique, nouvelle exploration, abandon, etc.) ainsi que sur le processus interprétatif du chercheur qui impacte directement ses décisions en situation.

[3] Dans la suite de cet article nous parlons du chercheur étant donné que nous décrivons les expérimentations de l'un des membres du groupe ddmes lorsqu'il intervient ponctuellement dans des classes de l'enseignement spécialisé.

[4] L'interaction cognitive désigne la part cognitive des interactions de l'élève avec le milieu. Nous parlons d'interactions de connaissances lorsque les connaissances de l'élève et du chercheur/ enseignant sont en interaction (Conne, 2003).

[5] L'exploration du milieu à laquelle nous procédons se distingue donc d'une analyse *a priori* (au sens de la Théorie des situations didactiques) étant donné que nous ne visons pas un savoir particulier.

EXTRAIT D'UN JEU DE TÂCHES AVEC UN ÉLÈVE DE L'ENSEIGNEMENT SPÉCIALISÉ

Dans ce qui suit, nous présentons un extrait d'une séance dans une institution spécialisée. Le passage décrit se déroule durant un peu moins d'une dizaine de minutes lors d'une séance de 45 minutes. Huit minutes se sont écoulées avant l'extrait choisi. C'est la deuxième fois que nous intervenons dans cette classe où 5 élèves sont présents ce jour-là. Nous proposons un jeu de tâches autour du dessin à main levée pour lequel une exploration du milieu a été réalisée (voir Vendeira, 2023). En début de séance des tâches semblables sont proposées aux élèves puis au fil de la séance elles diffèrent d'un élève à l'autre en fonction des interactions chercheur/élève(s) et des productions réalisées.

Dans ce qui suit, nous décrivons l'enchainement des tâches et détaillons le jeu de tâches proposé à Mikael. Avant l'extrait détaillé, il a été demandé à Mikael de réaliser à main levée sur une feuille vierge un carré, un rectangle et un cercle, puis de reproduire deux figures complexes (figure 1) d'abord avec le modèle puis sans.

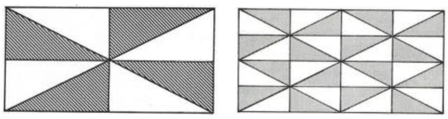


Fig. 1 : Figures complexes à reproduire juste avant la tâche impliquant le symbole Mitsubishi

Nous serons attentifs aux axes développés dans la partie précédente, à savoir les surprises, les pertes et prises de contrôle révélatrices des connaissances en construction et les interactions élèves-chercheurs qui guident le jeu. C'est à partir de ces éléments que nous évaluons 1) les effets du dispositif sur l'élève en situation et 2) les interprétations possibles du chercheur et les prises de décisions qui en découlent.

L'ensemble de ces analyses est donc en partie basé sur des interprétations. Lors du jeu de tâches, les interprétations ont pour fonction de relancer et faire durer les interactions en fonction de ce que le chercheur pense comprendre de la situation. En dehors de la situation de classe, l'interprétation vise à s'intéresser à ce que font véritablement les élèves de l'enseignement spécialisé ainsi qu'à enrichir le processus interprétatif et l'exploration du milieu en créant par exemple de nouvelles tâches.

Tâche 1 : Une surprise qui engage à explorer

Lors de cette première tâche, Mikael doit reproduire, à main levée, le symbole Mitsubishi à partir de son modèle : « est-ce que tu arrives à reproduire le même symbole sur ta feuille ? » Il réalise un premier dessin à main levée sur une feuille blanche dont nous détaillons les étapes dans ce qui suit.

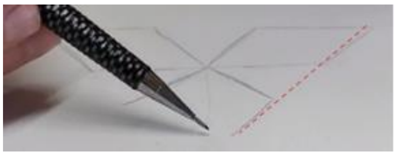
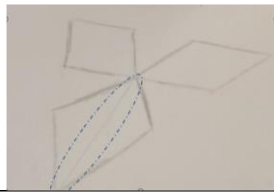
Fig. 2 : Symbole Mitsubishi à reproduire à main levée sur une feuille blanche

Voici ci-dessous les différentes étapes par lesquelles Mikael passe pour commencer à reproduire le symbole[6].

[6] L'angle de vue reste la même tout au long de la description, c'est-à-dire que l'élève conserve sa place. Si la photo offre un point de vue qui semble avoir changé, c'est que Mikael a tourné sa feuille ou bougé son bras.

		
1° Mikael débute par le triangle (non fermé) à la base du symbole qui est intercalé entre deux losanges. 	2° Puis il trace des segments de chaque côté pour obtenir les bases des losanges.	3° Il complète ensuite le losange de droite, puis celui de gauche en respectant le parallélisme des côtés opposés et en veillant à les refermer en un point.

Il poursuit ensuite son dessin pour finaliser la construction du symbole.

		
4° Pour tracer le dernier losange, il trace d'abord le V en bas du losange.	5° Pour tracer le côté en haut à gauche du symbole, il prolonge le segment du côté du losange en bas à gauche (représenté en pointillés rouges sur la figure) pour obtenir la direction à suivre. Il le fait sans toucher la feuille. Il utilise aussi ce tracé « fictif » pour modifier la longueur des segments constituant le V du losange déjà tracé.	6° Enfin, il trace l'axe de symétrie vertical du symbole pour savoir où est son sommet afin de terminer le losange. On peut supposer que son tracé est léger parce qu'il s'agit d'un trait de contrôle et non d'un segment appartenant au symbole Mitsubishi.

Du point de vue des mathématiques rencontrées, nous remarquons que la procédure de construction de cet élève s'appuie probablement, de manière implicite (lors du dessin de la base à l'étape 1° ou du V du losange supérieur de l'étape 4°) ou explicite (lors du dessin du haut du losange supérieur des étapes 5° et 6°) sur les propriétés de symétrie axiale de la figure. Il mobilise également les relations de parallélisme, d'alignement et d'intersection de segments. À travers cet exemple, on remarque que l'élève, sans instrument, doit se donner des moyens de contrôler les propriétés géométriques du symbole afin de le reproduire.

À l'instar de beaucoup d'élèves face à cette tâche, Mikael ne procède pas losange par losange, mais décompose d'emblée dimensionnellement la figure (Duval & Godin, 2005).

À la fin de la construction, le chercheur demande à l'élève s'il est satisfait de sa production, ce qui va engendrer quelques échanges et lancer la tâche suivante :

1. Mikael. confirme qu'il est satisfait et ajoute « C'est un peu un triangle en fait ».
2. Chercheur : « Tu me montres ? »
3. Mikael montre sur le modèle avec son doigt en faisant le contour du triangle (en pointillé dans la figure 3 ci-dessous).

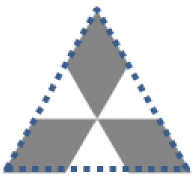


Fig. 3 : Contour du symbole réalisé avec le doigt par M. indiquant le triangle entourant le symbole

4. Chercheur : « Est-ce que tu crois que tu pourrais alors partir d'un triangle [pour construire le symbole] » (le chercheur prend une feuille à réseau triangulaire)
5. Mikael : « Partir d'un triangle »
6. Chercheur : « Partir d'un triangle ou utiliser cette feuille… »
7. Mikael : « Partir d'un triangle »

Alors que Mikael s'appuie sur les bords du grand triangle (dans lequel le symbole Mitsubishi est inscrit) tout au long de sa reproduction, la découverte de sa présence au tour de parole 1 est étonnante. En effet, pour les deux premiers losanges comme pour le troisième, Mikael se base sur des alignements constitutifs des bords du triangle :

- alignement des bases des deux losanges (étape 2°)
- alignement des côtés opposés parallèles des deux bases (étape 3°).
- alignement des côtés du troisième losange selon les côtés respectifs des deux premiers dessinés (étape 5°).

Mikael semble avoir un contrôle assez puissant des relations qui existent entre les segments de la figure, ce qui pourrait expliquer pourquoi ce n'est qu'en bout de course que la surface triangulaire se manifeste à lui.

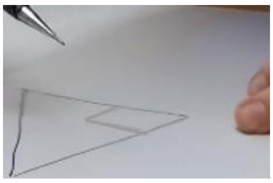
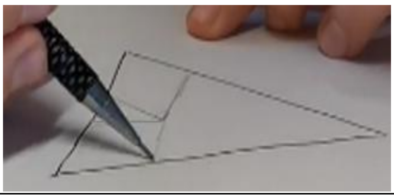
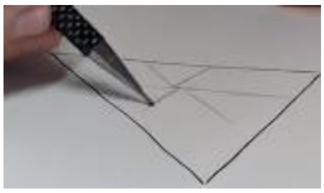
Un autre aspect qui interpelle concerne la manière dont Mikael réalise ses segments « à la manière d'un dessinateur ». L'analyse *a posteriori* de la séance donne envie d'aller regarder ce qu'il aurait fait si on lui avait demandé de reproduire le symbole en un seul coup de crayon, sans lever la main (tâche appartenant au jeu de tâches, mais pas jouée durant la séance).

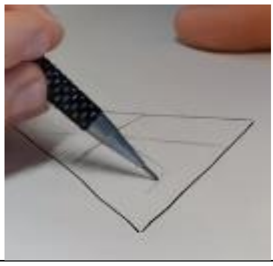
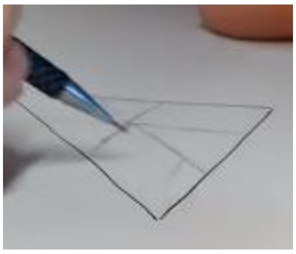
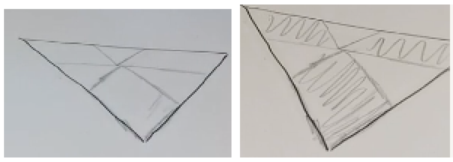
Le chercheur, partant de ses interprétations, propose une nouvelle tâche. Il s'agit de reproduire le symbole Mitsubishi, mais cette fois sur un réseau triangulaire afin éventuellement de faire apparaître les trois surfaces losanges qui le constituent.

Toutefois Mikael se donne une nouvelle tâche et ne suit pas celle proposée par le chercheur. Il souhaite reproduire le symbole à main levée à l'intérieur d'un triangle déjà tracé. On peut donc faire l'hypothèse que la surprise de la découverte du grand triangle dans lequel le symbole est inscrit permet à Mikael d'explorer de nouvelles pistes. À ce stade, la surprise de Mikael semble suffire à le relancer et faire durer ses interactions cognitives avec le milieu.

Tâche 2 : Des pertes et prises de contrôles comme indice des connaissances en actes des élèves

Mikael se lance dans la nouvelle tâche de reproduction du symbole Mitsubishi inscrit dans un triangle équilatéral déjà tracé en procédant selon les étapes ci-dessous.

		
7° Mikael débute avec le losange en bas à gauche.	8° Puis, partant du point d'intersection où les sommets de deux losanges se rencontrent, il crée le second losange.	9° Il poursuit par la réalisation du dernier losange.

		
10° Mikael ne prolonge pas son segment jusqu'au côté du triangle, il s'arrête avant.	11° Il décide finalement de prolonger son trait jusqu'au bord du triangle.	12° Sa production est terminée. Il colorie les trois parties du symbole. Sa production lui convient, il ne souhaite pas la reprendre. Toutefois, nous constatons que les formes produites ne sont pas des losanges et que les proportions ne sont pas correctes.

Ce qui semble intéressant ici, c'est à quel point le changement de milieu influence la procédure de Mikael. Il procède, cette fois-ci, losange par losange et les propriétés de la symétrie axiale semblent peu respectées à l'inverse de sa première production.

Revenons maintenant sur les étapes 10° et 11° lors desquelles Mikael semble confronté à un dilemme nécessitant d'opérer un choix. Dans l'étape 10°, Mikael interrompt son trait avant d'avoir atteint le bord du triangle. Nous pouvons nous demander si ce n'est pas le respect de certaines caractéristiques qui explique ce premier choix. En effet, s'il se base sur la vision globale qu'il a de « l'aspect général d'un losange », rejoindre le bord du triangle l'en éloignerait trop. Il aurait pu, s'il avait poursuivi dans cette logique, produire quelque chose proche de la figure 4. Toutefois, la tâche précédente (étapes 1° à 6°) l'ayant amené au constat du symbole Mitsubishi inscrit dans un triangle l'amène probablement à corriger son trait pour rejoindre le bord du triangle. On voit ici l'importance des répliques d'une même tâche à plusieurs reprises à l'identique, mais aussi de faire varier les supports qui permettent de prendre le contrôle sur d'autres aspects du milieu. Il aurait été intéressant de lui demander de réessayer encore une fois cette même tâche afin d'observer s'il aurait mieux contrôlé les deux contraintes impliquées dans ce milieu, à savoir 1° l'aspect global du symbole à reproduire et 2° l'inscription du symbole dans un triangle.

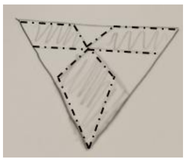


Fig. 4 : Exemple possible de production si Mikael avait procédé à un autre choix (en traitillé sur le symbole produit)

Les différentes traces des étapes de constructions de Mikael sont donc révélatrices des choix opérés par l'élève et nous renseignent sur l'état de ses connaissances et les choix opérés les uns contre les autres. Elles permettent également de mettre en évidence des changements de procédures en fonction des éléments constitutifs du milieu proposé (reproduction du symbole sur une feuille blanche ou inscrit dans un triangle).

Tâche 3

À la suite de cette tâche, le chercheur demande à l'élève s'il est maintenant capable de réaliser le symbole Mitsubishi sur une feuille blanche, mais sans le modèle à disposition. Mikael procède alors exactement de la même manière que lors des étapes 1° à 6° décrites dans la tâche 1. La connaissance du symbole inscrit dans un triangle ne modifie pas sa procédure initiale sur feuille blanche. Toutefois, cela ne veut pas dire qu'il ne considère pas les relations qu'il a découvertes à cette occasion.

Tâche 4 : Les interactions cognitives et de connaissances guident le jeu

Partant de la production de Mikael, le chercheur propose une nouvelle tâche.

1. Chercheur : « Est-ce que tu crois que tu pourrais en rajouter ici [des losanges] dans les trous ? Qu'est-ce que ça donnerait si tu en rajoutais ? » (il part donc du symbole déjà dessiné et y ajoute 4 pointes.)

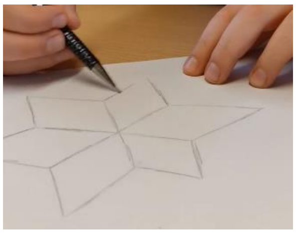
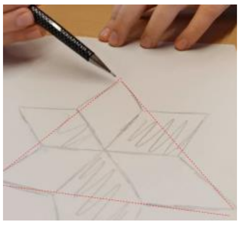


Fig. 5 : Production de Mikael à la tâche 5

2. Chercheur : « Ouah, c'est pas mal, qu'est-ce que ça donne ? »
3. Mikael : « Comme une étoile ».
4. Chercheur : « Comme une étoile, hein. Tu penses que tu pourrais poursuivre comme ça [en ajoutant des losanges dans les trous] ? »
5. Mikael : « C'est un peu un triangle au fait si on regarde bien » (il fait le tour d'un des deux triangles avec son doigt).
6. Chercheur : « À quel endroit ? »
7. Mikael : « On voit là que par exemple là t'as le logo » (il colorie les trois losanges du symbole) « et derrière ça fait le triangle » (il passe son doigt sur les traitillés de la figure 6b.).

a



b

Fig. 6 : Explication de Mikael sur la présence d'un triangle derrière le symbole

8. Chercheur ; « Ah ouais, et le logo, ça en fait pas un aussi ? (le chercheur pointe avec son doigt).
9. Mikael : « Si ».
10. Chercheur : « Est-ce que tu es d'accord de repasser sur un triangle avec une couleur et sur l'autre avec une autre couleur pour voir ce que ça donne ? »

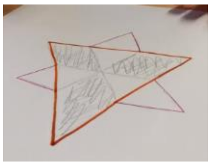


Fig. 7 : Production de Mikael qui révèle les deux triangles présents dans sa production

Au tour de parole 8, on constate que le chercheur propose une nouvelle tâche à l'élève qui pourrait l'amener vers une nouvelle production. Toutefois, la remarque de Mikael au tour de parole 9, va finalement relancer le jeu de tâches différemment. Cet exemple met en exergue le fait que les interactions cognitives entre l'élève et le milieu et les interactions de connaissances avec le chercheur sont primordiales pour dynamiser et faire durer le jeu de tâches. Dans le cas de Mikael on remarque même qu'il est quasi en autonomie avec le milieu via les surprises générées par celui-ci qui l'engage à chaque fois dans de nouvelles tâches à explorer sans nécessiter l'intervention du chercheur.

Au tour de parole 11, on peut mettre en évidence une surprise chez Mikael qui perçoit une nouvelle fois, semble-t-il tardivement, la présence d'un grand triangle sur sa production. Alors que le chercheur cherche de son côté à savoir si Mikael voit les deux symboles Mitsubishi qui s'entrelacent, mais Mikael reste sur les triangles. Il perçoit d'ailleurs un triangle « sous » un autre, c'est-à-dire que celui du dessus recouvre partiellement le second (figure 8a). Il aurait tout aussi bien pu voir la superposition de deux triangles figure 8b) ou l'assemblage par partage d'une étoile en un grand triangle et trois petits (figure 8c) comme le mentionne Duval (1988).

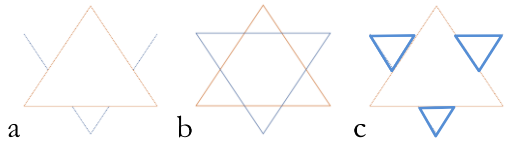


Fig. 8 : Trois manières possibles de percevoir les deux triangles à partir de la production de M. dans la figure 6

Une nouvelle fois le chercheur est tenté de proposer à Mikael un réseau triangulaire. Toutefois d'autres questionnements semblent occuper ce dernier, ne laissant pas la place pour cette relance.

Conclusion

Dans cette conclusion, nous revenons sur les différents éléments qui, dans l'extrait du jeu de tâches avec Mikael, nous permettent de conclure que le dispositif proposé regroupe bien les conditions nécessaires pour dynamiser et faire durer les interactions autour de savoirs mathématiques variés avec cet élève de l'enseignement spécialisé. De ce point de vue, il s'agit bien d'un dispositif inclusif selon la définition développée en début d'article.

Partant de cet extrait de jeu de tâches, on voit tout d'abord comment des objets mathématiques de base sont abordés différemment par rapport à des tâches plus classiques en classes ordinaires. Mikael investit des connaissances autour des propriétés de la symétrie axiale d'une figure non usuelle et certaines relations géométriques telles que le parallélisme, l'alignement, les intersections de droites. Ainsi, même si habituellement ces contenus sont possiblement marqués par l'échec chez les élèves de l'enseignement spécialisé, Mikael n'a possiblement pas conscience des mathématiques embarquées dans la situation peut-être du fait du changement de contexte de la tâche. Il peut ainsi s'engager pleinement dans la tâche et faire des expériences mathématiques. Le processus de dévolution semble fonctionner. Nous précisons que cet extrait donne à voir l'enchainement de certaines tâches avec Mikael qui a été par ailleurs très différent avec les autres élèves de la classe. Chez un autre élève, le travail autour du symbole Mitsubishi a par exemple permis d'aborder la décomposition du losange en triangles équilatéraux impliquant des expériences relatives aux propriétés du losange. De son côté, Mikael réalisait indifféremment des parallélogrammes quelconques ou des losanges pour reproduire le symbole. C'est donc un seul des axes de symétrie du symbole Mitsubishi qui était respecté, le vertical par rapport au positionnement de la feuille de Mikael.

En répondant à la demande de reproduction du symbole Mitsubishi, Mikael rend manifestes (et potentiellement visibles pour le chercheur) certaines connaissances qu'il mobilise. Nous appuyant sur notre compréhension des expériences vécues par les élèves, nous pouvons changer de tâches dans le cas d'une impasse ou proposer des répliques afin que ce dernier puisse prendre petit à petit le contrôle sur le milieu. L'extrait proposé dans cet article met davantage en évidence le déroulement d'un jeu de tâches dirigé par des interactions cognitives et de connaissances entre le chercheur et l'élève et des surprises que par des impasses.

Pour finir, le changement des éléments constitutifs du milieu entre les quatre tâches proposées a permis de mettre en évidence des procédures différentes et très cloisonnées chez Mikael qui nous renseignent sur l'état de ses connaissances en construction et surtout sur le fait qu'il soit capable d'envisager des compromis entre plusieurs contraintes rencontrées afin de mieux contrôler le milieu ou sinon de repérer si l'une est prioritaire sur l'autre. On peut également percevoir une certaine maitrise chez Mikael qui l'amène toutefois aussi à une certaine rigidité. Il a ainsi un contrôle assez puissant des relations entre les réseaux de droites/segments de la figure et il maîtrise ses tracés en opérant un certain nombre de contrôles. Dans les extraits choisis, rien ne contraint Mikael à modifier ses procédures, qui sont efficaces, en faveur d'autres comme le fait de prendre en considération les trois surfaces losanges qui constituent le symbole. Malgré les deux tentatives du chercheur d'embarquer l'élève dans cette direction, cela n'a pas abouti. Il serait dès lors intéressant, en jouant sur les tâches et les éléments constitutifs du milieu, d'aller voir s'il en est capable et comment il adapte ses connaissances.

BIBLIOGRAPHIE

Assude, T. (2019). Dynamique inclusive, don et reconnaissance. *La nouvelle revue – Education et Société inclusives, 86*,13-26.

Conne, F. (2002). Pertes de contrôle et prises de contrôles dans l'interaction de connaissances. Dans J.-L. Dorier & Al (dir.), *Actes de la XI ème école d'été de didactique des mathématiques, Corps, France, aout 2001*. La Pensée Sauvage. https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-01941964

Conne, F. (2003). Interactions de connaissances et investissements de savoir dans l'enseignement des mathématiques en institutions et classes spécialisées. Dans C. Mary & S. Schmidt (dir.), *La spécificité de l'enseignement des mathématiques en adaptation scolaire* (pp.82-102). Education et Francophonie, vol. XXXI (2) [Online].

Conne, F., Favre, J.-M. & Giroux, J. (2006). Répliques didactiques aux difficultés d'apprentissage en mathématiques : le cas des interactions de connaissances dans l'enseignement spécialisé. Dans P.A. Doudin & L. Lafortune (dir.), *Intervenir auprès d'élèves ayant des besoins particuliers. Quelle formation à l'enseignement ?* (pp. 118-151). Les Presses de l'Université de Montréal.

Dupré, F. (2020). Analyse didactique d'une séance de coenseignement entre un enseignant spécialisé et un enseignant ordinaire dans le cadre de pratiques inclusives au collège. *Education et francophonie*, *48*(2), 160-179.

Duval, R. (1988). Approche cognitive des problèmes de géométrie en termes de congruence. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives,* 5, 37-65.

Duval, R. (1994). Les différents fonctionnements d'une figure dans un raisonnement géométrique. *Repère IREM, 17*, 121-138.

Favre, J.-M. (1994). Élaborer une démarche d'enseignement par l'observation de la formation et de l'évolution d'un concept : la multiplication. *Grand N, 53*, 27-37.

Favre, J.-M. (2004). La création d'un groupe de recherche pour étudier les questions d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques dans l'enseignement spécialisé. Dans V. Durand-Guerrier & C. Tisseron (dir.) *Actes du séminaire ARDM 2003 de didactique des mathématiques* (pp. 127-140). IREM Paris 7.

Favre, J.-M. (2008). Jeu de tâches : un mode d'interactions pour favoriser les explorations et les expériences mathématiques dans l'enseignement spécialisé. *Grand N, 82,* 9-30.

Favre, J.-M. & Vendeira, C. (à paraître). Jouer des tâches avec les élèves : une alternative aux problèmes pour qu'ils se mettent à chercher. *Actes de la COPIRELEM 2023.*

Giroux, J. (2013). Étude des rapports enseignement/apprentissage des mathématiques dans le contexte de l'adaptation scolaire : Problématique et repères didactiques. *Education et Didactique, 7*(1), 59-86.

Groupe ddmes (2012). Des narrations pour partager et faire rebondir nos expériences mathématiques dans l'enseignement spécialisé. *Actes des deuxièmes journées didactiques de La Chaux d'Abel.*

Martin, V. & Mary, C. (2010). Particularités de l'enseignement des mathématiques à des élèves en difficulté en classes régulières ou spéciales. *GDM 2010*, 229-240.

Mary, C., Squalli, H. & Schmidt, S. (2008). Mathématiques et élèves en difficulté grave d'apprentissage : contexte favorable à l'interaction et au raisonnement mathématique. Dans J. Myre Bisaillon & N. Rousseau (dir.), *Les jeunes en grande difficulté. Contextes d'intervention favorables* (pp.167-192). Les Presses de l'Université du Québec.

Mary, C. & Theis, L. (2007). Les élèves à risque dans des situations problèmes statistiques : Stratégies de résolution et obstacles cognitifs. *Revue des Sciences de l'Education, 33*(3), 579-599.

Maréchal, C. (2010). *Effet des contraintes institutionnelles sur les pratiques enseignantes dans l'enseignement spécialisé. Une analyse didactique à partir du cas de l'introduction à l'addition*. Thèse de l'Université de Genève.

Peltier-Barbier, M.-L. (Ed.). (2004). *Dur d'enseigner en ZEP*. La Pensée sauvage.

Perrin-Glorian, M.-J. (1999). Problèmes d'articulation de cadres théoriques ; l'exemple du concept de milieu. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 19*(3), 279-321.

Plaisance, E. (2013). De l'accessibilité physique à l'accessibilité pédagogique : vers un renouvellement des problématiques ? *La nouvelle Revue de l'Adaptation et de la Scolarisation, 63,* 219–230.

Toullec-Théry, M. (2020). L'AESH, aide ou écran à l'inclusion scolaire ? *Ressources*, *22*, 64-72.

Tremblay, P. (2015). Le coenseignement : condition suffisante de différenciation pédagogique ? *Formation et Profession, 23*(3), 33-44. http://dx.doi.org/10.18162/fp.2015.276

Vendeira, C. (2023). Le dessin à main levée pour les apprentissages géométriques à l'école primaire. Dans C. Guille-Biel Winder & T. Assude (Coord.). *Articulations espace sensible, espace graphique, espace géométrique. Ressources, pratiques et formation.* Iste Science Publishing.

LE MESO-ESPACE : UN ETAYAGE DIDACTIQUE ?

Stéphanie Dénervaud, Thierry Dias, Jimmy Serment

Haute Ecole Pédagogique du canton de Vaud

Dans cet article nous relatons une expérience conduite en classe spécialisée à partir du jeu Architek. Nous cherchons à montrer comment l'utilisation d'une situation d'apprentissage inscrite dans celle du meso-espace peut être assimilée à une forme d'étayage dédiée à certaines difficultés d'apprentissage des élèves. L'adaptation du jeu de construction (Architek) est également proposée dans une séance conduite en formation initiale des enseignants spécialisés[1]. En utilisant le même environnement didactique, nous explorons la complémentarité des deux tailles d'espace que sont le micro-espace et le meso-espace.

Mots-clés : géométrie, meso-espace, difficultés d'apprentissage, jeu, solides

CONSTRUCTION DES CONNAISSANCES SPATIALES

Des expériences préalables nécessaires

Lorsqu'un très jeune enfant réussit la tâche consistant à glisser un cube puis un cylindre dans une boîte ne permettant de distinguer ces deux objets que par une de leurs sections, il ne sait rien de la théorie géométrique relative aux propriétés de ces différents objets (cercle, carré, section, diamètre, etc.). Par une série d'expériences sensibles, ce jeune enfant est cependant à même de comprendre *in fine* que chaque objet correspond à un trou dans la boîte. Il n'apprendra que beaucoup plus tard, et dans un autre environnement que sa chambre ou son parc à jouer, que chacun de ces objets a un nom. C'est ensuite en contexte scolaire que ces différents objets seront classés selon des propriétés répertoriées dans une théorie qui les organise : la géométrie. Cette discipline scolaire fondée sur un répertoire de concepts théoriques fait notamment appel à une représentation langagière qui doit prendre en compte les expériences réalisées dans un environnement spatial au cours du développement de l'individu. Didactiquement parlant, les travaux de Berthelot et Salin (1999) ont fait la lumière sur une chronologie dans la construction des connaissances du sujet en lien avec son développement cognitif : d'abord spatiales puis géométriques. La cognition incarnée par les gestes, les déplacements, le toucher de la personne est préalable au discours conventionnel et progressivement normé qui portera sur ses expériences. Notons que la notion de cognition incarnée à laquelle nous faisons référence ici ne se limite pas à une prescription de situations concrètes pour enseigner, mais renvoie à tous les types d'interactions avec les objets de connaissance (Núñez et al., 1999). En effet, un cube à manipuler de 10 cm d'arête est tout aussi concret que son homologue de 1 m d'arête. En revanche, il ne permet pas les mêmes rapports effectifs avec le sujet sur le plan sensible, que ce soit par la perception haptique ou visuelle.

Les deux domaines de connaissance, spatiales et géométriques, sont épistémologiquement et donc didactiquement dépendants, car les connaissances géométriques permettent des modélisations de l'espace. Comme on le verra un peu plus loin, tant l'espace que la géométrie provoquent un certain nombre d'obstacles lors des apprentissages à l'école. Les liens entre les deux domaines sont insuffisamment explicités et la théorie à laquelle les élèves sont censés avoir accès en situation d'apprentissage géométrique ne s'appuie pas toujours sur un réseau d'expériences suffisamment riches dans leur nombre et leur diversité. Notons ici que les expériences individuelles dont on parle ne se limitent pas à celles vécues dans le domaine spatial en trois dimensions, celles qui sont relatives aux tracés par exemple doivent également être prises en compte. L'obstacle est encore, comme dans bien d'autres domaines d'apprentissage scientifique, celui du passage du pratique au théorique.

1 Le masculin est utilisé dans cet article à titre épicène.

Le meso-espace, c'est quoi ?

La construction des connaissances spatiales relève essentiellement de l'expérience individuelle, l'environnement dans lequel les situations d'apprentissage sont proposées est donc déterminant. Dans le contexte scolaire, on peut distinguer au moins trois types d'environnements (Brousseau, 2000 ; Berthelot & Salin, 1992 ; Bloch & Salin, 2004) en regard de leur taille vis-à-vis du sujet et de ses représentations : un domaine très proche de lui et très commun à tout élève qui se limite à son espace de travail direct à savoir son bureau, un autre plus étendu et relativement éloigné, « où l'enfant doit concevoir ses propres déplacements » (Brousseau, 2000, p.7), correspondant grossièrement à celui de sa salle de classe (ou de la cour de l'école) et enfin, un troisième correspondant à un espace non perceptible d'un seul regard qui pourrait être assimilé globalement à celui de l'établissement (bâtiments, cour, annexes, etc.) pour rester dans le contexte scolaire. Ce troisième environnement pourrait d'ailleurs se décliner en plusieurs types relativement aux distances ou au point de vue du sujet dans cet espace (position surélevée, utilisation d'un instrument de rapprochement, etc.). Dans la littérature didactique dont nous ne ferons pas ici une revue, un certain consensus est établi quant à la dénomination de ces trois tailles d'espace, on parle de micro-espace, de meso-espace et de macro-espace (Brousseau, 2000).

On comprendra aisément que la question des objets (et corrélativement de leurs propriétés) est différente dans chacune de ces tailles d'espace puisque le sujet n'entretient pas les mêmes relations avec eux. On peut faire le tour d'un objet en se déplaçant, grimper dessus, se glisser dessous, voire même entrer à l'intérieur s'il est suffisamment grand : dans ce cas il s'agira d'une expérience dans le meso-espace.

> …lorsqu'il se déplace dans un territoire placé sous le contrôle de la vue (comme la salle de classe ou la cour de récréation), un élève est confronté à différentes perspectives présentant des parties communes. La coordination de ces multiples représentations lui permet d'accéder à une conception globale de ce meso-espace auquel il est confronté. (Gibel & Blanquart-Henry, 2017, p.41)

Au-delà des tailles de l'espace environnant dans lequel se déroule la situation d'apprentissage, c'est bien la nature des interactions (d'actions et de validations) possibles entre l'élève et les objets sensibles qui est le facteur principal de spécificité à prendre en compte pour les distinguer. Dans l'espace très proche, celui du bureau de l'élève (micro-espace), il y a peu de mouvements corporels possibles. Les gestes sont donc succincts et s'inscrivent dans un répertoire d'actions relativement limité. L'orientation de l'objet dans l'espace dépend des manipulations de l'élève, par exemple réorienter le plateau de jeu, et non pas de ses déplacements ou de son point de vue qui reste assez statique.

En termes d'apprentissage dans le meso-espace, deux atouts sont à relever selon nous : celui du potentiel d'action et de déplacement des élèves (rapports effectifs et enrichis avec les artefacts matériels) et celui du langage nécessaire à la communication entre les élèves en situation didactique. On peut en effet parler d'un effet catalyseur du meso-espace dans les échanges verbaux entre les acteurs, qu'il s'agisse d'un simple contexte d'expression ou même lorsque l'enjeu est celui du raisonnement ou de la preuve (Dias & Serment, 2016). En effet, le meso-espace requiert généralement une collaboration entre élèves pour interagir avec le milieu, ce qui génère *de facto* une situation de communication.

Quelles difficultés principales pour apprendre ?

Dans cet article, nous avons souhaité concentrer nos propositions didactiques selon un angle spécifique : celui des difficultés d'apprentissage. Elles peuvent être observables dans des contextes scolaires très divers, qu'ils soient ordinaires ou spécialisés. Elles peuvent concerner des élèves en difficulté provisoire ou des élèves ayant des troubles plus importants. Nous nous intéressons en effet depuis plusieurs années à une catégorie d'élèves nommée *mathematics learning disabilities or difficulties* (MLD) qui reste d'ailleurs relativement difficile à définir (Deruaz et al., 2020). Les propositions qui vont suivre sont donc plutôt à catégoriser comme des étayages relevant d'adaptations préventives et spécifiques et non pas comme des remédiations (Anghileri, 2006). Elles concernent principalement des notions relatives aux représentations spatiales et à leurs liens avec des connaissances géométriques.

Lorsqu'il s'agit de la construction des connaissances spatiales et géométriques, les facteurs sources de difficulté d'apprentissage sont assez nombreux et nous n'en ferons pas ici une étude exhaustive. Nous sommes néanmoins en mesure d'en dresser une liste que nous avons choisi de présenter sous la forme de besoins principaux des élèves en difficulté : manipuler et expérimenter, collaborer, interagir verbalement, changer de point de vue sur les objets et s'appuyer sur des connaissances spatiales pour construire une compréhension des propriétés géométriques. Le repérage de ces besoins est le résultat d'un nombre important d'expérimentations que nous avons conduites en classe ces dernières années dans le cadre de l'enseignement de la géométrie, plus particulièrement dans un environnement tridimensionnel en appui sur les objets mathématiques que sont les polyèdres (Dias & Serment, 2020).

Support de l'expérimentation : le jeu Architek

Présentation du jeu Architek (version de base)

Dans sa version commerciale, Architek est un jeu éducatif présenté alternativement comme un jeu de logique, de géométrie, de physique, de concentration, de motricité fine ou de perspective selon les libraires qui le proposent dans leurs catalogues, ou en ligne sur leurs sites. Notons qu'il fait également intervenir la notion de rotation mentale même si cela n'est jamais mentionné par les éditeurs. Concernant l'âge cible des enfants, là aussi plusieurs références existent selon les présentations éditoriales. Elles varient de 4 à 8 ans pour l'âge minimal et s'étendent sans limite pour le maximum. Dans sa version d'origine (Editions Chenelière Éducation), la boîte de jeu contient 18 blocs dits « géométriques » qui sont des solides particuliers pour 16 d'entre eux, et deux autres non conventionnels :

- 4 cubes,
- 4 prismes rectangulaires,
- 4 prismes tronqués,
- 2 prismes triangulaires,
- 2 cylindres,
- 1 demi-cylindre,
- 1 pont.

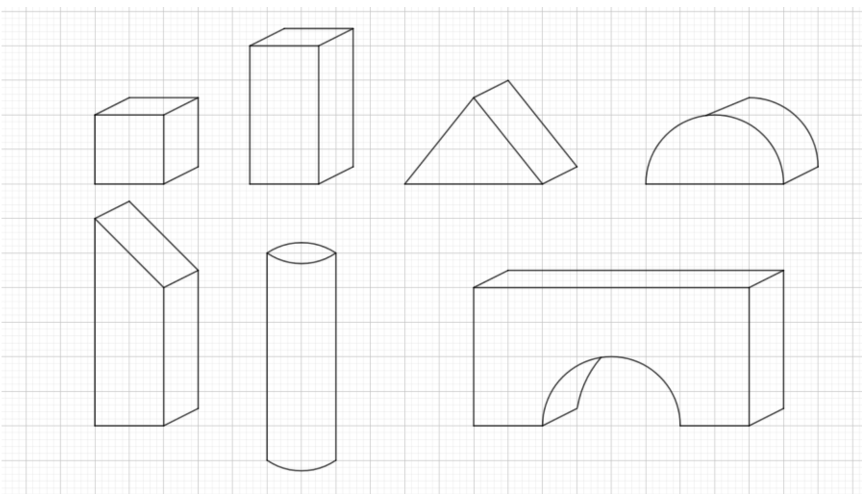


Fig. 1 : Pièces du jeu Architek

La boîte de jeu contient également 90 cartes proposant 120 problèmes répartis en 5 catégories et présentés en ordre croissant de difficulté, ainsi qu'un livret d'utilisation comportant les solutions de chaque tâche. Ces problèmes sont présentés sous forme de modèles en 2D ou en perspective à reproduire avec les pièces du jeu. Ce jeu éducatif est relativement bien connu des classes primaires en Suisse Romande et il est souvent utilisé dans un dispositif plutôt individuel. Les enseignants ont tendance à en faire une activité relativement en annexe des apprentissages mathématiques conventionnels. Tel qu'il est conçu par ses concepteurs, les différentes catégories de tâches du jeu ont finalement pour objectif essentiel de coordonner les points de vue dans l'espace et dans le plan. Pour l'espace, on joue soit avec les objets que l'on manipule concrètement, soit avec des représentations en perspective sur les cartes, soit en coordination avec les deux. Dans le plan il s'agit plutôt d'utiliser les images présentant une ou plusieurs vues de face, de haut ou de côté sur les cartes du jeu. La progression programmée nous paraît relativement pertinente, une très nette différence existant entre les tâches faciles et les plus difficiles.

Analyse didactique des types de tâches du jeu

L'analyse qui suit est conduite en fonction des défis auxquels peuvent être confrontés les joueurs et en fonction de l'environnement matériel et symbolique dont ils disposent.

Ombres à recouvrir (série verte, ciblée pour des joueurs de 4 ans et plus)

Le recouvrement semble relever d'une simple transposition matérielle de la 2D représentée par le modèle, à la 2D matérialisée par les pièces. Il ne s'agit cependant pas d'un recouvrement simple de type puzzle. En effet, une déconstruction dimensionnelle (Duval & Godin, 2005) est nécessaire afin de déterminer quelle est la face de chaque polyèdre représentée par le modèle d'une part, avant d'orienter celle-ci de façon à pouvoir la superposer au modèle d'autre part. Le choix de la face et son orientation nécessitent de faire abstraction des autres faces du polyèdre, ce qui est une difficulté en soi. Par ailleurs, cette série se complexifie encore lorsque les lignes de démarcation entre les pièces de la carte modèle disparaissent, laissant ainsi à charge de l'élève la responsabilité de choisir la bonne pièce parmi celles qui sont proposées. Notons encore que la sélection des pièces requises, si elle est laissée à la charge de l'élève, requiert la reconnaissance de chaque pièce (3D) à partir de sa vue en perspective (2D). Sur les cartes qui ne mentionnent pas les pièces à utiliser, les possibilités sont encore démultipliées. Cela dit, l'échelle du modèle correspondant aux pièces et la superposition offrent une rétroaction qui permet de valider ou d'invalider son assemblage.

Équilibres (série orange, ciblée pour des joueurs de 4 ans et plus)

Les modèles de cette série proposent une vision de face des pièces, les lignes de démarcation permettant de déterminer quelles pièces du jeu seront nécessaires à partir d'une de leur face. Si les séries *ombres* et *réductions* autorisent un placement des pièces à l'horizontale, cette série entend que la construction doit être réalisée à la verticale. Cette consigne doit être donnée explicitement, l'enjeu étant que la construction ne s'effondre pas avant de frapper trois fois dans les mains. A moins de positionner également le modèle à la verticale, le joueur doit donc effectuer une rotation, c'est-à-dire une transposition de la position horizontale du modèle à la réalisation verticale de la composition. L'enjeu est donc à tout à la fois conceptuel et technique.

Réductions (série fuchsia, ciblée pour des joueurs de 5-6 ans et plus)

Les modèles de cette série ne comportent plus du tout de ligne de démarcation, et ils sont proposés selon une échelle inférieure à celle des pièces, ce qui interdit une rétroaction par superposition des pièces sur le modèle. En revanche, les pièces à utiliser sont mentionnées sur toutes les cartes, ce qui réduit le nombre d'options à analyser par les joueurs.

Alignements (série rouge, ciblée pour des joueurs de 5-6 ans et plus)

Les pièces à utiliser sont données sur la carte modèle. Elles doivent être posées l'une derrière l'autre de sorte que leur vue de face corresponde au modèle. Les joueurs doivent donc à la fois faire abstraction des 3 dimensions de chaque pièce afin de ne tenir compte que d'une des faces, et tenir compte des 3 dimensions pour positionner les pièces l'une derrière l'autre. Enfin, la composition en 3D doit correspondre à celle donnée en 2D par le modèle par projection.

Modèles (série bleue, ciblée pour des joueurs de 6-7 ans et plus)

Les pièces sont données et le modèle est proposé en perspective. Bien que la vision en perspective doive s'acquérir, considérer que ce niveau est plus difficile que les précédents en le proposant pour des enfants plus âgés nous paraît discutable, dans la mesure où le modèle en perspective offre une forme de perception des différentes faces que l'on identifie également dans la construction 3D. Ces faces ne sont pas du tout mentionnées dans les séries précédentes, ce qui pourrait confronter les joueurs à une difficulté supplémentaire par rapport à celle des modèles.

La version commerciale du jeu propose donc des tâches qui relèvent du micro-espace : en effet, la taille des pièces limite l'espace de manipulation à la taille du bureau des élèves sans nécessiter de déplacement.

ARCHITEK DANS LE MESO-ESPACE

Architek géant : pour quelles raisons ?

Au-delà des tâches diversifiées proposées par les concepteurs, il nous a semblé intéressant d'utiliser cet environnement matériel en poursuivant des finalités didactiques quelque peu différentes en jouant sur la taille des pièces. Le jeu d'origine est conçu pour que les joueurs puissent explorer et contrôler leurs productions en restant assis, et cela en raison de la taille réduite des pièces. Un tel environnement correspond à celui du micro-espace. Or, le déplacement corporel pour adopter un autre point de vue est parfois nécessaire pour comprendre l'agencement des constructions, notamment lorsque certaines pièces sont invisibilisées par le modèle. De plus, si l'élève est mis en situation de conflit cognitif en raison de la progression des tâches, le conflit n'est jamais éprouvé dans sa dimension sociale, le jeu étant conçu pour être utilisé de manière individuelle et autonome. La dimension du jeu d'origine ne met donc pas l'élève en situation didactique de formulation. Par ailleurs, la validation n'est pas directement prise en charge par le jeu : en effet, comparer la construction au modèle peut ne pas suffire, une validation experte est dans ce cas nécessaire.

Ensuite, nous avons remarqué que, du fait de la taille très réduite des pièces, la motricité nécessaire est fine et peut poser quelques difficultés à certains élèves. Certains modèles, notamment issus de la catégorie des cartes « Equilibre », sont par ailleurs difficilement reproductibles à cette échelle pour des raisons techniques. Cette difficulté liée à l'équilibre des pièces à la verticale semble s'atténuer avec des pièces plus grandes.

D'autre part, l'augmentation de la taille induit une déconstruction dimensionnelle, à savoir que ce qui est perçu des objets est partiel : on ne perçoit plus le parallélépipède dans sa globalité, mais on en perçoit quelques faces, celles-ci étant reliées par une arête ou un sommet. Les types de relations entre les pièces sont également modifiés. Il devient nécessaire de se projeter au-delà de la position relative des pièces orientées (à gauche ou à droite de, devant, derrière, au-dessous, etc.) pour les concevoir selon des relations qui tendent vers une forme plus abstraite : il est question de symétries, de parallélisme, de perpendicularité et de rotations. Ces relations requièrent une anticipation (Perrin-Glorian & Salin, 2010) en raison de la taille des objets, alors que le jeu d'origine peut être plus facilement exploré par essais successifs. En d'autres termes, dans le meso-espace, tant les objets que leurs relations doivent être conçus avant d'être expérimentés.

Afin de créer des tâches dans le meso-espace nous avons souhaité concevoir une version agrandie des pièces du jeu en vue d'étudier son potentiel d'adaptation à la construction des connaissances spatiales et géométriques notamment adaptées à certaines difficultés d'apprentissage des élèves.

Un projet de construction en classe

Dans cette perspective, nous avons sollicité une classe à effectif réduit (9 à 12 élèves de 11 à 12 ans) afin qu'elle explore une situation mathématique originale. Après une première série de séances dédiées à l'utilisation du jeu dans sa version d'origine, nous avons lancé un projet de fabrication des pièces agrandies du jeu Architek. Il s'est déroulé sur 6 mois à raison d'une à deux périodes hebdomadaires.

Au-delà de la mobilisation des capacités transversales de communication et de collaboration, le projet a permis le développement de compétences mathématiques qui embrassent une grande partie du programme du Plan d'Études Romand (PER) (CIIP, 2010) notamment dans le cadre de la résolution de problèmes en géométrie. En voici la liste :

- Résolution de problèmes multiplicatifs (multiplications et divisions) : situations de proportionnalité
- Mesure d'une longueur à l'aide d'une règle graduée et communication du résultat obtenu par un nombre
- Utilisation d'unités conventionnelles de longueur (mm, cm, m)
- Utilisation de la calculatrice dans des situations où l'aspect calculatoire est secondaire, pour vérifier le résultat d'un calcul ou pour effectuer des calculs complexes
- Reconnaissance, description et dénomination de figures planes (triangles, quadrilatères, cercle) selon leurs propriétés *(symétries internes, parallélisme, isométrie, etc.)*
- Construction des figures planes les plus courantes à l'aide des instruments de géométrie (règle graduée, équerre, compas, rapporteur)
- Construction de droites parallèles et perpendiculaires
- Décomposition d'une surface plane en surfaces élémentaires et recomposition
- Reconnaissance, description et dénomination de solides (cube, parallélépipède rectangle, pyramide) selon leurs faces, sommets ou arêtes et vérification de certaines propriétés
- Construction de solides selon certains critères *(nombre ou forme des faces, type de solides, etc.)*

En rendant les élèves acteurs de la fabrication des pièces, nous avons observé un bon investissement dans la tâche. En effet, le projet a progressivement sollicité leur imagination, et permis d'y voir, pour certains, des éléments de construction de châteaux, de ponts, de canapés par exemple.

Difficultés observées lors de la construction des pièces

Nous avons constaté plusieurs difficultés spécifiques lors de la construction des pièces du jeu par les élèves. La mesure des pièces nécessitant un coefficient d'agrandissement a nécessité un étayage (Bruner, 1983) important au niveau de la signalisation des caractéristiques déterminantes, de la réduction des degrés de liberté et du maintien de l'attention sur une durée aussi importante. La taille des cartons de base fournie aux élèves (50 x 70 cm) contraignant la dimension des pièces en version agrandie, nous avons dû imposer notamment la hauteur de la pièce cylindrique (70 cm) pour que les élèves n'aient justement pas à mobiliser le coefficient d'agrandissement du cercle, mais aussi pour optimiser le carton à disposition.

Pour effectuer les tracés en grande dimension, les instruments usuels n'étant plus adaptés, les élèves ont dû mobiliser d'autres outils tels que la règle et l'équerre du tableau, la ficelle en guise de compas. Cette utilisation a nécessité un apprentissage de nouveaux schèmes avec une guidance relativement forte de l'enseignant.

Devant la difficulté de découpage et d'assemblage des pièces correspondant au pont, celle-ci a été réalisée par l'enseignant. En outre, la coopération nécessaire à ces tâches de tracé, de découpage, d'assemblage a pu par moment être mise à mal.

Le fait d'avoir coconstruit un seul jeu pour tous a cependant légitimé la collaboration dans la réalisation des tâches qui, en devenant moins individuelles, ont aussi engendré un regain de verbalisation permettant un meilleur accès à leurs connaissances construites en situation par leur enseignant.

Du micro-espace au meso-espace

Fig. 2 : Architek géant

En raison de ses grandes dimensions, les constructions effectuées à partir des cartes du jeu d'origine relèvent toutes du type de tâches nommées *réductions*. Les pièces géantes ne pouvant être directement superposées sur les cartes modèles comme dans la série *ombres*, sauf à retracer la carte modèle dans les dimensions *ad hoc* directement sur le sol avec du scotch ou de la craie. Cette modalité nécessiterait toutefois une conversion du modèle à l'échelle des pièces (situation de proportionnalité et propriétés géométriques). L'avantage des cartes *ombres* est la superposition possible des pièces directement sur le modèle, ce qui n'est pas possible avec les pièces géantes (il n'existe aucun modèle dans ces dimensions). La superposition n'est donc pas une stratégie envisageable dans le meso-espace. De plus, les pièces agrandies n'incitent pas du tout à effectuer une construction à plat, contrairement au jeu d'origine. Intuitivement, les constructions sont préférentiellement orientées à la verticale : il n'y a pas de tentative de pavage du sol à partir de pièces aussi volumineuses, sauf si l'on impose les cartes *ombres* qui ne se prêtent pas à une construction verticale pour des raisons techniques. Les tâches sont donc orientées vers ce que propose la série é*quilibre* et requièrent, à moins d'afficher le modèle sur un mur, une transposition de l'horizontale à la verticale.

Par ailleurs, la reconnaissance de chacune des pièces nécessite, à hauteur d'enfant, de se déplacer pour en percevoir chacune des faces. En effet, il est plus difficile de retourner des pièces de cette dimension pour les percevoir dans leur globalité. Le fait de ne pas percevoir la globalité de la pièce et d'entraver leur retournement favorise un accès plus abstrait à la conception des pièces et de leur agencement. En ce sens, « Architek géant » peut être perçu comme un milieu plus antagoniste que celui du micro-espace, et plus porteur d'apprentissages géométriques.

En revanche, le fait de pouvoir se situer vis-à-vis de la construction, c'est-à-dire se situer soi-même « entre », « devant », « derrière », « sous » des pièces relève du repérage relatif (subjectif ou objectif), plus facile d'accès que le repérage absolu (Charnay et al. 2006). Le contexte du jeu de plateau relève du repérage relatif subjectif la position assise impliquant une orientation définie par rapport à soi. Il ne permet pas d'éprouver autant le repérage relatif objectif que la version géante qui, de ce point de vue, peut être assimilée à un milieu de type allié (Margolinas, 1998). D'autres gestes sont mobilisés, guidés par une perception visuelle et haptique élargie : le champ de vision n'est pas restreint, il requiert le mouvement de la tête ainsi que des déplacements pour appréhender l'ensemble. Les mains sont mobilisées, mais à une échelle moins fine qu'avec les pièces d'origine, et tout le corps est investi, y compris le système vestibulaire, car l'élève se déplace. Pour paraphraser Dutriaux et Gyselinck (2016, p. 425), si la perception guide l'action, ce dispositif, en raison des possibilités d'actions qu'il génère, permet de structurer la perception de l'espace en l'incarnant d'un point de vue sensori-moteur.

Les manipulations, rendues plus difficiles par la taille des objets, nécessitent de se mettre à plusieurs, c'est-à-dire de collaborer avec les pairs. De plus, la hauteur de la construction pouvant atteindre le plafond, celle-ci implique organisation et entraide. Ainsi, cette situation est vectrice du besoin de communiquer. Il est question de se mettre d'accord sur le choix des pièces et sur leur orientation, et de convenir d'un programme de construction, notamment du fait de la verticalité de la structure. Cela implique un lexique commun, une syntaxe plus adaptée au service de significations partagées, ainsi que des compétences sociales de haut niveau lorsqu'il s'agit de défendre son propos, d'être à l'écoute de celui d'autrui et de valider ou d'invalider une proposition. Notons enfin que ces interactions verbales dépassent la simple forme d'une conversation puisqu'il s'agit dans une telle situation de mettre en commun voire de confronter les rapports individuels aux artefacts dans tout ce qu'ils ont de subjectif du fait des expériences préalables de chacun des acteurs. Dans nos différentes observations de telles situations de communication, force est de constater tout de même que le langage utilisé par les acteurs était souvent réduit au plus simplifié tant sur le plan syntaxique que lexical et parfois relativement éloigné du langage scientifique attendu.

Si l'exploration de tâches dans le meso-espace nous semble donc importante, il nous faut ici insister sur la complémentarité des deux tailles d'espace et non pas sur la recommandation d'utiliser l'un à la place de l'autre. Comme nous l'avons expérimenté dans le projet singulier présenté auparavant, ce sont les tâches conduites et l'analyse des travaux des élèves dans le micro-espace qui permettent de comprendre l'intérêt d'une exploration dans le meso-espace.

DIFFICULTÉS D'APPRENTISSAGE ET FORMATION DES ENSEIGNANTS

Ce que nous appelons difficultés d'apprentissage en mathématiques (Dias, 2018) se manifeste de manière diverse, mais reste provisoire et contextuel. Celles-ci peuvent avoir des origines épistémologiques, c'est-à-dire qu'elles relèvent de la construction des connaissances spécifiques en soi. Dans le cadre du jeu Architek, nous avons évoqué la difficulté liée à la déconstruction dimensionnelle des pièces, soit le choix d'une des faces en faisant abstraction de toutes les autres. Il est question de transposition entre 2D et 3D (et inversement) lorsque le modèle présente une projection qu'il s'agit de reformer avec des solides. La représentation en perspective est une difficulté en soi, le passage de l'horizontalité à la verticalité en est une autre. Les difficultés peuvent en outre être propres à l'élève. Par exemple, des expériences négatives et répétées dans des situations d'apprentissages mathématiques peuvent avoir engendré un rapport problématique à la discipline des mathématiques, ce qui pourrait générer une réticence à entrer dans la tâche ou à prendre le risque de se tromper. Enfin, le choix des situations d'apprentissage et de leur chronologie peut aussi générer des difficultés d'origine didactique. Par exemple, les situations d'apprentissage concernant des figures dans l'espace comme les solides sont souvent proposées a posteriori de tâches sur les figures planes, alors que l'espace naturel des premières expériences sensori-motrices, l'espace pratique d'action (Piaget & Inhelder, 1948) est tridimensionnel, et que les jeux de construction destinés aux jeunes enfants sont faits de solides à assembler.

Ces quelques exemples donnent un aperçu de la multiplicité des difficultés possibles, mais aussi de leur caractéristique « provisoire et contextuelle » (Dias, 2018, p. 63). Cela signifie qu'un environnement d'apprentissage adéquat peut permettre aux élèves de dépasser les difficultés qu'ils rencontrent. L'enjeu du choix de cet environnement et de ses composantes matérielles, temporelles, interactionnelles en vue d'apprentissages mathématiques ajustés aux ressources et besoins des élèves est donc crucial, tout particulièrement en ce qui concerne la formation des enseignants spécialisés, ceux-ci devant traiter tant des difficultés d'apprentissage que de troubles plus spécifiques qu'il s'agit de compenser. Il va de soi que la formation des enseignants de classes dites « ordinaires » intégrerait elle aussi avec de nombreux bénéfices de telles situations permettant d'explorer les rapports entre les tailles d'espace.

Expérimentation en formation initiale des enseignants

A partir du jeu Architek, nous avons proposé un dispositif de formation à des étudiants de 3e année en enseignement spécialisé. Ceux-ci bénéficient, à la suite de trois cours d'introduction sur la géométrie, d'un approfondissement des contenus dans une perspective plus pragmatique en séminaire. Ceci permet à la fois de prendre conscience des difficultés d'apprentissage relatives à la construction des connaissances spatiales, et d'éprouver ce que l'on peut appeler raisonnablement une adaptation grâce au passage dans le meso-espace.

C'est dans ce contexte que des étudiants ont découvert la version originale du jeu Architek (micro-espace), ainsi que la version géante durant un séminaire d'une heure trente, avec pour objectifs :

- d'explorer les changements de taille d'espace pour un même jeu
- d'analyser et de comparer les différents types de tâches fondées sur des cartes de couleur
- d'identifier les enjeux d'apprentissage pour les élèves
- de proposer des adaptations en fonction de certaines difficultés d'élèves

Pour permettre aux étudiants d'expérimenter et de se projeter non seulement en termes de difficulté, mais aussi en fonction d'un trouble, nous avons choisi de les mettre en situation de handicap en simulant une dyspraxie, certes de manière quelque peu caricaturale et partielle. Pour cela, nous avons proposé d'utiliser des gants, tant pour la manipulation des pièces dans leur version d'origine que dans la version agrandie. Ainsi, il était possible de tester le jeu en situation ordinaire, et également en situation de contrainte motrice.

La mise en œuvre s'est déroulée en trois temps :

1) Découverte et analyse du jeu Architek dans sa version de base par petits groupes de 3 à 4 personnes
2) Exploration du jeu Architek dans sa version géante
3) Comparaison des deux versions : avantages et inconvénients, éventuelles propositions d'adaptations en lien avec la dyspraxie

Afin de guider ce travail, les étudiants disposent de fiches d'information de la CIIP (2021) au sujet de la dyspraxie ainsi que d'un site informatif. Ils disposent du jeu, des notices et des modèles à reproduire ainsi que d'un document collaboratif qui oriente leurs actions et leurs réflexions. Ils remplissent celui-ci au fur et à mesure de leurs découvertes.

Il leur est demandé premièrement de réaliser des tâches à partir des fiches de différentes couleurs, afin de pouvoir les comparer et éventuellement les hiérarchiser selon leur degré de complexité.

Deuxièmement, les étudiants sont amenés à repérer les objectifs d'apprentissage en appui sur le Plan d'Étude Romand (PER) en fonction des différentes cartes modèles. Puis ils sont invités à comparer les milieux en fonction du changement de taille d'espace, d'identifier les avantages et les limites de chacun en se focalisant sur les aspects mathématiques, perceptifs, sociaux et sur ceux liés aux troubles moteurs.

En dernier lieu, il leur est proposé de se prononcer sur l'environnement qu'ils privilégieraient auprès de leurs élèves de l'enseignement spécialisé et avec quelles adaptations éventuelles.

Une confirmation en situation de formation

Un certain nombre d'observations effectuées auprès des élèves ont été reconduites par les étudiants au Master en enseignement spécialisé lors d'une situation de formation.

Tout d'abord, les étudiants relèvent l'attrait que comporte le matériel en grande dimension, son aspect ludique qui permet de s'engager dans la tâche et de prendre des risques, ceux-ci étant partagés par la nécessité de collaborer avec les pairs. En effet, les dimensions des pièces rendent la construction très difficile à exécuter seul. La coopération devient donc un enjeu pour la réalisation. Celle-ci requiert une communication effective entre les participants qui, pour se comprendre, ont besoin de convoquer un vocabulaire commun suffisamment précis et d'une syntaxe compréhensible par tous. C'est l'occasion de développer un lexique permettant la désignation des solides, de ses différentes faces, voire des propriétés si l'on ne parvient pas à nommer un polyèdre irrégulier. La dimension syntaxique, quant à elle, s'opérationnalise par le recours aux relations spatiales telles que « dessus », « dessous », « à côté », « droite », « derrière », éprouvées dans leurs dimensions tant sensori-motrices que topologiques (Piaget & Inhelder, 1948). La version géante du jeu permet naturellement à l'acteur de se situer par rapport aux éléments, et de situer les éléments par rapport à lui parce qu'il est amené à se déplacer, à se positionner lui-même dessous, devant (...) la construction. La version du jeu dans le micro-espace relève de motricité plus fine, et de relations plus directement projectives, à savoir que les éléments sont plus directement situés entre eux, ce qui relève de difficultés supplémentaires. Il est noté que la version géante modifie la gestion motrice pour des élèves dyspraxiques, d'une part parce que la motricité en jeu est plus globale dans ce contexte, parce qu'il est possible de manipuler les pièces à plusieurs de façon naturelle sans que cela relève d'un étayage spécifique, et d'autre part parce que la mise en mots permettrait, in fine, la conceptualisation mathématique au-delà des entraves gestuelles.

Le point de vue adopté dans le meso-espace implique de fait une déconstruction dimensionnelle, car la perception de chaque pièce est moins globale : il n'est pas forcément possible de la percevoir d'un seul coup d'œil, contrairement à la version originale des pièces. Il s'agit donc potentiellement plutôt de reconstruction dimensionnelle avec la version géante de chaque pièce, ce qui amène à une dialectique de conceptualisation différente à l'objet : reconnaître une pièce du jeu de plateau requiert de passer de sa perception globale à la perception de chacune de ses parties et de leur agencement, tandis que reconnaître une pièce géante requiert le passage de la perception de chacune des parties, de leur agencement, à une conception globale du solide. Notons qu'il s'agit ici déjà de conception plus que de perception, car la pièce en version géante est moins identifiable d'un point de vue syncrétique en raison de sa taille.

Par ailleurs, la construction collaborative requiert une planification explicite de la part des protagonistes, c'est-à-dire que celle-ci est au moins partiellement conscientisée par la mise en mots, contrairement à la construction sur table qui peut se jouer seul, sans verbalisation et sans nécessité de coordination avec autrui. La construction à partir du modèle peut dans ce cas relever d'une procédure par tâtonnement.

Finalement, la dimension inclusive du dispositif est relevée par les étudiants, d'une part en raison de la progression proposée qui offre des défis à tous niveaux de scolarité obligatoire, d'autre part en raison des différents rôles qu'il est possible d'attribuer en raison de la dimension collaborative de la version géante : un élève qui serait peu à l'aise avec la mise en mots pourrait prendre le rôle de « maçon », l'élève peu à l'aise avec le déplacement des pièces pourrait prendre le rôle de « chef de chantier » qui dirige les actions de ses camarades, ou de « contrôleur des travaux ». L'enjeu est d'attribuer un rôle adapté aux ressources de chaque élève, en s'assurant que les apprentissages relatifs aux connaissances spatiales, voire aux connaissances géométriques, soient à portée de chacun.

Prolongement et perspectives

Dans cet article, nous avons souligné la complémentarité du micro-espace et du meso-espace en vue d'améliorer les apprentissages spatiaux et géométriques des élèves. Nous avons constaté que le rapport aux objets est plus directement relatif aux positions et déplacements de l'individu dans le meso-espace. En revanche, le retournement et le déplacement des pièces est facilité dans le micro-espace, une démarche de type essai-erreur y est donc privilégiée.

A l'issue de cette expérimentation singulière, nous avons également relevé que l'appréhension des objets (des solides dans notre expérience) et de leurs relations diffère selon ces deux tailles d'espace. Du fait de l'environnement matériel qu'il propose, le meso-espace permet une meilleure appréhension des éléments constitutifs des solides (côtés, sommets et arêtes) et de leurs relations (perpendicularité, parallélisme, symétries).

Selon nous, une alternance entre l'exploration du jeu Architek dans le micro-espace et le meso-espace est à privilégier pour les enseignants qui souhaitent utiliser ce jeu. D'autres jeux de construction peuvent d'ailleurs être utilisés dans cette même perspective didactique : le jeu « Schattenbauspiel », le « Structuro », le cube Soma en sont des exemples.[2]

Les observations menées auprès des élèves et des futurs enseignants ont en outre soulevé la question de l'adaptation des deux tailles d'espace et de leur pertinence en regard des besoins plus spécifiques aux élèves. En effet, des difficultés de type praxiques, motrices ou cognitives ne trouvent pas systématiquement de réponse dans une taille d'espace ou dans l'autre de manière exclusive. Cet aspect mériterait ainsi d'être investigué dans une visée comparative entre les deux échelles d'une part, et entre plusieurs difficultés spécifiques, comme la dyspraxie, la déficience visuelle ou intellectuelle d'autre part.

BIBLIOGRAPHIE

Anghileri, J. (2006). Scaffolding practices that enhance mathematics learning. *Journal of Mathematics Teacher Education, 9*, 33-52.

Berthelot, R. & Salin, M. H. (1992). *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire* [Thèse de doctorat, Université Sciences et Technologies-Bordeaux I]. https://theses.hal.science/tel-00414065

Berthelot, R. & Salin, M.-H. (1999). L'enseignement de l'espace à l'école élémentaire. *Grand N, 65*, 37-59.

Bloch, I., & Salin, M. H. (2004). Espace et géométrie : Géométrie dans le meso-espace à l'école primaire et au début du collège. Dans *Actes du 30e Colloque de la COPIRELEM* Avignon 2000 (pp. 293-306).

Brousseau G. (2000). Les propriétés didactiques de la géométrie élémentaire. L'étude de l'espace et de la géométrie. Dans *Séminaire de Didactique des Mathématiques*, Rethymnon 2000.

Bruner, J. S. (1983). Le rôle de l'interaction de tutelle dans la résolution de problème. Dans *Le développement de l'enfant*. PUF (Ed.) (pp. 261-280). PUF.

Charnay, R. & Douaire, J. (2006). *Ermel-Apprentissages Géométriques et résolution de problèmes au cycle 3*. Hatier.

Conférence intercantonale de l'instruction publique (2010). *Mathématiques et Sciences de la nature (cycle 2). Plan d'études romand*. CIIP. https://www.plandetudes.ch/documents/10273/36907/PER_print_FG_C1_CommentGeneraux.pdf

Conférence intercantonale de l'instruction publique (2021). *Fiche d'information sur la dyspraxie à l'école régulière (version complète)*. CIIP. https://www.ciip.ch/Activites/Pedagogie-specialisee/Fiches-pedagogiques

Deruaz, M., Dias, T., Gardes, M.-L., Gregorio, F., Ouvrier-Buffet, C., Peteers, F. & Robotti, E. (2020). Exploring MLD in mathematics education: Ten years of research. *The Journal of Mathematical Behavior, 60*. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100807 .

Dias, T. (2018). *Enseigner les mathématiques à l'école*. Magnard.

Dias, T. & Serment, J. (2016). Formation à la géométrie dans l'espace par la construction de polyèdres. Dans E. Petitfour (Eds.), *Actes du XXXXIII colloque COPIRELEM.* http://hdl.handle.net/20.500.12162/2890

Dias, T. & Serment, J. (2020). Faire de la géométrie en grand. *Au fil des maths, 535*, 37-41. http://hdl.handle.net/20.500.12162/3859

2 Schattenbauspiel (Dusyma) ; Structuro (Nathan)

Dutriaux, L. & Gyselinck, V. (2016). Cognition incarnée : Un point de vue sur les représentations spatiales. *L'Année Psychologique, 116*(3), 419–465. https://doi.org/10.4074/S0003503316000373

Duval, R. & Godin, M. (2005). Les changements de regards nécessaires sur les figures. *Grand N, 76*, 97-126. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/76n2_1554801689010-pdf

Gibel, P. & Blanquart-Henry, S. (2017). Favoriser l'appropriation des propriétés géométriques des quadrilatères à l'école primaire : étude d'une situation d'apprentissage dans le meso-espace. *Revue des Sciences de l'Education, 43*(1), 37–84. https://www.erudit.org/fr/revues/rse/2017-v43-n1-rse03267/1042074ar/

Margolinas, C. (1998). Le milieu et le contrat, concepts pour la construction et l'analyse de situations d'enseignement. Dans *Université d'été de La Rochelle* (pp. 3-16). IREM de Clermont-Ferrand.

Núñez, R.E., Edwards, L.D. & Filipe Matos, J. (1999). Embodied cognition as grounding for situatedness and context in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics 39*, 45–65.

Perrin-Glorian, M. J. & Salin, M. H. (2010). Didactique de la géométrie. Peut-on commencer à faire le point ? Dans L. Coulange & C. Hache (dir.). *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques-Année 2009* (pp. 47-82). IREM de Paris. http://docs.irem.univ-paris-diderot.fr/up/publications/AAR10001.pdf

Piaget, J. & Inhelder, B. (1948). *La représentation de l'espace chez l'enfant.* PUF.

JEU DE TACHES ET CALCULETTES DANS LE CONTEXTE DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE SPECIALISEE EN SUISSE ROMANDE

Jean-Michel Favre

Groupe ddmes et CFPS du Château de Seedorf

Ce texte rend compte d'une expérimentation menée dans le Centre de formation professionnelle et sociale (CFPS) du Château de Seedorf à Noréaz dans le canton de Fribourg. Cette expérimentation concerne l'usage des calculettes auprès de jeunes apprenties qui entament une formation professionnelle spécialisée. Elle est à considérer comme un exemple de jeu de tâches (Favre, 2008), mode d'interactions développé par le groupe ddmes (didactique des maths dans l'enseignement spécialisé), mis en œuvre dans ce contexte d'enseignement particulier.

Mots clés : exploration du milieu, jeu de tâches, narration, surprise, calculette, formation professionnelle spécialisée

INTRODUCTION

Dans le contexte de la formation professionnelle spécialisée (Fps)[1], l'usage de la calculette dans les cours qui sont donnés aux apprenties[2] est généralisé. Elle leur permet d'effectuer des calculs que, dans leur majorité, elles ne pourraient/sauraient pas faire autrement. Le recours à la calculette offre ainsi aux enseignants et aux formateurs la possibilité de faire faire aux apprenties des exercices - par exemple des calculs de déductions exprimées en pour cent sur une fiche de salaire - qu'ils considèrent être en lien direct avec les nouvelles pratiques professionnelles et sociales qu'elles rencontrent et accomplissent tout au long de leur formation.

Fig. 1 : Exemple de calculette en usage à l'école primaire en Suisse romande

Un point délicat tient cependant au fait que beaucoup d'apprenties ne connaissent pas bien l'usage et le fonctionnement d'une calculette. Dans l'enseignement qui a précédé, ces instruments sont en effet

[1] La formation professionnelle spécialisée regroupe en Suisse romande des centres de formation qui offrent à des jeunes ayant réalisé tout ou partie de leur scolarité dans l'enseignement spécialisé (Es) ou qui ont rencontré d'importantes difficultés à l'école ordinaire (Eo) la possibilité d'accomplir une formation professionnelle certifiée en vue de favoriser leur insertion ultérieure dans le marché du travail (voir à ce propos Favre, 2012, 2015 et 2019).

[2] Dans l'ensemble du texte, c'est le féminin qui sera utilisé, du fait que le CFPS du Château de Seedorf, qui s'est ouvert depuis quelques années aux hommes, accueille encore pour une bonne part des jeunes femmes en formation.

généralement fort peu employés, quand ils ne sont pas interdits, sous prétexte que leur utilisation régulière serait susceptible d'accroître encore un peu plus les difficultés des élèves en calcul[3] (Bruillard, 1993).

Dès lors, on remarque que si la plupart des apprenties qui entrent en formation parviennent aisément à effectuer des additions, des soustractions, des multiplications avec une calculette, peu d'entre elles savent en revanche faire une division sans trop hésiter entre la touche ÷ et la touche %, appuyer deux fois sur la touche ON/C pour remettre la calculette à zéro (sinon le calcul précédent est conservé en mémoire), pourquoi l'on utilise une touche avec un point pour désigner une virgule et en quoi cette même virgule est différente d'une apostrophe, que peut bien signifier la touche √ ou la touche +/-, comment fonctionnent les touches M+, M-, MRC pour mettre et afficher un nombre en mémoire ou encore la touche % pour calculer un pourcentage, etc.

Ces observations récurrentes montrent qu'un usage raisonné et quelque peu contrôlé d'une calculette est loin d'être une évidence, et ce alors même qu'on a souvent tendance à penser que tout un chacun sait fort bien s'en servir. Un enseignement de l'usage et du fonctionnement de la calculette comme support technique opérationnel et fiable a donc toutes les chances d'être profitable aux apprenties, afin que celle-ci devienne pour elles un instrument sur lequel elles puissent désormais fermement compter.

UNE LEÇON INAUGURALE À L'USAGE DES CALCULETTES DANS LA FPS

Comment dès lors initier un tel enseignement ? La façon de procéder choisie ici vise à faire en sorte que les apprenties explorent les diverses touches d'une calculette qui restent pour une bonne part d'entre elles inconnues et qu'elles puissent ainsi observer, voire contrôler certains effets à l'occasion d'une leçon inaugurale structurée en cinq moments.

Introduction

L'introduction est l'occasion d'un petit laïus pour parler de la différence de statut de la calculette dans la scolarité obligatoire où elle est généralement peu présente en classe (Trouche, 2002) et dans la formation professionnelle où son usage est généralisé. On évoque ensuite le fait qu'une majorité d'élèves au sortir de l'école (et leurs enseignants parfois aussi) ne savent pas bien l'utiliser en donnant quelques exemples : distinction des touches en deux couleurs, usage de la touche ON/C qui permet de remettre la calculette à zéro seulement si l'on appuie deux fois dessus, signification de la touche MRC qui donne aussi 0 presqu'à tous les coups et que l'on confond avec la touche ON/C. On termine en disant que la leçon du jour doit permettre d'explorer l'usage des différentes touches de la calculette et d'en révéler certains mystères.

Exploration « libre »

Le moment d'exploration « libre » invite les apprenties à investiguer les différentes touches de la calculette en privilégiant celles qu'elles ne connaissent pas encore, et de prendre en note, pour ne pas les oublier, toutes les choses intéressantes, bizarres, incompréhensibles qu'elles rencontrent. On les encourage aussi à montrer et à parler de leurs découvertes avec leurs voisines de table. A celles qui ne parviennent pas à se mettre en activité ou qui en restent au seul usage des touches qu'elles connaissent, on montrera des choses susceptibles de les surprendre : appuyer sur les touches « 1 / + / = = = = » pour faire apparaître la suite des nombres naturels et les inviter à essayer de faire de même avec d'autres nombres ; faire apparaître la lettre M sur l'écran (en cachant la manière de s'y prendre), puis leur demander de la faire disparaître et la faire réapparaître à nouveau ; montrer plusieurs façons de produire le nombre 0,3333333 avec la touche ÷, puis demander d'obtenir 0,11111111 ou 0,99999999 avec la même touche ; montrer comment faire apparaître un 3, un 4 sur l'écran avec la touche √, puis demander de faire apparaître un 5, un 6 avec la

[3] Certaines apprenties ont intégré cette représentation fautive, à l'image d'une stagiaire de 17 ans qui refuse tout recours à la calculette, affirmant qu'elle est bien capable de s'en passer (ayant dit-elle passé des heures à répéter ses tables), mais qui utilise encore ses doigts pour trouver le résultat de 8 x 8 et qui donne 11 comme résultat à l'addition de 9 et 3.

même touche ; etc. Tout au long de cette phase, il est important d'encourager les apprenties à poursuivre, voire à approfondir leur exploration et de leur rappeler régulièrement de noter leurs découvertes.

Mise en commun

La mise en commun demande à chaque apprentie de choisir une découverte qu'elle a faite et dire en quoi cette dernière a pu particulièrement l'intéresser, voire la surprendre[4]. Les découvertes sont inscrites au tableau afin de pouvoir en conserver la trace. Ce moment de mise en commun se doit d'être suffisamment long pour permettre à chaque apprentie de s'exprimer, mais il ne doit pas non plus durer trop longtemps (d'où le fait de limiter à une seule découverte) afin de ne pas perdre leur attention. Il est par ailleurs possible que l'énoncé d'une découverte spécifique relance (chez une, plusieurs, voire même l'ensemble du groupe) l'activité sur la calculette, que ce soit pour vérifier ce qui a été montré ou pour pousser l'exploration plus avant (ce qui est bien évidemment à encourager).

Exploration « dirigée »

Des tâches à accomplir sur la calculette (voir plus bas) sont ensuite proposées aux apprenties réunies par groupe de deux. Ces tâches sont à nouveau susceptibles de les intriguer, les amenant soit à relancer un questionnement apparu auparavant, soit à utiliser d'autres touches afin d'enrichir l'éventail de leurs découvertes. Il s'agit de les inviter à poursuivre l'exploration initiée durant les deux moments qui précèdent, mais de façon « dirigée » cette fois-ci. Le choix des tâches se fait dans la mesure du possible en fonction de ce qui s'est déroulé et a pu être observé auparavant. L'idée n'est évidemment pas d'accomplir le plus de tâches possibles, mais bien d'augmenter les chances de se laisser interpeler par un résultat qui surprend et s'engager dans un processus qui permette progressivement de le contrôler.

Point d'orgue et ouvertures

Le dernier moment de la leçon invite les apprenties à porter un regard rétrospectif sur l'exploration qu'elles viennent d'accomplir en écrivant sur une fiche-synthèse une « chose » intéressante avec la calculette qu'elles savent bien faire, une « chose » avec la calculette qu'elles n'ont pas comprise et une « chose » avec la calculette qui les a surprises. Leurs réponses donneront ainsi un panorama de ce qu'elles auront retenu de la séance afin d'orienter la poursuite et le développement de l'activité lors d'une leçon ultérieure.

FONDEMENTS THÉORIQUES DE LA LEÇON

Technique des situations

L'idée d'une exploration libre de la calculette trouve son origine dans un vieil article de Guillet (1980) qui s'inspire d'une technique d'enseignement - la *technique des situations* - développée sous l'égide de Gérard Charrière au Service de la Recherche Pédagogique du canton de Genève (Groupe mathématique du SRP, 1991). Dans cet article, Guillet affirme que « cette étape d'exploration libre ne devrait être escamotée à aucun prix et quel que soit l'âge des élèves (et même adultes) » (p.15). Elle décrit ensuite les découvertes effectuées par les élèves des classes où cette situation a été mise en œuvre, puis comment il est dès lors possible, partant de ces découvertes, de les rattacher à des notions du programme en vigueur et de créer des activités mathématiques qui s'y rapportent et qui seront développées par la suite dans les classes.

Pour avoir à de nombreuses reprises proposé cette situation dans la formation des enseignants spécialisés, ainsi qu'à des élèves de l'Es, j'ai pu remarquer que les choses ne se passaient pourtant pas souvent de cette

---

[4] Au lieu que ce soient les apprenties qui aient à exposer leurs productions, ce peut être le meneur de l'activité qui s'en charge. Non seulement cela permet d'éviter que certaines d'entre elles se trouvent empruntées devant le choix à réaliser et/ou la manière dont elles peuvent le communiquer aux autres, mais cette façon de procéder donne de facto une forme de reconnaissance au travail qu'elles ont accompli durant l'exploration.

façon. Beaucoup d'enseignants ont en effet de la peine à se livrer à une exploration « pour leur propre compte » de la calculette et de ses touches. Ils craignent également qu'en la soumettant ensuite aux élèves de leur classe, ces derniers ne s'y osent pas non plus, que leurs découvertes restent peu intéressantes et qu'ils ne sauront dès lors pas trop qu'en faire, ni comment rebondir sur ce qu'ils auront produit. S'agissant des élèves, on observe régulièrement que si certains se lancent aisément dans cette exploration, d'autres restent plutôt sur la réserve, ne sachant comment s'y prendre pour débuter, comme décontenancés par une consigne aussi ouverte, alors que d'autres encore ne font que répéter des choses qu'ils savent déjà faire.

C'est notamment pour faire face à ce type d'écueil que le recours au *jeu de tâches*, mode d'interactions développé par le groupe ddmes (Favre, 2008), s'avère très utile.

Jeux de tâches

Dans la perspective du jeu de tâches, la calculette est considérée comme un *milieu* (Brousseau, 1990) susceptible d'aménager des expériences mathématiques, diverses, à tous ceux, élèves ou enseignants, qui interagissent avec lui. La rapidité des *rétroactions* (Giroux, 2015) provoquées par l'usage de telle ou telle touche ou la combinaison de plusieurs touches est garante de ménager des *surprises* (Conne, 2004) à son utilisateur, lesquelles marquent un décalage entre ce qu'il s'attendait à voir apparaître sur l'écran de la calculette et ce qui s'y inscrit effectivement. Ce ne sont évidemment pas les mêmes surprises que la calculette occasionnera à un jeune élève, à un élève plus âgé ou à un enseignant, car ces surprises sont dépendantes des savoirs dont chacun dispose. Ainsi, tel élève pourra se surprendre à voir s'afficher soudainement la lettre E ou la lettre M à l'écran, tandis qu'un autre élève sera surpris de constater qu'il est possible de former des mots avec les nombres inscrits sur l'écran en tournant la calculette de 180°. De son côté, un enseignant pourra être intrigué de voir qu'en appuyant un grand nombre de fois sur la touche √ à partir d'un nombre supérieur à 1 (0,9999998 pour un nombre compris entre 0 et 1), on aboutit systématiquement à revenir au nombre 1 ou qu'en tapant successivement sur les touches « 1 + = + = + = + = + = », on fait apparaître les nombres de la suite de Fibonacci.

Face à une surprise provoquée par le milieu « calculette », il s'agit d'abord d'éprouver si on est capable de la reproduire en manipulant l'outil de la même façon (et donc en se remémorant les touches et l'ordre dans lequel on a préalablement appuyé), puis d'observer si, en variant un peu les choses, les nombres qu'on y introduit et les touches sur lesquelles on appuie, l'effet reste bien le même ou au contraire se modifie sensiblement. Ensuite, on tentera au fil des essais de prendre progressivement le contrôle sur ce qui apparaît à l'écran de façon à ce qu'il devienne désormais possible de le prévoir de façon de plus en plus assurée. Enfin, on parviendra à chaque fois à anticiper le résultat au point de rendre banal ce qui créait la surprise de départ.

On essaie, il y a quelque chose qui se passe, qui intrigue ; on essaie à nouveau, il y a intrigue encore une fois ; on essaie encore et, peu à peu, on en vient à anticiper ce qui pourrait se passer ; on vérifie pour voir si ce qui va apparaître est conforme aux anticipations effectuées ; on modifie l'anticipation ou on vient la confirmer par de nouveaux essais ; progressivement, on prend le contrôle sur le milieu avec lequel on interagit ; dans le même mouvement, à l'inverse, l'intrigue tombe ou finit par tomber.

Dans un jeu de tâches, l'*exploration du milieu* (Favre, 2008) démarre bien avant la séance pour celui qui deviendra ensuite le pilote du jeu. Dans ce cas particulier, il s'agit de manipuler les différentes touches de la calculette pour s'aménager des surprises à soi-même, à revisiter des expériences préalables qui avaient été laissées pour compte, à réaliser des découvertes inédites, etc. Ce travail exploratoire sera soigneusement consigné de façon à transformer les découvertes réalisées en termes de tâches à accomplir sur la calculette, afin que ce réservoir de tâches puisse être ensuite utilisé pour baliser le jeu qui sera mené durant la séance avec les élèves.

Au cours de la séance en effet, on visera à partager avec les élèves les découvertes effectuées en amont pour voir si celles-ci trouvent chez eux un écho favorable, les intriguent à leur tour et les engagent à chercher, occasionnant des expériences semblables ou au contraire différentes de celles que le pilote aura réalisé auparavant pour son propre compte. Régulièrement, on veillera à encourager les élèves à aller de l'avant dans ce qu'ils font même si, *a priori*, on ne voit pas très bien où cela pourra les mener, de façon à ce qu'à leur tour, ils puissent s'aménager ou nous aménager d'autres surprises. C'est en ce sens que l'exploration du milieu amorcée en amont va se poursuivre durant l'interaction avec les élèves.

On propose aux élèves une tâche à réaliser sur la calculette et on espère que le résultat affiché pourra susciter une certaine surprise. On encourage ensuite à faire et à refaire, puis à refaire en essayant avec d'autres touches ou d'autres nombres, car ce n'est qu'à l'occasion de se faire qu'une nouvelle intrigue est susceptible d'advenir. On se retire alors un peu, en espérant que l'élève ait mordu à l'hameçon et qu'il se mette par lui-même à chercher. On observe de loin ce qui se passe ou on se rapproche pour faire une suggestion, l'inviter à tenter un autre essai. On propose de noter ce qui a été fait, le cas échéant, on aide à le formuler dans des termes qui soient ensuite communicables aux autres de la classe.

Dans le cadre de cette leçon inaugurale sur la calculette, ces découvertes traduites en tâches sont prêtes à l'emploi durant la phase d'exploration libre, que ce soit pour relancer une apprentie sur une découverte qu'elle a faite ou pour chercher à susciter un questionnement chez celles qui ne savent pas trop comment démarrer. Elles sont ensuite utilisées en tant que telles dans la phase d'exploration dirigée, afin d'accroître le champ des découvertes déjà réalisées ou d'approfondir l'une d'elles.

L'objectif explicite de la leçon est bel et bien l'exploration des diverses touches de la calculette (c'est d'ailleurs celui qui est annoncé *a priori* aux apprenties durant l'introduction de l'activité) afin d'en légitimer l'accomplissement dans le contexte de la Fps. Mais il en est un autre, implicite, tout aussi important, à savoir que chaque apprentie parvienne à s'aménager, à l'aune de manipulations qui produisent un résultat qui l'interpelle, un questionnement qui lui est propre, et qu'elle s'essaie ensuite dans l'interaction qu'elle entretient avec l'outil d'y apporter progressivement quelques éléments de solution[5].

Dans un jeu de tâches, l'exploration du milieu se poursuit encore en aval de la séance à l'occasion de l'examen/interprétation des productions d'élèves que l'on aura collectées. Dans cette leçon, ces productions proviendront tout à la fois du moment d'exploration libre, de la mise en commun au tableau, de l'exploration dirigée et du point d'orgue. Il s'agit alors de recenser ce qui semble avoir plus particulièrement intéressé les apprenties, identifier les surprises éventuelles que ces productions sont susceptibles de nous aménager dans l'après-coup, repérer les découvertes qui ont été faites et qui ne nous étaient pas apparues durant la séance, etc. A ce titre, le point d'orgue qui invite à poser un regard rétrospectif sur l'activité pourra être très aidant pour déterminer ce qui a manifestement compté pour chaque apprentie. L'idée est encore une fois de prendre appui sur ce recueil - i.e. sur ce que les apprenties ont effectivement fait au cours de l'interaction - pour imaginer de nouvelles tâches à proposer sous forme de relances à l'occasion d'une séance ultérieure. On boucle ainsi le jeu réalisé sur la leçon qui vient d'avoir lieu en l'enchâssant déjà au jeu de celle qui lui succédera.

---

[5] Ce second objectif n'est jamais gagné d'avance, même si c'est bien lui qui pourra servir, *a posteriori* cette fois-ci, de légitimation, mais sur un tout autre registre, à l'activité exploratoire qui a été menée. Ainsi, lors de la réunion préparatoire aux deux séances avec les apprenties qui se sont déroulées au CFPS, je suis venu auprès des trois enseignants qui allaient y participer avec différentes tâches à effectuer sur une calculette (je souhaitais déjà initier en amont avec eux l'exploration du milieu qui aurait lieu durant la séance). L'une des tâches demandait de produire le nombre 0,123123123 (périodique) à partir de deux nombres naturels, la touche ÷ et la touche =. En la proposant, je sais qu'il y a quelque chose de substantiel (d'un point de vue mathématique) à découvrir, et que l'on pourra ensuite le reproduire sur d'autres nombres comprenant des périodes plus ou moins longues. De la sorte, j'essaie d'intriguer ou de susciter une intrigue. En l'état, il s'agit toutefois d'un questionnement qui m'est et me reste propre et il n'est nullement gagné qu'il puisse devenir le leur, c'est-à-dire qu'il les intrigue suffisamment pour que non seulement ils se mettent à chercher, mais qu'ils s'y engagent effectivement sur une certaine durée, multipliant les essais et les rétroactions infructueuses, jusqu'à trouver un chemin qui leur permettra d'aboutir.

NARRATION[6]

Cette leçon inaugurale à l'usage de la calculette[7] a été proposée à deux groupes d'apprenties, âgées de 16 à 20 ans, en première année de formation du CFPS du Château de Seedorf. A chaque fois, j'ai piloté l'activité selon le scénario décrit plus haut et ce, en présence des enseignants titulaires des classes. Je ne relate ici que l'exploration qui s'est déroulée dans le premier groupe, composé de cinq apprenties (Le, Ma, Na, Se et Ve) et d'un enseignant (Pep).

Introduction

Dans la classe de Pep, l'introduction s'est déroulée selon le scénario prévu, permettant d'initier dans de bonnes conditions le lancement de l'exploration libre, les cinq apprenties se mettant aussitôt à interagir avec les calculettes mises à leur disposition.

Exploration « libre »

Les traces[8] de l'activité des apprenties sur les feuilles destinées à noter leurs découvertes montrent qu'elles se sont intéressées au fonctionnement des trois touches mémoire (M+, M–, MRC). Chacune s'est alors demandé ce que pouvaient bien signifier ces touches : « *C'est quoi le M– et le M+ ?* » écrira par exemple Ve. De son côté, Se a même tenté une interprétation en attribuant une signification particulière aux signes qui figurent sur chacune des trois touches : « *M– ? -> moins que mille* ; *M+ ? -> plus que mille* ; *MRC -> retour en arrière* ». Cette première observation vient donc confirmer que la fonction de certaines touches de la calculette reste entièrement inconnue aux apprenties, lesquelles ne peuvent associer la lettre M figurant sur les touches à l'idée de « mémoire ».

Deux autres touches ont également marqué leur intérêt. D'abord la touche √ dont elles ne connaissaient pas non plus la signification : « *C'est quoi la touche √ ?* » demandera notamment Na, et elle montrera en écrivant à la suite de sa question : « *25 + √ = 5 + √ = 2,23060679* » (qu'il faut comprendre comme √25 donne 5 et √5 donne 2,23060679) avoir tenté au moins deux essais pour examiner ce que cette touche produisait. Ensuite la touche +/– vis-à-vis de laquelle Se proposera une nouvelle interprétation : « *c'est une touche qui fait descendre plus bas* », plus proche cette fois-ci de sa signification effective et dont Ve fera un usage personnel en l'insérant dans un double calcul dont les résultats divergents la laisseront très perplexe : « *8 + 3 = 11 ; 8 + 3 +/- = 5* ». Les fonctions de ces deux nouvelles touches restent ainsi tout aussi largement inconnues aux apprenties que les trois précédentes. Les bribes d'usage que leurs productions donnent à voir tendent par ailleurs à montrer qu'elles ne sont pas encore parvenues à aller au-delà d'un certain constat d'ignorance.

Durant ce moment d'exploration, j'ai également proposé d'autres tâches visant à leur aménager une surprise et engager une interaction avec la calculette qui les pousse à chercher. Auprès de Le et Na, j'ai d'abord montré que la lettre M pouvait surgir à l'écran et leur ai demandé de tenter d'en faire de même, puis de la faire disparaître. La tâche a bien porté, puisqu'après divers essais, elles y sont bien parvenues, amenant Na à écrire sur sa feuille : « *J'ai trouvé pour effacer le M* » et Le à citer, dans le dernier moment de la séance, comme chose intéressante qu'elle savait bien faire sur la calculette : « *mettre le M et l'enlever* ». A la suite de cela, j'ai également montré à ces deux apprenties ce que produisait l'usage répété de la touche = après avoir tapé « 10 + = et 10 x = » et celui de la touche √ qui aboutit systématiquement à 1. Je n'ai toutefois pas pu observer que mes propositions les avaient engagées à des répliques sur d'autres nombres.

[6] La narration est un concept développé par le groupe ddmes (Favre, 2012, 2015, 2018 ; Gobert, 2019).

[7] Les calculettes utilisées dans cette leçon sont semblables (touches identiques) à celle de la Figure 1.

[8] Les propos entre guillemets en italique sont des extraits repris tels quels des productions des apprenties dont seule l'orthographe a de cas en cas pu être retouchée.

Avec Ma, j'ai dévoilé comment il était possible de produire les nombres 3 et 2 avec la touche √, l'invitant ensuite à chercher comment produire d'autres nombres naturels d'une façon similaire. Et là, la tâche a également bien porté[9], conduisant Ma à découvrir les duos de nombres suivants qu'elle a soigneusement consigné sur sa feuille : « *√ 9 - 3 / 4 - 2 / 1 - 1 / 0 - 0 / 16 - 4 / 25 -5 / 36 - 6 / 49 – 7* ».

Enfin, avec Se et Ve, je n'ai pas eu l'occasion de proposer d'autres tâches, engagées qu'elles étaient dans leur exploration personnelle. Tout juste avons-nous eu un échange au sujet des nombres affublés du signe – (elles avaient trouvé comment le produire avec la touche +/-) et dont j'ai dit qu'ils pouvaient servir à désigner les températures qui descendent en dessous de zéro en hiver. Il semble donc que chaque apprentie a pu bien pu profiter de ce premier moment d'exploration pour se laisser interpeller par le produit de certaines touches de la calculette : Na et Le par les touches « mémoire », Ma par la touche √, Se et Ve par la touche +/-.

Mise en commun

La mise en commun qui a fait suite a permis à chaque apprentie de rendre compte d'au moins une découverte. La touche √ a été évoquée par trois fois, deux fois parce qu'elle produisait des nombres « *à virgule* » avec « *plein de chiffres* », et une fois pour permettre à Ma de rendre compte de la petite recherche qu'elle avait effectuée (obtention avec la touche √ de la suite des premiers nombres naturels). Une apprentie a également dit qu'elle ne comprenait pas la signification de la lettre M, tandis que Ve a fait part de sa surprise devant le fait que « 8 + 3 = » donnait 11 alors que « 8 + 3 +/- = » donnait 5. Un événement est également survenu au cours de cette mise en commun quand Na s'est soudain exclamée qu'elle avait fait apparaître la lettre E, associée au signe – sur l'écran. J'en ai profité pour mettre au défi les autres apprenties à faire de même (et Na à reproduire une nouvelle fois ce qu'elle avait fait), en leur montrant une façon de faire possible, en tapant successivement « 5 +/- √ ». Une apprentie proposera alors de taper « 10 x = = = = = = = » qui a bel et bien fait apparaître E 1 sur l'écran et Se suggèrera que la lettre E est là pour signifier l'infini. La mise en commun a ainsi généré une nouvelle investigation sur la calculette : faire apparaître sur l'écran la lettre E dont les apprenties ne connaissaient pas non plus la signification.

Exploration « dirigée »

Deux autres tâches ont pu être données à Le et Na au cours du moment d'exploration dirigée[10] : « trouver le plus grand nombre que l'on peut afficher sur la calculette » et « trouver des nombres qui donnent des mots lorsqu'on retourne la calculette ». Si la seconde n'a rien produit (à ce que j'en ai perçu tout au moins), la première a suscité une interaction entre les deux apprenties qui se sont mises à afficher tour à tour des nombres qui remplissaient tout l'écran de la calculette, à les comparer entre eux pour déterminer lequel était le plus grand, puis à en rechercher d'autres encore plus grands. Elles s'arrêteront à « *99000000* » qu'elles inscriront sur leur feuille.

Auprès de Ma, Se et Ve, j'ai pu proposer trois nouvelles tâches : « trouver le plus petit nombre que l'on peut afficher sur la calculette », « taper 10 ÷ 10 = = = = = = = … sur la calculette et observer ce qui se passe » et « trouver des nombres qui donnent des mots lorsqu'on retourne la calculette ». La première

[9] Dans un article qui date de maintenant plus de vingt ans (Favre, 2000), j'avais déjà montré combien cette tâche qui aboutit à la détermination progressive de la suite des nombres carrés pouvait être porteuse.

[10] Durant ce moment d'exploration dirigée, j'ai également proposé à Pep, l'enseignant, de produire le nombre 0,1231231 (périodique) à partir de deux nombres naturels, la touche ÷ et la touche = (une tâche que je lui avais déjà soumise lors de la rencontre préparatoire à mon intervention). Son idée a été de diviser 1 par 0,1231231 pour trouver 8,1219527 ; puis d'inverser le calcul, soit de diviser 1 par 8,1219527 qui permettait alors de trouver 0,1231231. L'idée était ingénieuse, car le résultat qui s'est affiché sur l'écran ne permettait d'invalider le fait que le nombre obtenu n'était pas périodique (0.123123100679963…). Incidemment, j'ai également pu observer que Ve s'était aussi essayée à produire des nombres comprenant des chiffres qui se répétaient, parvenant à produire : « 15,151515 » (sans que je ne puisse voir comment elle s'y était prise), qu'elle nous a montré avec une jolie fierté.

tâche a là aussi donné lieu à un échange entre les trois apprenties pour déterminer si 0 était ou n'était pas le plus petit nombre que l'on pouvait produire. Se a notamment repris l'idée de pouvoir descendre en-dessous 0 dont on avait discuté au sujet de la touche +/- lors de l'exploration libre, mais en utilisant cette fois-ci la touche – et en répétant l'usage de la touche = pour produire une succession de nombres négatifs de plus en plus petits. A un certain moment, elle a cependant renoncé à poursuivre son procédé - optant finalement pour le nombre « *0* » qu'elle a écrit sur sa feuille - manifestement découragée devant le temps qu'il lui faudrait pour accéder de la sorte au dernier.

La question aurait pu en rester là, mais l'obtention du nombre 0,0000001 à la deuxième tâche a relancé l'affaire, le trio d'apprenties se demandant alors, sans parvenir à trancher, si 0,0000001 était ou non plus petit que 0. On voit donc ici comment une tâche est susceptible par elle-même de « produire une relance » au sujet d'une question ouverte par une autre tâche amenant les apprenties à opérer une brève incursion dans les champs des nombres relatifs et des décimaux.

La troisième tâche a quant à elle aussi généré une petite recherche qui, faute de temps n'a pas pu produire de plus amples développements, aboutissant à la mise en évidence de deux « nombres-mots » inscrits sur la feuille des apprenties : « *53 -> ES ; 1717 -> LILI* ».

Point d'orgue et ouvertures

Pour conclure la séance, j'ai dit au groupe qu'il s'agirait de reprendre l'exploration des touches de la calculette lors d'une, voire de plusieurs séances ultérieures. Je les ai invitées à compléter les fiches-synthèses que j'avais préparées et une fois que cela été fait, j'ai quitté la classe en les remerciant pour leur belle implication dans l'activité proposée.

Sur leurs fiches, j'ai alors découvert ceci.

S'agissant tout d'abord des choses intéressantes qu'elles ont dit savoir bien faire sur une calculette, Le a mentionné : « *mettre le M et l'enlever* » que j'ai déjà évoqué plus haut ; Na a écrit : « *10 x 23 = 230 2300 etc.* », ce qui montre qu'elle avait repris à son compte la multiplication par 10 (qui produit des nombres comprenant à chaque fois un rang de zéro en plus) que je lui avais montré durant l'exploration libre, et cela m'a surpris, car je n'en avais rien vu durant la séance ; Ma a noté : « √ *9 - 3* » faisant à nouveau état de la petite recherche qu'elle avait réalisée au sujet de la touche √ ; Ve et Se ont indiqué qu'elles savaient désormais écrire des lettres avec des chiffres.

S'agissant ensuite des choses sur la calculette qu'elles ne comprenaient pas, Le n'a rien mentionné ; Na a écrit : « *le M –* » ; Ma : « *le MRC, je n'ai pas compris* » et Ve : « *ce sont les lettres M – et M + que je ne comprends pas* ». Il y a donc trois apprenties qui sont revenues sur le fait que la fonction des touches « mémoire » leur reste encore inconnue. Se quant à elle a noté : « √ *?* », manifestant une incompréhension relative à une autre touche qui a fait l'objet d'une investigation durant le moment d'exploration libre.

S'agissant enfin des choses sur la calculette qui les ont surprises, Le et Na n'ont rien mentionné ; Ma a écrit : « *le M comme on le supprime* » et Ve : « *la flèche*[11] +/- » revenant toutes deux sur un signe/une touche qui les avait interpellées durant la séance, alors que Se a relevé que : « *la calculette est très très intelligente* », ce qui peut signifier que l'exploration lui avait permis de rencontrer des potentialités de l'outil qu'elle n'avait pas perçues jusqu'à lors.

Après la séance avec Pep

Après avoir rédigé un premier jet de narration de la séance sur la base de mes souvenirs et des productions que j'avais récoltées à cette occasion, je suis revenu vers Pep, l'enseignant titulaire de la classe. Partant des

[11] Sur la calculette utilisée, la touche +/- est accompagnée d'une double flèche pour signifier qu'elle sert à transformer un nombre positif en un nombre négatif et réciproquement un nombre négatif en un nombre positif.

interrogations des apprenties (i.e. des interrogations que j'avais pu identifier durant la séance), je lui ai suggéré quelques idées de relances en vue d'une éventuelle poursuite de l'exploration de la calculette.

- Au sujet de la touche √ : présenter la petite recherche effectuée par Ma ; demander aux apprenties de poursuivre la recherche des nombres au-delà de 49 qui produisent des nombres entiers ; établir le lien entre la suite des nombres produite et la suite des nombres qui figure sur la table de multiplications ; indiquer la raison pour laquelle on les désigne de nombres carrés et donner en conséquence le nom de la touche √.
- Au sujet des touches « mémoires » : montrer comment mettre un nombre en mémoire avec la touche M+, afficher le nombre avec la touche MRC, puis faire disparaître le nombre mis en mémoire en appuyant une seconde fois sur la touche MRC ; indiquer la signification des lettres M, R et C ; demander ensuite à une apprentie de faire un calcul (sans le montrer) et de mettre le résultat en mémoire ; une autre apprentie fait apparaître le nombre et il faut trouver le calcul qui a été fait au départ (en dévoilant ou pas le signe de l'opération qui a été utilisée).
- Au sujet des plus grand et plus petit nombres que l'on peut afficher sur l'écran d'une calculette : présenter la proposition de 9900000 et demander si on peut faire plus grand encore, puis quel est le tout dernier nombre que l'on peut afficher avant de faire apparaître la lettre E ; présenter ensuite les nombres 0 ; 0,0000001 ; -10 et débattre pour déterminer lequel est le plus petit ; demander pour chacun d'entre eux si et comment l'on peut en faire apparaître d'autres qui leur soient inférieurs ; déterminer jusqu'où il est possible de poursuivre ; indiquer la signification de la lettre E et quelle lettre on utilise pour désigner l'infini.
- A partir de la production « 10 x 23 = 230 2300 etc. » de Na : proposer un travail systématique sur la multiplication par les puissances de 10 ; faire faire des essais avec « x10, x100, x1000, … » ; demander d'effectuer des prévisions avant d'utiliser la calculette, puis de formuler des règles qui permettent d'aboutir à coup sûr au bon résultat ; partant d'un nombre de la multiplication par 10 (par 100, par 1000) déterminer s'il sera possible d'aboutir à un autre nombre, le cas échéant combien de fois il sera nécessaire d'appuyer sur la touche = pour y parvenir.
- A partir de la production « 15,151515 » de Ve : présenter la proposition de Pep pour obtenir 0,1231231 ; demander aux apprenties de compléter une table de division (Groupe mathématique du SRP, 1991, p.209).

CONCLUSION

Piloter des activités mathématiques dans le contexte de l'Es sans que la réussite aux tâches proposées soit l'unique boussole susceptible de guider leur développement ; faire en sorte que les interactions des élèves avec le milieu considéré puissent durer et qu'ils parviennent de cas en cas à se constituer un questionnement qui leur est propre ; aménager aux élèves, ainsi qu'au pilote de l'activité, des occasions de réaliser des expériences mathématiques quelque peu substantielles constituent trois intentions fort louables, mais dont la réalisation effective n'a rien d'une évidence.

Depuis plus de vingt ans qu'il s'intéresse à ces questions, le groupe ddmes a développé un certain savoir-faire pour y parvenir. Un savoir-faire qui procède à chaque fois de l'exploration d'un milieu particulier et de l'élaboration, puis de la mise en œuvre de jeux de tâches selon un processus en boucle qui s'enrichit au fur et à mesure de son développement où :

- le milieu considéré fait l'objet d'une première exploration au sein du groupe de façon à en révéler un certain potentiel mathématique et didactique ;
- l'exploration débouche sur la détermination d'un certain nombre de tâches, non-hiérarchisées, qui serviront de balises au pilote pour conduire l'interaction avec les élèves ;
- l'exploration se poursuit avec les élèves lors du jeu des tâches qui leur seront soumises, la collection de leurs productions, l'appréhension de certaines surprises ;

- la narration rapportée au groupe prolonge l'exploration à l'occasion des échanges que l'interlocution rend possible ;
- d'autres tâches sont produites pour être investies et jouées lors de nouvelles interactions avec les mêmes ou d'autres élèves.

Ce texte rend compte de la mise en œuvre de ce savoir-faire dans un contexte particulier, celui de la Fps et à propos d'un milieu particulier, celui d'une calculette. L'article de Céline Vendeira dans cette même revue en donnera un autre exemple sur le versant géométrique[12]. Nous espérons de la sorte donner envie aux lecteurs de s'en inspirer pour en réaliser des répliques dans d'autres lieux avec à chaque fois comme enjeu prioritaire le partage d'expériences mathématiques.

BIBLIOGRAPHIE

Brousseau, G. (1990). Le contrat didactique : le milieu. *Recherche en Didactique des Mathématiques, 9(3)*, 309-336.

Bruillard, E. (1993). Quelques obstacles à l'usage des calculettes à l'école : une analyse. *Grand N, 53*, 67-78.

Conne, F. (2004). Jouer la surprise. *L'Educateur, 7*, 35-37.

Favre, J.-M. (2000). Calculette, coucou la revoilà ! *Math École, 191*, 10-20.

Favre, J.-M. (2008). Jeu de tâches : un mode d'interactions pour favoriser les explorations et les expériences mathématiques dans l'enseignement spécialisé. *Grand N, 82*, 9-30.

Favre, J.-M. (2012). Narrer pour problématiser dans le contexte de la formation professionnelle d'apprenties en difficulté d'apprentissage. Dans J.-L. Dorier & S. Coutat (dir.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle – Actes du colloque EMF2012* (GT5, pp. 699–710).

Favre, J.-M. (2015). *Investissements de savoirs et interactions de connaissances dans un centre de formation professionnelle et sociale : une contribution à l'étude des mathématiques et de leur fonctionnement dans le contexte de la formation professionnelle spécialisée.* Thèse de doctorat. FAPSE, Université de Genève. https://archive-ouverte.unige.ch/unige:76939.

Favre, J.-M. (2019). Investissements de savoirs et interactions de connaissances dans un centre de formation professionnelle et sociale : que peuvent bien nous apprendre les mathématiques que font les élèves de l'enseignement spécialisé une fois qu'ils ont terminé l'école ? Dans T. Barrier & C. Chambris (dir.) *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2017* (pp.40-60). IREM de Paris - Université Paris Diderot.

Favre, J.-M. (éd.) (2012). Des narrations pour partager et faire rebondir nos expériences mathématiques dans l'enseignement spécialisé. *Actes des deuxièmes journées didactiques de La Chaux-d'Abel 26-27-28 mai 2011*. https://hal.science/halshs-03324376v1.

Favre, J.-M. (éd.) (2018). Expérience et interprétation. Faire des mathématiques avec des élèves de l'enseignement spécialisé *Actes des troisièmes journées didactiques de La Chaux-d'Abel 3-4-5 mai 2018*. https://hal.science/halshs-03286007v1.

Favre, J.-M. et Vendeira, C. (à paraître). Jouer des tâches avec les élèves : une alternative aux problèmes pour qu'ils se mettent à chercher. *Actes de la COPIRELEM 2023.*

[12] Le lecteur intéressé pourra aussi se référer au dernier texte produit par le groupe ddmes (Favre et Vendeira, à paraître) à l'occasion du colloque de la COPIRELEM 2023 à Marseille.

Giroux, J. (2015). Difficultés des élèves en mathématiques au primaire : les apports de la didactique. *Math-École, 224*, 4-7.

Gobert, S. (2019). Temporalités didactiques. Dans A. Vézier A. & S. Doussot (dir.) *Les pratiques de récit pour penser les didactiques : dialogue entre histoire et autres disciplines (français, mathématiques, sciences)* (pp.37-54). Presses Universitaires de Rennes.

Groupe mathématique du SRP (1991). *Sur les pistes de la mathématique*. Deuxième édition revue et augmentée. Service de la Recherche Pédagogique.

Guillet, N. (1980). Calculatrices de poche. *Math-École, 93*, 14-27.

Trouche, L. (2002). Les calculatrices dans l'enseignement des mathématiques : une évolution rapide des matériels, des effets différenciés. Dans D. Guin & L. Trouche (dir.), *Calculatrices symboliques : transformer un outil en un instrument du travail mathématique : un problème didactique* (pp. 21-53). La pensée sauvage.