RMé 242

242

RMé

REVUE DE MATHÉMATIQUES POUR L'ÉCOLE

Janvier 2025

ISSN : 2571-516X

SOMMAIRE

INTRODUCTION DE L'ALGEBRE EN 9H AVEC DES PROBLEMES DE GENERALISATION

Amine Slim, Sylvie Coppé

Enseignant au Secondaire 1 – Établissement Léon-Michaud, Université de Genève- Équipe DiMaGe

Cet article vise à explorer les conditions favorables à une introduction à l'algèbre qui approfondit la compréhension et la signification des symboles algébriques. Nous avons élaboré une séquence d'enseignement axée sur des problèmes de généralisation et de preuves à destination d'élèves de 9H, dans le but de développer des compétences algébriques. Dans cet article, nous analysons leurs procédures concernant trois problèmes de généralisation en nous focalisant sur les évolutions de l'arithmétique vers l'algèbre.

Mots clés : algèbre élémentaire, problèmes de généralisation, distributivité de la multiplication sur l'addition, procédures élèves.

Dans le cadre des programmes de mathématiques de l'école obligatoire, l'algèbre, forte de son héritage historique significatif (Squalli, 2000), pose des défis considérables pour les élèves et les enseignants, en termes d'enseignement et d'apprentissage. Ses transformations et ses transitions épistémologiques, marquées par le passage (Kouki & Hassayoune, 2015) d'un registre oral (algèbre rhétorique) à un registre écrit (algèbre symbolique), d'une approche empirique à une pratique générale, peuvent expliquer les difficultés inhérentes à son enseignement. La recherche menée par Wang (2015) sur les difficultés rencontrées en algèbre illustre certaines de ces difficultés : à travers l'analyse de 29 articles de chercheurs anglo-saxons, l'auteur identifie 15 éléments interconnectés, allant de la transition de l'arithmétique à l'algèbre, à la gestion de la lettre en passant par le rôle pédagogique de l'enseignant et l'organisation des contenus d'enseignement. Ces éléments constituent autant de raisons qui expliquent la difficulté de la mobilisation de l'algèbre par les élèves comme l'avait souligné Chevallard (1985). La Suisse romande ne fait pas exception (Hosseinian, 2021), peut-être aussi parce que l'enseignement semble privilégier le formalisme algébrique (aspects calculatoires et procéduraux) au détriment d'une véritable compréhension des concepts mathématiques. Ces constats sont à l'origine de notre recherche faite lors d'un mémoire de master en didactique des mathématiques[1], soutenu en juin 2023, qui avait pour thème l'élaboration d'une séquence d'enseignement d'introduction de l'algèbre basée sur la résolution de problèmes et utilisant principalement des problèmes de généralisation et de preuves[2]. Nous l'avons expérimentée avec des élèves de 9H en voie prégymnasiale (VP) du canton de Vaud. Dans cet article, nous présentons des résultats concernant l'analyse des productions d'élèves sur les problèmes de généralisation, les problèmes de preuves donneront lieu à un second article.

L'objectif de la séquence est de rendre les concepts enseignés significatifs et de montrer l'utilité de l'algèbre aux élèves. En effet, selon Kieran (2004), une grande partie de la construction du sens des objets algébriques se produit au sein des problèmes de généralisation. En analysant les travaux de 24 élèves, nous cherchons à comprendre comment cette approche peut renforcer la capacité des élèves à appréhender les outils symboliques en algèbre. Notre hypothèse est qu'en procédant ainsi, les élèves prendront conscience de la nécessité de l'utilisation d'un outil symbolique, ce qui facilitera l'introduction et l'usage de la lettre.

---

[1] Étude d'une séquence sur l'introduction au calcul littéral à l'aide de problèmes de généralisation et de preuve en 9e Harmos - Master en didactique disciplinaire du 2Cr2D (HEP Vaud – Unige).

[2] À noter que dans le canton de Vaud les problèmes de généralisation et de preuves sont généralement enseignés en 10H ou 11H.

Cet article se structure en cinq parties. La première examine les approches d'enseignement de l'algèbre et l'importance de l'intégration de problèmes de généralisation. La seconde donne quelques éléments de contexte de l'enseignement de l'algèbre en Suisse romande. Nous décrivons ensuite la séquence puis la méthode utilisée pour analyser les données recueillies. Enfin, dans la dernière partie, nous présentons une analyse des processus de généralisation employés par les élèves.

QUELQUES ÉLÉMENTS SUR L'ENSEIGNEMENT DE L'ALGÈBRE

Dans cette partie nous faisons un rapide tour d'horizon de quelques travaux en didactique de l'algèbre qui nous ont servis dans nos analyses. Chevallard (2006) indique que l'entrée dans l'algèbre est un vrai « problème de la profession », état de fait constaté depuis plus de 40 ans par de nombreuses recherches. Selon Bronner (2019), l'entrée dans l'algèbre est souvent synonyme de « coup de force » du professeur, car l'utilisation d'une « lettre » est fortement suggérée (voire imposée) aux élèves sans qu'ils puissent découvrir et comprendre la nécessité et l'utilité de la « lettre » à travers des problèmes. Cette confrontation initiale avec l'algèbre soulève donc la question de la méthodologie d'enseignement, invitant à une réflexion plus profonde sur la manière dont nous abordons les concepts algébriques et plus particulièrement comment nous envisageons le développement de compétences algébriques. En cela, nous avons choisi de suivre les conclusions des travaux de Grugeon (1997) sur les compétences nécessaires pour maitriser l'algèbre élémentaire, structurées en deux dimensions, les dimensions « objet » et « outil » (au sens de la dialectique outil/objet de Douady (1986)). La dimension « objet » est associée à la manipulation d'objets mathématiques tels que les expressions littérales et les équations, considérant l'algèbre comme un ensemble structuré d'objets avec leurs représentations, méthodes de transformations et propriétés uniques. Dans la dimension « outil », l'algèbre est utilisée comme moyen de résoudre des problèmes impliquant la généralisation, la preuve ou encore la résolution d'équations. Or il s'agit d'équilibrer ces deux aspects alors que quelquefois c'est l'aspect « objet » qui est prépondérant.

D'autres travaux abordent les questions de transitions entre l'arithmétique et l'algèbre. Vergnaud (1988, 1989) met l'accent sur les ruptures entre l'arithmétique et l'algèbre, la première portant sur la différence entre les processus mentaux pour résoudre des problèmes de façon arithmétique ou algébrique, la seconde sur un changement de paradigme dans le statut de certains objets comme le signe égal, les signes opératoires (même objet, mais signification différente), point de vue repris dans les travaux de Kieran (1992) au travers de la notion de fausse continuité.

Assude et al. (2012) mettent en évidence le rôle essentiel de la distributivité de la multiplication sur l'addition comme un outil clé de justification pour légitimer la manipulation des expressions littérales et déplorent que le statut et la formulation de cette propriété soient souvent peu clairs dans les manuels scolaires, voire remplacés par des ostensifs comme des flèches ou couleurs ou expressions non mathématiques (par exemple, « on transforme », « on distribue », etc.).

Ces travaux et bien d'autres soulignent la complexité de l'enseignement et de l'apprentissage de l'algèbre, mettant en lumière la nécessité d'approches pédagogiques qui facilitent non seulement l'introduction de nouveaux concepts algébriques, mais aussi l'acquisition de compétences pour leur manipulation et leur application dans la résolution de problèmes. Pour équilibrer le travail entre ces deux dimensions et enrichir la compréhension des nouveaux objets mathématiques ainsi que des techniques de calcul, Bednarz et al. (1996) ont proposé quatre approches didactiques d'entrée dans l'algèbre :

- Une approche par la généralisation des modèles numériques et géométriques et des lois régissant les relations numériques (par la production de formules) ;
- Une approche par la résolution de problèmes (par les équations) ;
- Une approche par la modélisation de phénomènes physiques et mathématiques ;
- Une approche technologique / fonctionnelle (via des logiciels).

Ces différentes approches ne s'opposent pas et il existe un consensus au sein de la communauté scientifique soutenant l'idée d'un équilibre entre ces quatre approches nécessaire à la compréhension en profondeur de la « fonction, structure et fonctionnement » de la pratique de l'algèbre (Bednarz et al., 1996). Mais l'approche par généralisation s'est révélée être plus facilitatrice pour l'entrée dans l'algèbre que les autres approches (Larguier, 2015; Radford, 2014). Forts d'un tel constat étayé par la recherche, nous nous sommes penchés sur les intentions du curriculum de Suisse romande en matière de problèmes de généralisation en algèbre.

Quelques éléments sur le contexte de la Suisse romande

En Suisse romande, les objectifs d'apprentissage du secondaire 1 sont définis par le Plan d'Études Romand (PER). Ses intentions quant à l'algèbre sont situées dans la partie MSN 33 « Fonction et Algèbre » et détaillées dans la composante 5 « Résoudre des problèmes numériques et algébriques en mobilisant l'algèbre comme outil de calcul (équations), de preuve ou de généralisation ». On constate donc que les différents types de problèmes sont cités.

Dans le canton de Vaud (puisque c'est là que notre expérimentation a eu lieu) les préconisations sur l'enseignement de l'algèbre en nombre de périodes par année mettent en évidence une focalisation en 10H et 11H, après une brève introduction en 9H (seulement 10 périodes). L'algèbre est l'un des domaines qui reçoit la plus faible dotation horaire en 9H. Cela signifie donc que l'enseignement de l'algèbre est principalement fait sur deux années, ce qui nous pose question vu la complexité de ce thème.

Nous avons également analysé les Moyens d'Enseignement Romands (MER) (voir annexe 1). Ceux-ci semblent favoriser la résolution d'équations et la notion de fonction tout au long du cycle, laissant de côté les problèmes de généralisation et de preuves, surtout en début de cycle. De plus, on constate que l'algèbre est massivement travaillée dans sa dimension « objet » notamment en 9H, où l'accent est mis sur les techniques de calcul en intégrant peu la résolution de problèmes, ce qui montre une approche formelle de l'algèbre.

En prenant en compte ces constats, nous avons donc élaboré et expérimenté une séquence d'introduction à l'algèbre en introduisant des problèmes de généralisation et de preuves. C'est ce que nous présentons dans la section suivante.

La séquence d'enseignement

Cette séquence repose sur un ensemble de 7 séances non isolées (voir annexe 2). Elle est constituée de 4 phases. Dans la première (2 séances), nous avons travaillé le calcul réfléchi (voir annexe 3), car nous avons souhaité vérifier que les élèves avaient une maitrise suffisante de la distributivité de la multiplication sur l'addition utilisée dans le cadre numérique pour ensuite présenter la distributivité comme une des propriétés permettant de justifier les transformations des expressions littérales (Alves et al., 2013). Cela nous permettait également de travailler sur le statut de l'égalité, en passant du signe qui indique un processus de calcul à un signe qui représente une relation d'équivalence. Ce travail est nécessaire et s'il n'est pas fait, cela peut devenir un obstacle à l'entrée dans l'algèbre comme le soulignent ces autrices :

> Dans son aspect « réfléchi » le calcul mental … opère sur des nombres et permet d'enraciner l'ordre de grandeur, le sens des opérations et leurs propriétés (commutativité, associativité, distributivité). C'est ainsi qu'au Collège, il va devenir un moyen de préparation des compétences algébriques. » (Pioltі-Lamorthe & Roubin, 2010, p. 3).

Dans cet article, nous n'analysons ni les tâches proposées dans cette phase ni les productions des élèves, mais nous soulignons l'importance de ce travail pour la séquence.

La seconde phase, séances 3 et 4, porte sur les problèmes de généralisation. Elle est composée du problème des « Carreaux colorés »[3] dans les deux versions ci-dessous. Ce problème a été employé et analysé à maintes reprises par le passé (Bednarz, 2005; Coppé et al., 2016; Coulange & Grugeon, 2008; Denis et al., 2004; Vlassis et al., 2017; Vlassis & Demonty, 2002) et ses potentialités pour l'introduction de formules, la généralisation et l'introduction de la lettre ont été soulignées.

La 3[e] phase, séances 5 et 6, qui porte sur les programmes de calculs et la notion de preuve fera l'objet d'un autre article.

La 4[e] et dernière phase est une évaluation, réalisée deux semaines après la dernière séance. Y figurent des exercices sur la distributivité de la multiplication sur l'addition, un problème de généralisation et deux de preuve. Le problème de généralisation est constitué d'une suite de figures géométriques auxquelles sont associées des « étapes ». Ces figures sont formées par des assemblages d'objets dont le nombre augmente à chaque étape. Il s'agit d'un problème de dénombrement au sens de Krysinska et al. (2009) : manipulation de structures discrètes, identification et modélisation de régularités, double lecture itérative et « fonctionnelle » (généralisation en langage algébrique).

Analyse a priori des 3 problèmes

Les deux problèmes travaillés durant la séquence (CC1 et CC2) diffèrent par le nombre et la nature des questions permettant d'arriver à la généralité. Il s'agit de trouver le nombre de carreaux colorés de la bordure, quel que soit le nombre de carrés du côté du carré.

Problème CC1 S3 - 4

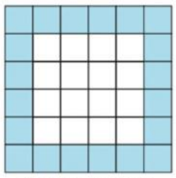
Tu as un carré de côté 6 carreaux dans lequel des petits carreaux sont colorés.

a. Pour ce carré de côté 6, tu peux savoir combien de carreaux sont colorés. Si on a un carré de côté 10, combien de petits carreaux sont colorés ?
b. Si on a un carré de côté 100, combien de petits carreaux sont colorés ?
c. Trouve une formule, un moyen de dire comment calculer ce nombre de carreaux colorés pour n'importe quel carré.
d. Les expressions possibles obtenues lors de l'activité 1 sont :

$4n - 4$	$4(n - 1)$	$n + n - 1 + n - 1 + n - 2$
$n + n + n - 2 + n - 2$	$4(n - 2) + 4$	$n^2 - (n - 2)^2$

Comment montrer que ces expressions sont égales pour n'importe quelle valeur du côté du carré ?

e. Question supplémentaire : Arié pense que le nombre de carreaux colorés est toujours un multiple de 4. VRAI ou FAUX ? Prouve-le !

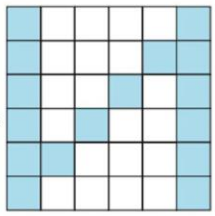


Quatre bords colorés.

Problème CC2 S3 - 4

Tu as un carré de côté 6 carreaux dans lequel des petits carreaux sont colorés.

a. Trouve une formule, un moyen de dire comment calculer ce nombre de carreaux colorés pour n'importe quel carré.



Deux bords opposés et une diagonale colorés.

Fig. 1 : Les 2 problèmes de généralisation travaillés durant la séquence

Le problème CC1 est structuré autour de cinq questions ciblant des objectifs spécifiques. La question « a » a pour but d'engager les élèves dans le problème. Les questions « b » et « c » encouragent la création de formules. Ces trois questions sont données ensemble. Puis une mise en commun est organisée pour partager l'ensemble des formules produites. Et cela débouche sur une première institutionnalisation.

[3] Adaptation de la situation d'apprentissage emblématique « le carré bordé » de Combier et al. (1996).

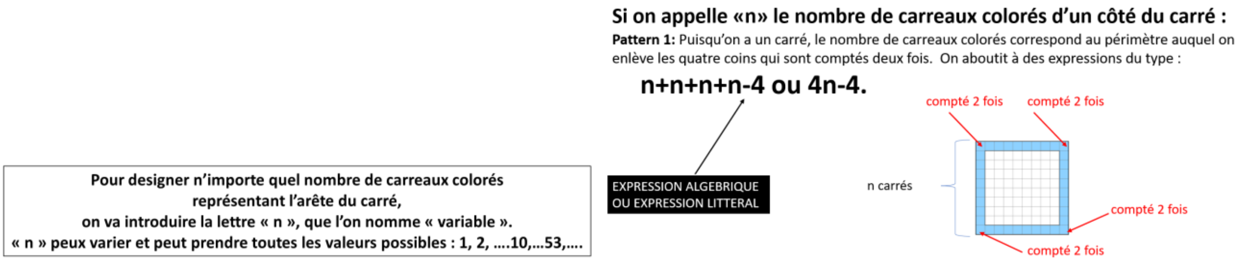


Fig. 2 : Trace écrite de l'institutionnalisation en séance 3

À la suite de cette institutionnalisation, les 6 formules de la question « d » sont introduites et on demande alors d'explorer leurs équivalences notamment en mobilisant la distributivité. Enfin la cinquième question initie une réflexion sur l'aspect structurel de l'écriture algébrique. L'énoncé est conçu pour engager les élèves dans un processus de recherche impliquant des méthodes d'essais-ajustements, de conjectures, de généralisation et de validation, grâce à un jeu sur la variable didactique « le nombre de carreaux d'un côté du carré ». Les valeurs de cette variable sont 6, 10 et 100. Pour les deux premières valeurs, les élèves peuvent compter les carreaux colorés directement, mais la valeur 100 rend le comptage inefficace, suggérant l'utilisation d'une méthode différente. Les valeurs 10 et 100 ont été volontairement choisies pour détecter si les élèves mobilisaient systématiquement la proportionnalité (et donc la mettre en défaut ici).

Les stratégies valides envisageables sont :

- Stratégie D (peu probable pour 100) : Dessiner et compter les carreaux.
- Stratégie P : Identifier des structures ou motifs répétitifs (patterns) qui se généralisent avec l'augmentation de la taille du carré.
- Stratégie R (même si elle est peu probable au vu de l'énoncé puisqu'un seul carré est donné) : en envisageant la suite des carrés, utiliser l'itération, en ajoutant 4 carreaux colorés pour chaque augmentation de la taille du carré.

Pour la stratégie P, voici les divers motifs qui amènent à des méthodes de calcul différentes et des formules différentes dont l'équivalence pourra être montrée en utilisant la distributivité de la multiplication sur l'addition (Figure 3).

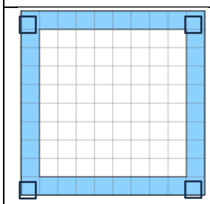
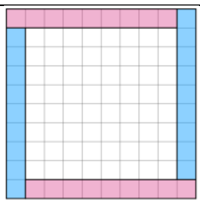
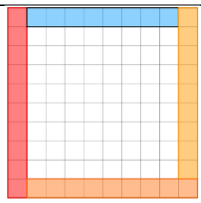
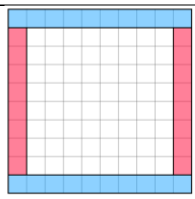
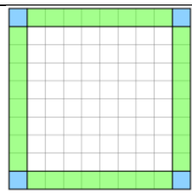
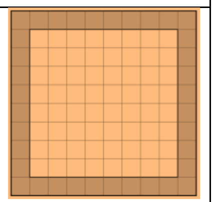
Pattern P1	Pattern P2	Pattern P3	Pattern P4	Pattern P5	Pattern P6
					
N = 4n-4	N = 4·(n-1)	N = n+2·(n-1)+ n-2	N = 2n + 2·(n - 2)	N = 4·(n - 2) + 4	N = n² - (n - 2)²

Fig. 3 : Récapitulatif des différents patterns et des formules du problème CC1

Dans la question « c », les élèves sont invités à formuler une expression générale sans exigence sur la forme. Ils peuvent choisir d'utiliser le langage naturel ou des expressions mathématiques, avec ou sans lettres ou avec des symboles ou abréviations qu'ils auront choisis. On voit que plusieurs expressions sont possibles, reflétant la diversité des stratégies de calcul.

Le problème de généralisation CC2 est un réinvestissement du problème CC1 à ceci près qu'il ne contient qu'une question. Il est immédiatement demandé aux élèves de trouver une formule et donc de recourir à la lettre. La configuration est plus complexe que le problème CC1, nécessitant une analyse des relations entre les bords et la diagonale qui nécessite souvent une réorganisation des carrés de la diagonale.

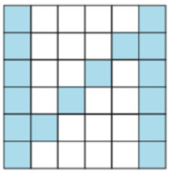
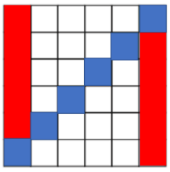
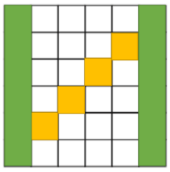
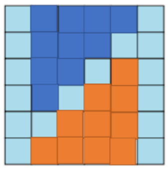
Pattern P1'	Pattern P2'	Pattern P3'	Pattern P4'
			
On déplace les carreaux de la diagonale sur un côté $N = 3n - 2$	$N = 2(n-1) + n$	$N = 2n + (n-2)$	$N = n^2 - (n - 1) \times (n - 2)$

Fig. 4 : Récapitulatif des différents patterns et des formules du problème CC2

Le problème posé en évaluation diffère des deux autres, car l'observation des étapes successives joue un rôle clé dans le raisonnement. Il favorise une double lecture : itérative (ajout progressif) et globale (expression de la généralité algébrique). On peut penser que la stratégie R sera davantage utilisée ici conformément aux travaux de Krysinska & al. (2009) et que la progression arithmétique qui en découle est un des deux « modèles fonctionnels plus aisément accessibles » aux élèves.

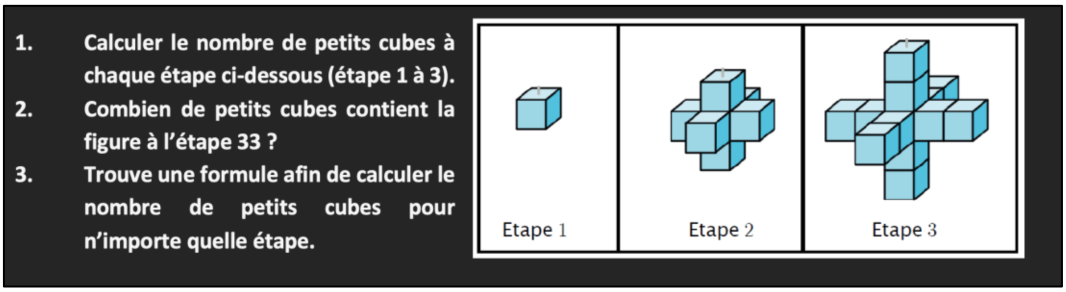


Fig. 5 : Le problème d'évaluation

On peut envisager les mêmes stratégies que pour CC1 et CC2, mais :

- La stratégie D nous parait encore plus improbable que pour les deux autres problèmes vu la forme du motif et la difficulté de faire un dessin ;
- La stratégie R consistant à comprendre comment on passe d'une étape à l'autre en ajoutant 6 cubes (un sur chaque face du cube de l'étape 1) nous parait ici bien plus probable que pour CC1 et CC2 puisque les étapes 1, 2 et 3 sont données. On aura ainsi 1 cube à l'étape 1, 1+6 cubes à l'étape 2 et 1+6 +6 cubes à l'étape 3. Pour la généralisation, il s'agira ensuite de mettre en lien le nombre de 6 (n) et le numéro de l'étape E comme suite $n=E-1$, ce qui constitue une difficulté supplémentaire pour construire la formule $N=1+6(E-1)$;
- La stratégie P pourra également être mise en œuvre en considérant par exemple, l'étape 3 comme une figure générique (il y a un cube de moins que l'étape sur chaque face du cube initial et on rajoute le cube initial).

En résumé, les trois problèmes présentent des approches distinctes de la généralisation et de la modélisation. CC1 repose sur l'identification de patterns et guide les élèves à travers des questions intermédiaires qui structurent leur réflexion. CC2, bien qu'il mobilise également l'identification de patterns, ne propose pas de guidage explicite, rendant la tâche plus ouverte et potentiellement plus difficile. Enfin, le problème du cube est centré sur une structure itérative qui peut inviter à une lecture locale (ajout progressif), mais sans guidage explicite pour aider les élèves à passer à une généralisation algébrique.

Analyse des productions d'élèves

Notre objectif principal est d'observer comment des problèmes de généralisation peuvent favoriser une entrée dans l'algèbre chez les élèves dont nous analysons les productions écrites individuelles. Pour cela nous avons utilisé les indicateurs issus du travail de Larguier (2015) sur le raisonnement mathématique en situation de résolution de problèmes de généralisation et de preuve, au moment d'introduire l'algèbre. Elle y observe un déplacement de ce qu'elle nomme une pensée arithmétique, où le résultat est fonction exclusivement des données initiales, vers une pensée algébrique (même si nous ne reprenons pas ce terme de « pensée ») caractérisée par plusieurs dimensions : la détection de régularités structurelles, l'intégration de grandeurs non explicitement données, le dépassement du contexte immédiat afin de formuler des expressions générales via les règles du calcul algébrique (telles que l'application de la distributivité), etc. Elle identifie sept étapes intermédiaires entre la pratique de la généralisation arithmétique et la généralisation algébrique, qui reflètent le processus d'apprentissage et de transition des élèves de l'arithmétique à l'algèbre. Ce passage n'est pas instantané, mais se fait progressivement, en développant certaines compétences et en comprenant des concepts clés.

Pensée arithmétique ⟷ Pensée algébrique

A	B	C	D	E	F	G
Cas particuliers pris comme exemples	Expression de la relation entre u_n et u_{n+1}	Exemple générique	Expression de la généralité en langage naturel	Justification juste de la généralité	Modélisati on sous la forme d'une expression mathémati que sans usage des lettres	Modélisa-tion en langage algébrique avec usage des lettres

Fig. 6 : Grille d'analyse des productions d'élèves (Larguier, 2015)

Dans l'analyse des deux problèmes CC1 et CC2, l'étape A correspond à une stratégie de type D, reposant sur des représentations visuelles des carrés de tailles croissantes. Cette approche, bien qu'utile en phase exploratoire, limite le raisonnement à des cas particuliers ou proches du carré de taille 6. L'étape B est marquée par une stratégie R, fondée sur une logique d'itération. Cette lecture est nécessaire, mais non suffisante pour atteindre une généralisation complète. L'étape C signe les prémices d'une entrée dans la généralisation algébrique. À ce stade, les élèves commencent à formuler une règle ou un pattern qui peut s'appliquer à n'importe quelle taille de carré, mais souvent en utilisant un exemple générique comme support. Pour atteindre l'étape D, qui marque une généralisation fonctionnelle, les élèves doivent convoquer deux objets mathématiques essentiels : le nombre total de carreaux colorés et le nombre de carreaux colorés d'un côté. Cela nécessite de dépasser les représentations spécifiques en construisant une relation entre ces objets, souvent à travers des patterns. Ces patterns peuvent être exprimés sous différentes formes, telles que des dessins, des descriptions en langage naturel, des abréviations, ou encore des lettres qui ne sont pas directement liées aux mots du langage courant.

Dans l'analyse du problème des cubes, l'étape A, correspondant à une stratégie de type D, s'efface au profit de l'étape B, en raison de la nature géométrique de la figure à dessiner. A l'étape B, les élèves identifient une régularité dans l'ajout progressif des cubes et formulent une règle additive locale, comme E = E-1 + 6. Le traitement de ce problème diffère des précédents, car il peut être analysé comme une situation qui illustre pleinement la nécessité d'une double algébrisation (Krysinska et al., 2009) : définir N, le nombre total de cubes, comme une variable dépendante, et E, le numéro de l'étape, comme une variable indépendante est essentielle pour passer d'une simple lecture itérative à une modélisation globale (étapes D et suivantes). Cela nécessite de dépasser quelques obstacles comme distinguer clairement les deux variables et comprendre que N dépend de E et non l'inverse.

RÉSULTATS

Nos résultats portent sur l'analyse des productions des élèves sur les trois problèmes de généralisation présentés ci-dessus. Le nombre d'élèves présents durant la séquence a été de 22 ou 23 selon les séances.

Initialement prévue pour être entièrement gérée par l'enseignante de mathématique (étudiante en sciences de la nature), la séquence a finalement été conduite en coenseignement afin de gérer efficacement les processus de régulation. Les élèves ont principalement travaillé de façon individuelle pour résoudre les problèmes.

Analyse du problème CC1

Pour ce problème nous n'analysons que les réponses aux questions « a », « b » et « c » (les questions « d » et « e » n'ayant pas d'équivalent dans les deux autres problèmes). Seulement 8 copies sur 22 indiquent un nombre de carreaux correct pour le carré de côté 6, ce qui est étonnant puisqu'il suffisait de compter les carreaux. De nombreuses erreurs ont été commises (6 élèves ont trouvé 36 CC,[4] car 6 x 6 = 36 ou 24 CC, résultat de 4 x 6), ce qui montre également que les élèves n'ont pas vérifié. Les erreurs sont probablement liées aux effets de contrat didactique de type arithmétique « avec les exercices sur le calcul réfléchi, on a fait des opérations alors la solution s'obtient par une seule opération » ou de type géométrique « calcul d'aire » au lieu du « calcul du périmètre ».

Pour le carré de côté 10, 15 élèves ont trouvé le résultat correct. De nouveau ils n'ont pas mobilisé le comptage, car ils n'ont dessiné ni le carré de côté 10 ni des carrés de tailles intermédiaires de 6 à 10 (le processus itératif n'étant pas convoqué comme indiqué dans l'analyse a priori). Pour les élèves qui ont réussi, le nombre de CC pour le carré de côté 10 a été exclusivement générée par la mise en évidence de patterns à partir du dessin du carré de côté 6 et de premières généralisations s'appuyant sur un exemple générique (type C de Larguier).

Sur 22 élèves présents, 15 élèves ont repéré au moins un des patterns que nous avions prévus et il est à noter que 4 élèves ont utilisé entre 3 et 6 patterns. Ci-dessous la répartition selon les différents patterns montre que les élèves ont activement cherché. Le pattern P1 domine tous les autres suivis par les patterns P4 et P6.

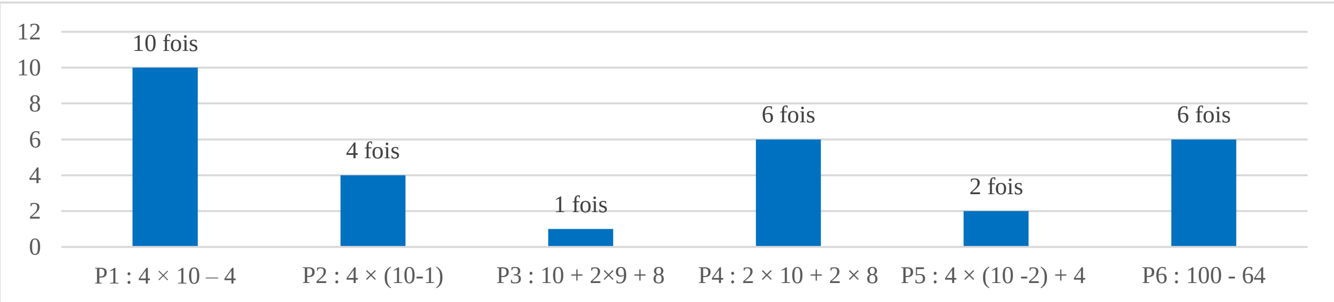


Fig. 7 : Fréquence d'apparition des différents patterns pour le problème CC1 pour le carré de côté 10

Le passage au carré de côté 100 a engendré quelques erreurs de calcul comme 100·100 = 1000 ou (100·4) - 4 = 96. En réinvestissant le travail sur les patterns appliqués au carré de 10, 13 élèves ont donné un résultat juste. Nous n'avons pas constaté l'erreur attendue sur la proportionnalité.

Pour la question « c », dans un premier temps, les élèves ont produit peu de formulations générales. Nous avons dû faire une régulation visant à faire expliciter aux élèves ce qui était attendu sous le terme formule et nous avons obtenu une évolution significative des réponses.

Voici donc l'ensemble des formulations produites pour la question c. Il est à noter que certaines ont été utilisées par plusieurs élèves, qu'un même élève a pu en produire plusieurs et que certains des élèves n'ont pas été en mesure de produire des formules. Nous avons pu inférer le pattern utilisé avec la formule produite.

[4] CC : Carreaux colorés.

	Formules (telles qu'écrites sur les copies)	Patterns	Commentaires
F1	$x \cdot 4 = y$ $y - 4 = z$	P1	• 3 lettres / 3 variables $x,\ y$ et z • Absence de la définition des variables • Formule en 2 parties qui correspond à un procédé de calculs
F2	$(x \times y) - 4$	P1	• 2 lettres, mais une seule réelle variable • Absence de la définition des lettres
F3	$x \cdot y\ -\ y$ y = nombre de côtés = 4 x = nombre de carreaux par côté	P1	• 1 lettre-variable, 1 lettre-constante
F4	(F4.1) $n \cdot 4\ -\ 4$ n = nombre de carreaux sur 1 coté, nc = nombre de carreaux colorés (F4.2) $n \cdot 4 - 4\ =\ nc$	P1 P1	• 2 formules similaires • F4.2 nomme la variable dépendante (nc) ce qui n'apparait pas dans F4.1
F5	NC et NCT $NC - 1\ =\ NC - 1\, x\, 4\ =\ NCT$	P1	• 2 abréviations • Utilisation du signe égal comme « résultat »
F6	Il faut faire tous ces côtés additionné moins 4 Je compte tous les côtés et je retire les 4 des coins	P1	• 2 formules similaires avec du vocabulaire synonyme. • Langage naturel sans symbole mathématique • Donne un procédé de calcul
F7	Nombre de carrés d'un bord · 4 et après avec le résultat – 4	P1	• Langage naturel associé à des symboles mathématiques • Donne un procédé de calcul
F8	☺ · 4 - 4	P1	• Ostensif dans un registre non conventionnel
F9	On doit voir combien fait un côté de un carré, mais si on fait × 4 on contera deux fois les carreaux des côtés donc : $4\ \times\ n - 4 =$ (n=nombre de carrés d'un bord)	P1	• Langage naturel associé à des symboles mathématiques • Procédé de calcul
F10	$(n - 1) \cdot 4$	P2	• 1 lettre variable x • Absence de la définition de la variable
F11	$v - 1 = w$ et $w \cdot 4 = r$	P2	• 3 lettres / 3 variables v, w et r • Absence de la définition des variables
F12	$(x - 1) \cdot y, \qquad y = nombre\ de\ cotés$	P2	• 1 lettre-variable, 1 lettre-constante
F13	$x + 2 \cdot (x - 1) + (x - 2)$	P3	• 1 lettre-variable
F14	$(n \cdot 2) + (n - 2) \cdot 2$ $x \cdot 2 + ([x - 2] \cdot 2)$	P4	• 2 formules similaires (lettres différentes) • Respectivement sans et avec définition de la variable
F15	Il faut faire 2 · le nombre de carreaux d'un côté + 2 · le nombre de carreaux d'un côté en enlevant 2	P4	• Langage naturel associé à des symboles mathématiques • Procédé de calcul
F16	$(x - 2) \cdot y + y$ y = nombre de côtés	P5	• 1 lettre-variable, 1 lettre-constante
F17	$P^2 - (P - 2)^2$	P6	• 1 lettre -variable (P) • Absence de la définition de la variable P et n
F18	$n \cdot n - (n - 2)^2$ $x \cdot x - (x - 2)^2$	P6	

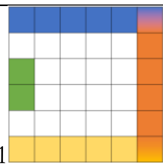
F19	$x \cdot 3 + (x - y)$ y = nombre de côtés x = nombre de carreaux par cotés	P7*	 • P7 : Variante de P1
F20	$(x - [x - 2]) \cdot ([x - 2] + x)$		• Absence de traces complémentaires permettant une interprétation

Fig. 8 : Récapitulatif des formules produites pour le problème CC1

L'analyse de ces réponses montre tout d'abord la diversité de celles-ci. Ainsi, on constate, qu'à travers ce premier problème, les élèves de 9H ont été capables d'aller vers la généralisation et de produire de nombreuses formulations, correctes ou non, en langue naturelle ou avec des symboles, des expressions littérales ou des procédés de calcul éventuellement par étapes.

Les patterns que nous avions recensés dans l'analyse a priori ont bien été utilisés, ce qui montre que les élèves ont été capables de trouver des configurations invariantes les amenant à des formules.

Les 5 formulations en langage naturel (F6, F7, F9 et F15) ou avec des abréviations (F5) (niveau D de Larguier) sont en fait des procédés de calcul (« il faut faire ») et dans ce cas, si le signe égal est utilisé, c'est avec un sens de « résultat » comme dans le domaine arithmétique (particulièrement visible dans `NC – 1 = NC – 1 x 4 = NCT`). Ces procédés sont corrects. Il reste à amener ces élèves à les traduire en expressions littérales, et la question e peut être une aide pour cela.

Dans plusieurs productions, les lettres utilisées (x,y,z,n,…) ne sont pas définies explicitement. Cependant quand il n'y a qu'une lettre, il est facile de comprendre qu'elle représente le nombre de carreaux d'un côté et on peut penser que pour l'élève c'était une évidence donc qu'il n'avait pas à le préciser (par exemple F4, F10, F14). De plus ces expressions sont correctes.

Quand il y a plusieurs lettres, deux cas sont possibles :

- L'élève a fait une succession de calculs, et certaines lettres désignent un résultat (par exemple F1 ou F11) ; on reste proche des procédés de calcul, mais avec un début de traduction sous forme symbolique ;
- Il y a une mobilisation de lettres à la fois comme variables et comme constantes (par exemple F2, F3 ou F12). Dans ces cas si on remplace la constante par sa valeur la formule est correcte, mais l'élève peut ne pas le voir et il risque d'être bloqué pour la question e, par exemple.

Ces observations sur l'utilisation des lettres rejoignent les conclusions de Krysinska & al. (2009) sur les problèmes de dénombrement avec itérations, qui mettent en lumière l'importance de la double algébrisation (identification de patterns et distinction variables et constantes) et passage du numérique à l'algébrique. L'identification des variables indépendantes et dépendantes et leur standardisation jouent un rôle clé dans la transition des élèves vers une modélisation algébrique (fonctionnelle).

Lors de la mise en commun qui a suivi, l'enseignante a donc dû gérer cette variété de réponses, ce qui constitue un travail conséquent qui peut s'avérer difficile. Celui-ci nécessite d'avoir prévu ces différentes formulations, mais aussi d'être capable de les caractériser, de les classer et de les hiérarchiser (comme nous l'avons fait ici) et enfin d'engager les élèves à les faire évoluer vers des expressions littérales. C'est ce qui a tenté d'être fait et nous avons notamment constaté des difficultés en particulier dans l'utilisation des parenthèses dans les expressions algébriques.

Le problème CC2

Plus complexe que CC1, la structure géométrique (les côtés et la diagonale) de CC2 a probablement rendu l'identification des patterns moins facile, nous avons eu seulement 13 réponses correctes sur 23 élèves. Contrairement à CC1, où les questions intermédiaires offrent une progression claire à travers des cas spécifiques (par exemple, des carrés de tailles 6, 10 et 100), CC2 demande directement une généralisation sans fournir de cadre exploratoire. Cette absence de guidage ne facilite pas l'expression de patterns sur un exemple générique. Parmi les 14 élèves ayant identifié des patterns, tous ont reconnu le pattern P1', tandis que 6 ont identifié P2', 4 ont repéré P3', et seulement 2 ont distingué P4', probablement en raison de sa complexité conceptuelle et technique. Un élève s'est démarqué en tentant d'exprimer la généralité en langage naturel, accompagné d'ostensifs (des flèches illustrant un déplacement des carrés de la diagonale vers le côté supérieur pour le compléter). Cette démarche, anticipée lors de l'analyse a priori, a été observée à trois reprises.

La plupart des élèves (18) ont utilisé des lettres pour exprimer leurs formules, sans utilisation d'abréviations ou de lettres constantes, ce qui témoigne d'une évolution positive dans leur appropriation des outils algébriques. Parmi eux, 14 ont produit une ou plusieurs formules, tandis que 4 se sont limités à introduire la lettre « n » sans développer une expression complète. Enfin, cinq élèves n'ont pas tenté de formuler une généralisation, ce qui pourrait refléter des difficultés spécifiques dans l'abstraction ou la modélisation.

Le problème d'évaluation

La moyenne de la classe est de 2.5/4. La détermination du nombre de cubes à l'étape 2 et 3 n'a pas posé de problèmes aux élèves, ainsi que pour l'étape 33. On note une forte mobilisation du langage algébrique (20 élèves sur 23). Cependant, il n'y a eu que 10 formules justes, ce qui révèle de nouveau des difficultés significatives dans l'utilisation du langage algébrique. Rappelons que par sa conception, ce problème invite plutôt à une lecture itérative, car il s'appuie sur une observation directe des transformations entre trois étapes consécutives. L'identification de la variable indépendante (E, le numéro de l'étape) et de la variable dépendante (N, le nombre total de cubes) n'a pas été comprise par tous. Cela a conduit à des erreurs fréquentes comme la confusion dans la désignation de l'étape n−1, qui a amené à des formules erronées comme 6n+1 au lieu de 1+6(n−1). L'utilisation de plusieurs lettres (n, x, y) dont certaines désignent des constantes (z= 6 le nombre de faces d'un cube) reflète toujours une difficulté à discriminer les rôles des différentes lettres. L'articulation entre lecture itérative et la généralisation a été une étape difficile pour les élèves. En effet, la formule correcte N=1+6(E−1) nécessitait d'intégrer à la fois une observation des transformations locales (ajouts de 6 cubes) et une compréhension globale de la structure initiale (1 cube à l'étape 1).

CONCLUSION

L'objet de cet article était de montrer la possible intégration de problèmes de généralisation (et de preuve, ce qui sera traité dans un article suivant) dès le niveau de 9H dans le canton de Vaud en Suisse romande afin de faciliter l'apprentissage de l'algèbre et une compréhension significative de l'usage de la lettre. Pour cela, nous avons proposé et mis en œuvre une séquence d'enseignement et nous avons analysé les travaux d'élèves d'une classe de 9H. Cette approche n'est pas nouvelle puisque des expérimentations ont été conduites dans d'autres pays et, actuellement se développe le courant de recherche dit *Early Algebra* (Radford, 2014; Squalli et al., 2020) qui vise à proposer, dès le primaire, des problèmes pour travailler sur les régularités (les *patterns*) et pour produire des formules sans recourir d'emblée à un vocabulaire spécifique et à une symbolisation formelle.

Ainsi, nous avons voulu tester cette approche dans le contexte spécifique de la Suisse romande dans lequel l'algèbre commence à être introduite en 9H par quelques séances et de façon formelle puisque les problèmes sont relégués dans les niveaux scolaires plus avancés. En conséquence, nous avons été soumis à des contraintes fortes à la fois temporelles (10 séances maximum avec une évaluation) et de découpage en chapitres (l'enseignement du chapitre « Calcul littéral » est dissocié des chapitres « NO Nombres naturels et décimaux » et « FA fonction et diagramme »). Malgré cela, nous avons montré qu'en plus de l'engagement fort dans les tâches, les élèves étaient capables de produire des formules de diverses formes et de commencer à identifier le rôle de la lettre en tant que variable afin de produire une formule valable pour une infinité de situations en lien avec un problème donné. Nous avons également observé une progression vers des expressions littérales. Cela nous indique que les problèmes de généralisation sont accessibles aux élèves de 9H et qu'un travail mathématique de qualité est possible à ce niveau pour introduire la lettre avec une alternance de phases de recherche de problèmes et d'institutionnalisation guidées par l'enseignant pour favoriser l'évolution des connaissances. Nous avons également constaté que les élèves ne faisaient pas de vérifications, ce qui peut peut-être s'expliquer par un manque d'habitude de recherche de problèmes.

Cependant, les contraintes temporelles ne nous ont pas permis de travailler suffisamment en profondeur sur une palette plus grande de problèmes de généralisation (par exemple sur les procédures différentes qui pouvaient être mises en place dans les problèmes CC1/CC2 et le problème d'évaluation). Nous pensons également qu'un travail plus important aurait dû être fait (par exemple au moment de la mise en commun) sur les nombreuses formules produites (fig. 8) afin de montrer les différents usages des lettres (dont certains sont de plus incorrects), la distinction variable/constante, les diverses écritures des calculs, le statut du signe égal.

Enfin, nous avions inclus dans la séquence un travail sur la distributivité de la multiplication sur l'addition dans le cadre numérique, car nous avions anticipé les difficultés sur la transformation des expressions littérales qui allaient apparaître, mais nous étions conscients que ce travail ne serait pas suffisant, ce qui a été le cas.

En conclusion, nous pensons que cette séquence peut être reprise au niveau 9H à condition de prendre davantage de temps notamment pour proposer différents problèmes de généralisation et pour exploiter davantage les formules produites et pour faire un travail plus complet (et peut-être sur le long terme) sur la distributivité (Constantin, 2014). Mais nous pensons que ce travail suppose une solide formation en didactique de l'algèbre pour les enseignants.

BIBLIOGRAPHIE

Alves, C., Duval, V., Goislard, A., Kuhman, H., Dametto, S. M., Lamorthe, C. P., Roubin, S. & Coppé, S. (2013). Utilisation des programmes de calcul pour introduire l'algèbre au collège. *Repères IREM*, *92*, 1-25.

Assude, T., Coppé, S. & Pressiat, A. (2012). Tendances de l'enseignement de l'algèbre élémentaire au collège : Atomisation et réduction. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *HS*, *4I1*, 41-62.

Bednarz, N. (2005). Parler les mathématiques. *Vie pédagogique*, *136, 20-23*.

Bednarz, N., Kieran, C. & Lee, L. (1996). Approaches to Algebra : Perspectives for Research and Teaching. In N. Bernarz, C. Kieran, & L. Lee (Éds.), *Approaches to Algebra : Perspectives for Research and Teaching* (pp. 3-12). Springer Netherlands.

Bronner, A. (2019). Analyse d'une séquence basée sur des problèmes de généralisation pour l'entrée dans l'algèbre : Apport d'une analyse praxéologique. *Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, *21*(4), 278-297.

Chevallard, Y. (1985). Le passage de l'arithmétique à l'algébrique dans l'enseignement des mathématiques au collège – première partie : L'évolution de la transposition didactique. *Petit x*, *5*, 51-94.

Chevallard, Y. (2006). Former des professeurs, construire la profession. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=71

Constantin, C. (2014). *Quelles alternatives pour l'enseignement du calcul algébrique au collège?* [Thèse de doctorat, Aix-Marseille Université]. https://hal.science/tel-01119729/

Coppé, S., Grugeon-Allys, B. & Pilet, J. (2016). Conditions pour diffuser des situations issues de la recherche en didactique des mathématiques : L'exemple du carré bordé. *Petit x*, *102*, 57-80.

Coulange, L. & Grugeon, B. (2008). Pratiques enseignantes et transmissions de situations d'enseignement en algèbre. *Petit x*, *78*, 5-23.

Denis, M. H., Faes, S., Jaffrot, M., Riedweg, C., Staïner, H. & Vaissier, V. (2004). n, c'est un nombre ou c'est des nombres ? Ou Algèbre-Modélisation-Formalisation. *Repères-IREM*, *54*, 5-21.

Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 7(2),* 5-31.

Grugeon, B. (1997). Conception et exploitation d'une structure d'analyse multidimensionnelle en algèbre élémentaire. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 17*(2), 167-210.

Hosseinian, S. (2021). À la recherche d'une didactique mathématique en algèbre adaptée : Étude comparative des manuels de maths de Suisse romande et d'Iran au niveau 11H. *Revue de Mathématiques pour l'école*, *235*, 73-87.

Kieran, C. (1992). *The learning and teaching of school algebra.* In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 390–419). Macmillan Publishing Co, Inc.

Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades : What is it. *The Mathematics Educator*, *8*, 139-151.

Kouki, R. & Hassayoune, S. (2015). La difficile genèse de la pensée algébrique : Ruptures et obstacles épistémologiques. In L. Theis (Ed.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* (pp. 290-312)

Krysinska, M., Mercier, A., & Schneider-Gilot, M. (2009). Problèmes de dénombrement et émergence de premiers modèles fonctionnels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *29*(3)*, 247-304*.

Larguier, M. (2015). Première rencontre avec l'algèbre. In L. Theis (Ed), *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissag*e (pp. 313-333).

Nigon, C. B. & Coppé, S. (2014). La preuve pour comprendre, un levier pour la construction du sens de la lettre en classe de Cinquième. *Repères IREM*, *94*, 9-30.

Piolti-Lamorthe, C. & Roubin, S. (2010). Le calcul réfléchi : Entre sens et technique. *Bulletin vert APMEP, 488, 272-280.*

Radford, L. (2014). The Progressive Development of Early Embodied Algebraic Thinking. *Mathematics Education Research Journal*, *26*(2), 257-277.

Squalli, H. (2000). Une reconceptualisation du curriculum d'algèbre dans l'éducation de base. [Thèse de doctorat]. Université Laval, Canada.

Squalli, H., Oliveira, I., Bronner, A., & Larguier, M. (2020). *Le développement de la pensée algébrique à l'école primaire et au début du secondaire. Recherches et perspectives curriculaires.* Québec : Livres en ligne du CRIRES. https ://lel.crires.ulaval.ca/oeuvre/le-developpement-de-la-pensee-algebrique-lecole-primaire-et-au-debut-du-secondaire-recherches

Vergnaud, G. (1988). Long terme et court terme dans l'apprentissage de l'algèbre. *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique*, 189-199.

Vergnaud, G. (1989). Difficultés conceptuelles, erreurs didactiques et vrais obstacles épistémologiques dans l'apprentissage des mathématiques. *Construction des savoirs. Obstacles et conflits*, 33-44.

Vergnaud, G. (1991). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques. 2*(3)*,* 133-170.

Vlassis, J., & Demonty, I. (2002). *L'algèbre par des situations problèmes au début du secondaire*. De boeck.

Vlassis, J., Demonty, I. & Squalli, H. (2017). Développer la pensée algébrique à travers une activité de généralisation basée sur des motifs (patterns) figuratifs. *Nouveaux Cahiers de la Recherche en Education*, *20*(3), 131-155.

Wang, X. (2015). The literature review of algebra learning : Focusing on the contributions to students' difficulties. *Creative education*, *6*(02), 144-153.

Annexe 1

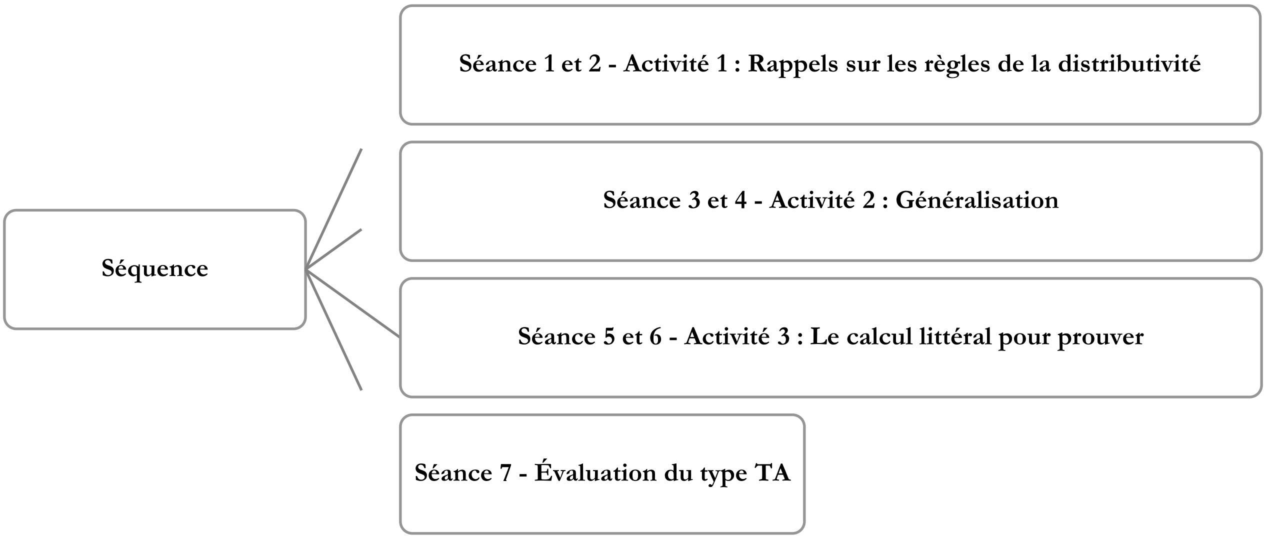
Étude des MER : nombre d'exercices et/ou de problèmes par année relevant de l'algèbre

	9H	**10H**	**11H**
Nombre d'exercices sur le calcul littéral	26 sur 83	76 sur 228	73 sur 375
Nombre d'exercices sur la généralisation	1 sur 83	1 sur 228	6 sur 375
Nombre d'exercices sur la preuve	0 sur 83	1 sur 228	9 sur 375
Nombre d'exercices sur les équations	0 sur 83	49 sur 228	139 sur 375
Nombre d'exercices sur les fonctions	57 sur 83	101 sur 228	148 sur 375

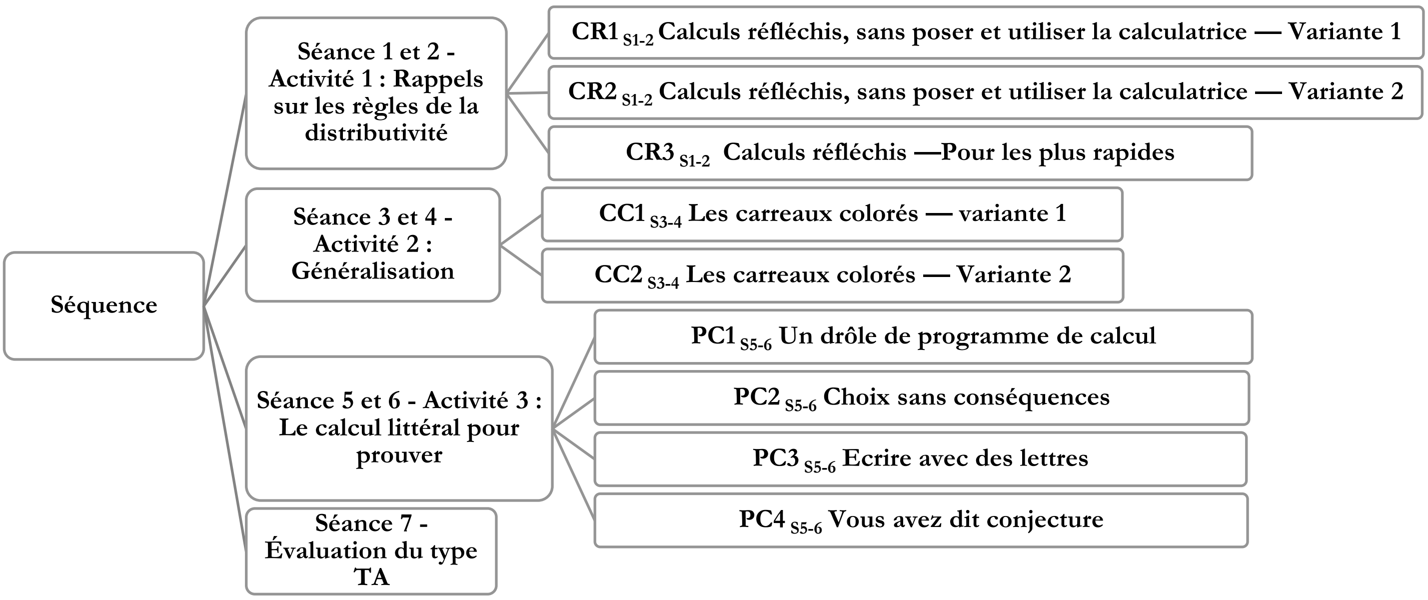
Étude des MER : Les exercices de 9H selon leurs dimensions dans le chapitre « calcul littéral »

Objectifs	Exercices	Dimension
Opérations arithmétiques	FA58, FA60, FA64	Objet
Traduire un texte par une expression arithmétique	FA59	Objet
Traduire un texte / une figure géométrique par une expression littérale et inversement	FA61, FA62, FA63, FA65, FA66, FA67, FA68, FA76, FA77, FA78, FA79, FA81	Objet
Exprimer le suivant, le multiple, etc. d'un nombre (aspect structurel)	FA61, FA62, FA66, FA78, FA82, FA83,	Objet
Calculer une expression littérale pour une valeur donnée :	FA69, FA70, FA71, FA76, FA79, FA80	Objet
Connaître, utiliser les règles et conventions usuelles d'écriture :	FA58, FA60, FA72, FA73, FA74, FA75	Objet

ANNEXE 2 : LA SÉQUENCE



Les séances



Annexe 3 : Activité de « calcul réfléchi »

Séance 1 et 2 - Rappels sur les règles de la distributivité

Activité CR1. Calculer sans poser et sans utiliser la calculatrice.

a. 45 x 21 =	b. 26 x 98 =	c. 23 x 103 =
d. 43 x 32 =	e. 21 x 45 =	

Activité CR2. Calculer sans poser et sans utiliser la calculatrice.

a. 8 x 15 + 2 x 15 =	b. 12 x 32 – 2 x 32 =	c. 101 x 72 - 72 =
d. 155 x 99 + 101 x 155		

Activité CR3. Calculer sans poser et sans utiliser la calculatrice.
(Pour les plus rapides)

a. 240 x 11 =	b. 16 x 57 + 57 x 84 =	c. 997 x 25 =
d. 33 x 591 - 790 x 33 =		

Les problemes pour chercher au cycle 2 : que proposent les enseignant·es a leurs eleves ?

Isaline Ruf

Université de Genève

Dans cet article, nous nous intéressons à l'enseignement de la résolution de problèmes envisagée en tant qu'objet d'enseignement-apprentissage. Nous étudions les problèmes proposés aux élèves à l'échelle d'une année scolaire et qui, selon les 6 enseignant·es genevois·es du cycle 2 ayant pris part à notre étude, correspondent à des problèmes dont l'objectif principal est d'ordre « méthodologique », c'est-à-dire qu'ils visent à apprendre à chercher (Charnay, 1988). Nous présentons les résultats qui s'en dégagent, notamment que de tels problèmes sont peu nombreux et comportent généralement aussi une part notionnelle.

Mots clés : résolution de problèmes mathématiques, pratiques enseignantes, école primaire (cycle 2), Genève

Introduction

La résolution de problèmes occupe une place centrale dans l'enseignement-apprentissage des mathématiques, en témoignent les curricula de cette discipline de nombreux pays, par exemple la France (Artigue & Houdement, 2007) ou le Québec (Lajoie & Bednarz, 2016). C'est également le cas en Suisse : le Plan d'études romand (PER), entré en vigueur en 2011, met la résolution de problèmes au centre de l'activité mathématique (Conférence Intercantonale de l'Instruction Publique de la Suisse romande et du Tessin (CIIP), 2010b). Les visées prioritaires du domaine Mathématiques et Sciences de la nature sont les suivantes :

> Se représenter, problématiser et modéliser des situations et **résoudre des problèmes**[1] en construisant et en mobilisant des notions, des concepts, des démarches et des raisonnements propres aux Mathématiques […] dans les champs […] des nombres et de l'espace. (CIIP, 2010a, p. 5)

Les prescriptions institutionnelles invitent ainsi les enseignant·es à passer par la résolution de problèmes pour construire et mobiliser tant des notions que des démarches et raisonnements mathématiques chez leurs élèves. Si le rôle central que joue la résolution de problèmes dans cette discipline est reconnu, il en va de même pour sa difficulté. Comme le soulignent les commentaires qui accompagnent les nouveaux moyens d'enseignement romands (MER) de mathématiques[2] : « la résolution de problèmes est une tâche complexe source de nombreuses difficultés pour les élèves et pour les enseignants. » (CIIP, s. d.)

L'enseignement de la résolution de problèmes étant reconnu difficile, nous nous demandons comment les enseignant·es la considèrent, à travers la question suivante : quels problèmes proposent-ils et elles à leurs élèves et quels sont les objectifs ou types de savoirs qu'ils et elles visent à travers de telles tâches ?

Cette étude fait partie d'une recherche doctorale qui s'inscrit dans un projet financé par le FNS, lequel touche à la résolution de problèmes au primaire et au secondaire I[3]. Dans cet article, nous commençons par définir ce que nous entendons par résolution de problèmes et en distinguons deux finalités. Nous

[1] Mis en gras par nous.

[2] Ces nouveaux moyens ont été progressivement introduits dans les différents cantons romands depuis 2018.

[3] Ce projet (2023-2027) s'intitule : « Étude des processus de dévolution et d'institutionnalisation dans le cadre d'un enseignement de la résolution de problèmes en mathématiques. Approche collaborative et élaboration d'une ressource pour les enseignants ». Co-requérant·es Jean-Luc Dorier et Maud Chanudet, Subside n° 100019_212761 / 1.

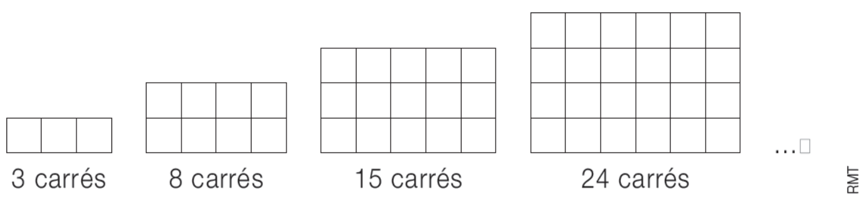
présentons ensuite nos questions de recherche et explicitons notre méthodologie, avant d'exposer quelques résultats.

LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Il n'existe pas de définition universelle d'un problème en didactique des mathématiques. Beaucoup d'auteur·es (Monaghan, Pool, Roper & Threlfall, 2009 ; Schoenfeld, 1985 ; Newell & Simon, 1972) s'accordent toutefois sur le fait que la situation doit réellement « poser problème » à la personne qui la découvre, autrement dit que la procédure permettant de résoudre la tâche ne lui est pas immédiatement accessible. Cela souligne le caractère relatif d'un problème.

Dans l'enseignement des mathématiques, la résolution de problèmes peut jouer deux fonctions différentes. Charnay (1988, p. 28) met en avant cette double fonction en termes d'objectifs de l'activité de résolution de problèmes, qu'il distingue comme étant d'ordre « cognitif » (visant une connaissance) ou « méthodologique » (apprendre à chercher). Dans le premier cas, il est question d'apprentissage par la résolution de problèmes, où cette dernière exerce une fonction d'outil, de moyen de développer et d'évaluer les apprentissages des élèves sur des notions ou concepts mathématiques spécifiques. Dans ce contexte, les problèmes sont constitutifs de l'apprentissage des mathématiques d'un point de vue notionnel (Houdement, 2003, p. 8) : les enseignant·es sont invité·es à proposer des problèmes à leurs élèves pour leur faire acquérir de nouvelles connaissances (notions, concepts mathématiques), puis pour les entrainer et les réinvestir. Coppé et Dorier (2024) parlent de ces problèmes en tant que problèmes « outil », lesquels « sont proposés dans le cadre de l'enseignement de notions mathématiques identifiées dans les plans d'études » (p. 16). Pour ce type de problèmes, l'enjeu principal est donc d'amener les élèves à construire des connaissances mathématiques associés à un ou des savoirs mathématiques (Chanudet & Favier, 2024, p. 44). Dans le second cas, la résolution de problèmes est considérée comme un objet d'enseignement à part entière. Il est alors question d'apprentissage de la résolution de problèmes, où ce sont des compétences de résolution de problèmes que l'on cherche à développer chez les élèves, se rapprochant d'une partie de l'activité « réelle » d'un·e mathématicien·ne (Houdement, 2009, p. 35). Pour Coppé et Dorier (2024), il s'agit de problèmes « objet », soit ceux qui « sont proposés pour que les élèves se rapprochent du travail mathématique des expert·es en favorisant la démarche scientifique, la recherche ou l'investigation » (p. 16). Ces auteur·es précisent que « les problèmes objets se différencient par le fait qu'ils sont proposés aux élèves dans le but de leur apprendre à chercher, faire des essais, revenir en arrière, vérifier, argumenter, expliquer, mais aussi oser se lancer dans la résolution, être persévérant·es, ne pas se décourager, faire preuve d'inventivité et d'autonomie » (p. 17). Ils ne visent ainsi pas à « leur faire apprendre ou même appliquer des notions mathématiques précises » (Chanudet & Favier, 2024, p. 51), bien qu'elles puissent être mobilisées et réinvesties, mais plutôt à « leur apprendre à raisonner mathématiquement » (p. 51). À travers ces problèmes « objet » est donc recherché le développement de compétences mathématiques, mais aussi transversales. Voici un exemple de problème tiré des anciens moyens d'enseignement COROME de 7H pouvant servir à travailler la résolution de problèmes comme objet d'enseignement-apprentissage :

D'une grille à l'autre, on ajoute une ligne et une colonne de carrés.



En continuant ainsi, va-t-on trouver une grille de 120 carrés? et une grille de 240 carrés?

Fig. 1 : Exemple d'un problème « objet », intitulé "Grilles" (Chastellain & Jaquet, 2001, p. 92)

Relevons qu'un problème en soi ne peut être catégorisé comme problème « objet » ou « outil » : « ce qui change plutôt, selon la place donnée à un problème, c'est la façon de le gérer et les attentes que l'enseignant·e va avoir concernant les démarches des élèves » (Coppé & Dorier, 2024, p. 17).

Grâce à leur analyse des documents officiels de plusieurs pays ou régions de langue française[4], Fagnant et Vlassis (2010) ont montré que, dans les programmes, la résolution de problèmes est reconnue comme compétence à développer, mais principalement en tant que « modalité pédagogique » par le biais de situations-problèmes. « C'est généralement à travers cette approche que l'on attend des élèves qu'ils développent des compétences transversales ou générales liées au processus même de résolution de problème » (Fagnant & Vlassis, 2010, p. 51). Ainsi, la résolution de problèmes au sens d' « objet d'étude » (Dionne & Voyer, 2009) n'y figure pas en tant qu'apprentissage spécifique (Fagnant & Vlassis, 2010). Dans notre étude, c'est à ce type de problèmes, sollicitant une activité de recherche mathématique où l'on cherche à développer des stratégies générales de résolution, que nous nous intéressons plus spécifiquement, soit ceux qui ne visent pas en premier lieu l'acquisition, l'entrainement ou le réinvestissement d'une connaissance mathématique notionnelle, mais le développement de compétences plus « méthodologiques » (Charnay, 1988, p. 28) (par exemple tâtonner, chercher ou valider) et transversales. Fagnant et Vlassis (2010) parlent en termes d' « apprentissage de démarches de résolution de problèmes heuristiques et métacognitives » (p. 50). C'est donc avant tout l'acquisition d'habiletés, attitudes et stratégies de résolution de problèmes qui est visée, l'aspect central étant le processus de recherche mis en œuvre par l'élève. Au vu du constat réalisé par Fagnant et Vlassis (2010), nous nous demandons dans quelle mesure les enseignant·es proposent à leurs élèves de tels problèmes, que nous qualifions, à la suite d'autres auteur·es, de problèmes pour chercher. Comment envisagent-ils et elles ce type de problèmes et à quelle fréquence en soumettent-ils et elles à leur classe ?

Mais tout d'abord, qu'en est-il des moyens d'enseignement : des problèmes pour chercher y ont-ils leur place ? En Suisse romande, des ressources officielles sont mises à disposition des enseignant·es, lesquelles répondent aux objectifs du PER. Ainsi, dans la lignée du curriculum, les nouveaux MER de mathématiques privilégient la résolution de problèmes. Dans les commentaires didactiques proposés sur la plateforme ESPER[5], quatre buts (ou fonctions) principaux sont distingués pour ce type de tâches : « aider les élèves à construire des connaissances nouvelles (savoir, savoir-faire, stratégie de recherche, etc.) à travers une situation-problème », « aider les élèves à utiliser une nouvelle connaissance avec d'anciennes dans des problèmes de synthèse », « aider les élèves à utiliser une nouvelle connaissance dans un contexte nouveau avec des problèmes de transfert » et « aider les élèves à s'approprier des **stratégies de recherche** avec des **problèmes pour apprendre à chercher**[6] » (CIIP, s. d.). Les problèmes visant ce dernier objectif correspondent bien à la résolution de problèmes considérée en tant qu'objet d'enseignement-apprentissage, autrement dit à des problèmes pour chercher. Ils se trouvent avant tout dans la partie *Aide à la résolution de problèmes* (*ARP*), que l'on retrouve dès la 3H sous une entrée « à part » sur ESPER, en parallèle des entrées par axe thématique qui regroupent des tâches visant à aborder l'ensemble des notions attendues par le PER. Dans le chapitre intitulé *Résoudre un problème* de la partie *ARP*, « chaque année [scolaire] un travail spécifique est proposé pour enseigner certaines stratégies de recherche en appui sur des problèmes dont la résolution passe par l'utilisation de ces stratégies » (CIIP, s. d.). Ainsi, est par exemple ciblé en 3H et 4H *l'ajustement d'essais successifs*, alors que les stratégies qualifiées de *partir des données* et *partir de la question* sont visées en 5H, *l'étude de l'exhaustivité des cas* en 6H et *la pose d'une conjecture* en 7H et 8H. Des problèmes qualifiés de « pour apprendre à chercher » sur ESPER se trouvent donc dans les MER, notamment sous cette entrée *ARP*. À noter qu'elle comporte quelques premières activités spécifiques,

---

[4] Il s'agit du Québec, de la France, de la Suisse romande et de la Communauté française de Belgique.

[5] Il s'agit de l'acronyme utilisé pour l'espace numérique PER-MER (https://www.ciip-esper.ch/#/), sur lequel sont notamment mis à disposition les nouveaux MER de mathématiques pour les cycles 1 et 2.

[6] Mis en gras par nous.

visant à travailler une stratégie ciblée, en introduction et en entrainement, puis reprend des activités en lien avec d'autres axes thématiques, pour lesquels la stratégie en question demande à être mobilisée. Ainsi, des problèmes pour chercher font aussi partie de certaines activités présentes dans les entrées par axe thématique visant plutôt des apprentissages notionnels.

QUESTIONS DE RECHERCHE

La difficulté d'enseigner la résolution de problèmes est reconnue (CIIP, s. d.), et elle nous semble d'autant plus vive lorsque celle-ci est enseignée pour elle-même du fait que, dans ce cas, l'objet d'apprentissage n'est pas « circonscrit » par une notion ou un concept mathématique et demande à être délimité et défini. Qu'est-il dès lors attendu que les élèves apprennent à travers de tels problèmes pour chercher, ou quels sont les savoirs et savoir-faire visés ? Quels objectifs les enseignant·es fixent-ils et elles pour de telles activités ?

Dans notre étude, nous cherchons à décrire comment les enseignant·es exerçant au niveau primaire (cycle 2) envisagent la résolution de problèmes mathématiques, plus particulièrement celle considérée en tant qu'objet d'enseignement-apprentissage à part entière. Nos questions portent sur leurs choix globaux :

- Quels problèmes les enseignant·es associent-ils et elles à des problèmes que nous qualifions de problèmes pour chercher ? Quelle est la nature des problèmes en tant qu'objet d'enseignement qu'ils et elles soumettent à leurs élèves ?
- À quelle fréquence les enseignant·es en proposent-ils et elles et comment organisent et articulent-ils et elles ces problèmes à l'échelle de l'année scolaire ?

MÉTHODOLOGIE

Notre étude qualitative s'est déroulée sur l'ensemble de l'année scolaire 2023-2024. Six enseignant·es primaires genevois·es volontaires y ont participé. Deux d'entre elles et eux enseignent en 5-6H et les quatre autres dans des classes de 7-8H. Notre recherche a débuté par un entretien exploratoire mené en octobre 2023 avec chacun·e des enseignant·es. Celui-ci visait d'une part à recueillir leurs conceptions quant aux problèmes pour chercher, et d'autre part à convenir avec elles et eux d'un « contrat de recherche », à savoir qu'ils et elles nous contactent lorsqu'ils ou elles avaient prévu de proposer un problème qu'ils ou elles considèrent comme étant un problème pour chercher dans leur classe. Nous leur avons bien spécifié qu'ils et elles devaient suivre leur programme « comme d'habitude » et ne pas changer leurs pratiques pour notre recherche. Pour notre part, nous ne sommes pas intervenue dans le choix des problèmes, cette manière de faire présentant l'avantage de saisir ce qui, du point de vue des enseignant·es, correspond à un problème pour chercher. C'est donc volontairement que nous leur avons laissé une grande liberté. À chaque fois qu'un·e enseignant·e nous appelait pour nous informer qu'il ou elle allait proposer un tel problème à ses élèves, nous avons mené des entretiens semi-directifs avec lui ou elle avant et après la séance qui y était consacrée, de sorte à mieux comprendre ses objectifs et ses choix. Ces entretiens ont été transcrits, et c'est sur la base de ces données que nous avons procédé à une analyse de contenu à un niveau qualitatif, en vue de répondre à nos questions de recherche. Nous avons effectué une analyse thématique horizontale (Barbillon & Le Roy, 2012), dans le but d'examiner les thématiques soulevées de manière inter entretiens.

RÉSULTATS ET DISCUSSION

La résolution de problème : des points de vue différents

Les entretiens exploratoires que nous avons menés ont montré que la distinction entre les problèmes visant une connaissance (problèmes « outil ») et ceux proposés pour apprendre à chercher (problèmes « objet ») n'est pas si claire pour tou·tes les enseignant·es ayant pris part à notre étude. Certain·es différencient bien ces deux finalités, à l'image de Lucie[7], enseignante de 8H, qui décrit la résolution de problèmes en ces termes : « Pour moi il y a déjà différents types de problèmes. Donc il y a déjà toute une partie […] utiliser des techniques mathématiques en contexte, sans que ce soit une addition posée comme un algorithme qu'on résout. […] On va avoir des recherches mathématiques aussi qui sont encore autres que les problèmes ». Elle distingue ainsi spontanément les problèmes « outil » des problèmes « objet » qu'elle appelle « recherche mathématique ». Elle illustre ce qu'elle entend par cette dénomination par l'exemple suivant : « Pour moi les problèmes de recherche ça va être par exemple de trouver tous les nombres qui ont, je sais pas moi, 8 dans les dizaines, je dis n'importe quoi, et puis il va falloir établir une liste et puis il va falloir catégoriser sa recherche pour arriver au bout ». Son exemple correspond à un problème visant l'exhaustivité des cas qui, de manière générale, consiste à énumérer toutes les solutions possibles d'un problème, puis de les tester les unes après les autres (Battie, 2003, p. 48), avec l'idée d'une stratégie (d'organisation). Un autre enseignant de 7-8H, Steve, différencie également différents types de problèmes. Pour lui la résolution de problèmes « c'est une activité dans laquelle l'élève doit mobiliser des notions apprises, de l'application, faire des essais, rechercher, prévoir, c'est peut-être pas le bon terme, mais imaginer le résultat : est-ce que ce sera plus grand, plus petit, etc. Faire des essais, valider ensuite… choisir un des essais… ». Si les deux finalités de la résolution de problèmes restent plus implicites et peut-être non vraiment distinguées, on les perçoit tout de même lorsqu'il relève le fait de devoir « mobiliser des notions apprises », ce qui renvoie aux problèmes « outil », ou « faire des essais », ce qui se rapporte aux problèmes « objet » et fait référence à la stratégie d'ajustement d'essais successifs qui consiste à « rechercher la solution d'un problème en faisant différents essais en tenant compte chaque fois des résultats des essais précédents » (CIIP, 2019). Néanmoins, l'exemple de problème pour chercher qu'il relève correspond à une recherche d'exhaustivité des cas : « dernièrement, en lien avec les puissances, pour les 8P, c'est de rechercher toutes les plaques minéralogiques qu'ils pouvaient former de 2 lettres et de 2 chiffres. Donc là c'est plutôt un type de recherche assez longue et ouverte ». Cet exemple montre que l'aspect de « recherche » peut être en lien avec une notion mathématique, ici les puissances.

Si pour ces enseignant·es les deux buts des problèmes paraissent clairs, pour d'autres, la résolution de problèmes semble englober essentiellement – voire exclusivement – des problèmes « outil ». Amélie, une enseignante de 5-6H, la définit par exemple de la manière suivante :

> Dans une première phase on va voir des outils, des procédures, des choses un peu plus d'application, et après dans la résolution de problèmes on va isoler la demande, la donnée à chercher, on va poser une structure pour résoudre le problème. […] Dans tous les thèmes, on va avoir des résolutions de problèmes. […] Pour moi, on est dans des tâches plus complexes que de l'application.

Pour cette enseignante, la résolution de problèmes intervient plutôt en fin de séquence et la complexité de la tâche semble en être une caractéristique. Il en va de même pour Florian, enseignant de 5H : « Pour moi déjà la résolution de problèmes, on est dans des exercices complexes, dans un énoncé dans lequel on chercher à isoler les éléments qui vont nous servir à répondre à la question finale, et à comprendre comment articuler ces éléments pour arriver à la réponse finale », Thibault, enseignant de 8H : « Il y a toute cette idée de rendre des tâches un peu plus complexes, de ne pas avoir juste de l'application, mais de mettre en contexte plusieurs notions qui ont été apprises » et Thierry, également enseignant de 8H : « Pour moi c'est tout ce qui demande à l'élève de devoir comprendre la situation et qui rentre dans ce qu'on appelle une tâche complexe, donc la situation ne lui demande pas seulement de mobiliser de la restitution comme les livrets de mathématiques par cœur ou alors d'application ». Pour ces quatre enseignant·es, un problème correspond vraisemblablement à une tâche d'un niveau de complexité supérieur à une tâche d'application, contextualisée et dans laquelle des notions mathématiques sont réinvesties.

[7] Tous les prénoms sont des prénoms d'emprunt.

Lorsque nous les avons, dans la suite de l'entretien, guidé·es vers d'autres types de problèmes en évoquant les problèmes pour chercher, une certaine diversité s'est dessinée quant à ce qui est mis derrière ce type de tâches. Thierry les considère plutôt en tant que situations-problèmes visant à introduire, en début de thème, une nouvelle notion mathématique. Florian mentionne quant à lui un problème qu'il avait « pu voir l'année dernière pour des 4P par exemple », dont l'énoncé était formulé comme suit : « vous devez écrire tous les nombres jusqu'à 15 en écrivant 4 autres nombres que vous pouvez additionner entre eux. » Quant à Amélie et Thibault, quand bien même nous avons amené les problèmes « objet » durant l'entretien, leur vision de ce type de tâches semble rester assez vague.

Les problèmes pour chercher à l'échelle d'une année scolaire

Nos entretiens exploratoires ont mis en avant que, pour les enseignant·es, il existe un certain flou, à la fois autour des objectifs visés dans les problèmes pour chercher, et parfois même de leur existence. Dans notre étude, nous avons cherché à savoir dans quelle mesure de tels problèmes sont proposés aux élèves durant l'année. Le tableau ci-dessous (cf. Fig. 1), qui présente un récapitulatif des tâches pour lesquelles les enseignant·es nous ont appelée, montre qu'*a priori*, peu de problèmes de ce type sont réalisés en classe. En effet, ces dernier·ères nous ont contactée au maximum 3 fois sur l'ensemble de l'année scolaire. Rappelons-le, il s'agit de tâches qui correspondent à des problèmes pour chercher du point de vue des enseignant·es participant à notre recherche. Il est donc possible que des problèmes comprenant *a minima* une part de recherche aient été réalisés, mais que nous n'ayons pas été sollicitée. D'ailleurs, Thierry, qui envisage principalement ces problèmes comme des situations-problèmes d'introduction, relevait le fait suivant : « Je pensais en faire beaucoup plus et je n'en ai pas fait autant que ça au final, ou alors je me suis pas rendu compte et j'en ai fait sans le savoir », ce qui souligne que l'identification de tels problèmes n'est pas évidente pour les enseignant·es.

	Florian (5H)	Amélie (5-6H)	Steve (7-8H)	Lucie (8H)	Thibault (8H)	Thierry (8H)
Séance 1	Carrés dans tous les sens (ESPER, 1 lien ARP)	À la recherche des tétrabolos (ESPER, pas de lien ARP) *(en ½ groupe)*	Puzzle de rectangles (MER COROME) *(en ½ groupe)*	Tours de cubes & Photo de groupe (ESPER, activité ARP) *(en ½ groupe)*	Rien ne sert de courir (ESPER, pas de lien ARP)	À la recherche de 25/7 (MER COROME)
Séance 2	Quelle bille est l'intruse ? (ESPER, 2 liens ARP) *(en ½ groupe)*		À partir de l'aire et du périmètre (ESPER, 2 liens ARP) *(en ½ groupe)*	Classes d'élèves (ESPER, activité ARP) *(en ½ groupe)*		Avec des carrés (MER COROME)
Séance 3	Écris-le avec des hiéroglyphes ! (ESPER, 3 liens ARP) *(en ½ groupe)*			Questions de multiples & Le dernier nombre (ESPER, 1 lien ARP)		

Fig. 2 : Panorama des problèmes pour chercher proposés durant l'année scolaire 2023/2024

Excepté les deux premières séances de Lucie, les problèmes proposés par les enseignant·es de notre étude se rattachent à des notions mathématiques ou des thèmes travaillés en classe. D'ailleurs, d'un point de vue temporel, les enseignant·es expliquent le choix des problèmes observés par leur planification prévue : ils et elles les proposent à cette période-là de l'année, car ils s'inscrivent dans le thème qui est justement étudié avec leurs élèves à ce moment-là. Rares sont ainsi les problèmes réalisés relevant exclusivement de problèmes « objet ». Cela montre que les enseignant·es, peut-être à l'exception de Lucie, priorisent les apprentissages notionnels et ne semblent pas faire des problèmes pour chercher un objectif d'enseignement et d'apprentissage en soi. De tels problèmes sont avant tout investis lorsqu'ils présentent un intérêt en lien avec la ou les notions mathématiques étudiées. Ainsi, il n'y a pas de réelle articulation entre les différents problèmes pour chercher proposés durant l'année scolaire, ni de progression visée en termes de stratégies à développer. Les tâches sont proposées de manière parsemée au fil de l'année, au gré des thèmes abordés et des opportunités.

Quant à Lucie, seule enseignante de notre échantillon à avoir proposé des tâches provenant de la rubrique *ARP* visant le développement d'une stratégie de recherche, elle avance les propos suivants par rapport au moment où elle soumet de telles tâches à ses élèves :

> En fait ce n'est pas forcément dans ma progression, mais je me suis dit qu'en fait si on a une sorte de progression dans l'année, de voir différents types de résolution de problèmes, eh bien petit à petit en fait ils [les élèves] vont étoffer leur caisse à outils pour pouvoir résoudre des problèmes. Et en fait on a trop tendance à les oublier ces ARP-là. […] C'est vrai qu'on disait que moi je le fais parce que je fais le truc avec toi, mais mes deux autres collègues ils n'utilisent pas cette partie-là […] parce qu'on n'a pas le temps. Il y a tellement de trucs qu'on laisse de côté

Ces propos montrent que le fait qu'elle participe à notre recherche a influencé ses pratiques. En effet, cette enseignante avait plutôt pour habitude de proposer ces problèmes comme enrichissement aux « bon·nes » élèves qui terminent plus vite : « Ces problèmes-là j'aimerais bien en faire plus avec l'ensemble de la classe, mais le contexte de classe fait que je vais des fois les garder pour des élèves qui vont plus vite, qui sont avancés pour pouvoir leur proposer autre chose. » Elle explique ce choix par les conditions de classe actuelles : « Alors je les propose, mais pas autant que ce que j'aimerais. […] J'ai pas mal d'élèves qui n'ont pas un niveau de mathématiques incroyable et à l'inverse j'ai de très très bons élèves. Et c'est vrai que ça m'arrive d'utiliser justement ces problèmes de recherche pour les très bons élèves de manière à ce qu'ils aillent plus loin. » Elle relève toutefois qu'elle souhaiterait en faire davantage un objet d'enseignement : « J'aimerais pouvoir l'intégrer plus dans mon enseignement parce que je trouve dommage que les élèves qui sont plus en difficulté ne soient jamais confrontés à ce type de problèmes là. Parce que bien sûr que le jour où ils y seront confrontés, ils seront encore plus perdus que maintenant. »

Le fait que seuls peu de problèmes pour chercher soient proposés au cours d'une année scolaire questionne. Ce type de tâches serait-il trop peu présent dans les MER ? Car, relevons-le, comme le met en évidence le tableau ci-dessus (Fig. 1), tous les problèmes observés proviennent des MER officiels (qu'il s'agisse encore des « anciens moyens » (COROME) ou des « nouveaux moyens » (ESPER)). Ou les problèmes pour chercher « purs » sont-ils trop difficiles à mettre en œuvre ? Le fait que, souvent, ces problèmes soient proposés aux élèves avec seulement une moitié de classe semble soutenir cette hypothèse. Lucie souligne à ce sujet : « Je trouve plus intéressant en demi-groupe parce que tu es beaucoup plus disponible en fait. » ou Florian : « Je pense que j'ai déjà fait des activités un peu semblables en groupe entier, mais c'est vrai que je privilégie le demi-groupe ». Il explique que ce format de travail est avantageux pour mettre en œuvre de telles tâches :

> Quand on est en demi-groupe ça travaille toujours franchement bien, ils [les élèves] sont toujours assez intéressés et ça me laisse aussi moi le temps de mieux gérer ma leçon et d'être un peu plus même épanoui sur le moment et de me sentir un peu mieux dans mes bottes d'enseignant que si j'avais dû faire la même chose avec 10 groupes à gérer quoi. Là ça aurait été plus galère et c'étaient quand même des conditions assez idéales pour une leçon de maths.

Un autre facteur explicatif de ce constat est la contrainte de temps. Il est évoqué par plusieurs enseignant·es, par exemple Thierry : « On ne fait plus de recherches, mais on n'a pas le temps, on est à la bourre sur ça et sur ça… » ou Lucie : « C'est aussi une difficulté de programme à suivre et puis de manque de temps ». Autre explication possible, cela signifierait-il que les enseignant·es considèrent ces problèmes comme « secondaires » en termes d'apprentissage ? Dans tous les cas, ils et elles ne semblent pas chercher à proposer des tâches permettant de développer des compétences méthodologiques issues d'autres ressources.

Les apprentissages visés à travers les problèmes pour chercher

Nous l'avons vu, la plupart des tâches que les enseignant·es considèrent comme relevant de problèmes pour chercher et qu'ils et elles proposent à leurs élèves ne visent pas en premier lieu l'acquisition de compétences méthodologiques, l'objectif principal porte sur des outils notionnels. Cela transparait tant à travers le choix des tâches que dans les objectifs formulés par les enseignant·es pour ces dernières : ce sont principalement des objectifs notionnels qui sont (avant tout) visés (cf. Annexe 1). Florian mentionne ainsi « reconnaitre des carrés » ou encore « réinvestir un peu le travail autour des centaines, unités, dizaines », Amélie vise à ce que ses élèves soient capables de « créer des formes qui se superposent exactement », Steve souhaite notamment, outre le travail autour de la résolution de problèmes, « vérifier qu'ils [les élèves] fassent bien la différence entre aire et périmètre et puis les différentes méthodes de calcul de ces deux missions » ou encore qu'ils et elles puissent « utiliser des techniques qu'ils connaissent sur la recherche de diviseurs », Lucie aimerait que ses élèves sachent « rechercher le plus grand multiple et le plus petit multiple d'un nombre », Thibault désire « introduire cette idée de proportion » et Thierry a quant à lui pour objectif la « mobilisation des propriétés du carré et la décomposition/recomposition des formes ».

Les entretiens menés à l'issue de chacune des séances révèlent également que ce qui est majoritairement mis au premier plan par les enseignant·es concerne des outils mathématiques, parfois en parallèle d'objectifs plus méthodologiques. En effet, nous leur avons demandé ce que, selon elles et eux, leurs élèves devraient avoir retenu du problème. Au vu des problèmes proposés et de leur ancrage à un thème mathématique, il n'est pas si étonnant de constater que leurs réponses renvoient à ces éléments notionnels. Florian espère par exemple « qu'ils ont bien retenu qu'un carré, qu'il soit droit ou tordu, ça reste un carré tant qu'il respecte 4 côtés de la même longueur et 4 angles droits », Amélie « qu'ils ont retenu justement ce que c'était une superposition » et Steve « que faire des listes de diviseurs ce n'est pas uniquement pour faire des listes de diviseurs, mais ça peut être utile pour la résolution d'un problème ». L'aspect « stratégie » est également relevé quelques fois : « J'aimerais qu'ils aient retenu que pour résoudre un problème, il y a plusieurs façons de le résoudre, mais il y a des façons plus efficaces que d'autres » (Florian), « c'est la manière de rechercher et puis peut-être l'importance de chercher de manière organisée » (Steve). Néanmoins, comme l'explicite Lucie, ces apprentissages ne sont pas forcément (ou rarement) formalisés (et nous avons par ailleurs pu le constater en observant la leçon) : « Pour moi ce qu'ils devraient avoir retenu c'est qu'on n'est pas obligé de trouver toutes les réponses pour pouvoir donner… enfin on peut faire une partie de résolution pour pouvoir donner une réponse finale. Et ça je trouve qu'ils l'ont hyper bien compris. Je ne l'ai pas reverbalisé à la fin, mais je trouve qu'ils ont dans l'ensemble tous très bien compris. »

CONCLUSION

La résolution de problèmes est difficile, tant pour les élèves que pour les enseignant·es, en témoigne la partie *ARP* qui a été intégrée aux nouveaux MER de mathématiques. Dans notre recherche, nous nous sommes intéressée à l'enseignement qui en est fait au cycle 2, en particulier lorsqu'elle est considérée en tant qu'objet d'enseignement et d'apprentissage à part entière. Nos questions de recherche portaient sur la manière dont les enseignant·es l'interprètent ainsi que sur la nature des problèmes pour chercher qu'ils et elles proposent à leurs élèves tout au long de l'année. Nous avons collaboré avec six enseignant·es genevois·es sur une année scolaire, en leur demandant de nous contacter à chaque fois qu'ils et elles planifiaient un tel problème.

Nous cherchions à étudier la fréquence d'enseignement et l'articulation de la résolution de problèmes au sens d' « objet d'étude ». Nos résultats ont montré que les problèmes pour chercher ne sont proposés que très rarement au cours d'une année scolaire. Par ailleurs, les enseignant·es ne prévoient pas de progression en termes de compétences méthodologiques à faire développer à leurs élèves. En effet, les problèmes de ce type qu'ils et elles proposent sont majoritairement inclus dans les problèmes associés aux thématiques travaillées en classe, saisissant vraisemblablement l'occasion offerte par les MER pour inclure l'aspect de « recherche » dans leur enseignement (consciemment ou non). En outre, nous avons constaté que ce sont essentiellement des objectifs notionnels qui sont mis en avant. Lorsque des aspects plus méthodologiques sont avancés comme éléments que les élèves devraient retenir de la séance, les enseignant·es reconnaissent souvent ne pas l'institutionnaliser formellement. Plusieurs recherches ont déjà montré les nombreuses difficultés qu'amène, dans les pratiques, le processus d'institutionnalisation (Choquet-Pineau, 2014 ; Margolinas & Laparra, 2011), processus complexe à gérer pour les enseignant·es, d'autant plus dans le contexte de l'enseignement de problèmes pour chercher du fait du manque de détermination claire des savoirs en jeu. Les travaux de Hersant (2010) ont par exemple montré que l'explicitation de savoirs relatifs à l'activité de recherche en résolution de problèmes, détachée d'enjeux d'apprentissage de savoirs notionnels, reste difficile et ne fait pas consensus. Quant à Choquet-Pineau (2014), elle a montré qu'aucun·e des cinq enseignant·es qu'elle a suivi·es dans sa recherche ne parvient à institutionnaliser des savoirs ou des méthodes en jeu dans les problèmes ouverts travaillés en classe. Or, en l'absence d'une institutionnalisation, les connaissances acquises restent limitées au contexte travaillé et ne peuvent accéder au rang d'un savoir plus général, décontextualisé.

L'un des buts du projet ReCoRePro mené par l'équipe DiMaGe de l'Université de Genève est de soutenir les enseignant·es dans l'enseignement de la résolution de problèmes envisagée en tant qu'objet d'enseignement. Par le biais d'un travail collaboratif, il vise ainsi la création d'une ressource à destination des enseignant·es, pour les accompagner dans la mise en œuvre de problèmes « objet ».

BIBLIOGRAPHIE

Artigue, M. & Houdement, C. (2007). Problem solving in France: Didactic and curricular perspectives. *ZDM*, *39*(5-6), 365-382. https://doi.org/10.1007/s11858-007-0048-x

Barbillon, E. & Le Roy, J. (2012). *Petit manuel méthodologique de l'entretien de recherche : De la problématique à l'analyse.* Enrick B. Editions

Battie, V. (2003). *Spécificités et potentialités de l'arithmétique élémentaire pour l'apprentissage du raisonnement mathématique.* [Thèse de doctorat]. Université Paris 7 Diderot.

Chanudet, M. & Favier, S. (2024). Aperçu de la diversité des approches sur la résolution de problèmes. In S. Coppé & J.-L. Dorier (Ed.), *La résolution de problèmes en mathématiques : Enjeux pour l'enseignement et l'apprentissage* (pp. 29-51). EDP sciences UGA éditions.

Charnay, R. (1988). Apprendre (par) la résolution de problèmes. *Petit x*, *42*(3), 21-29.

Chastellain, M. & Jaquet, F. (2001). *Mathématiques cinquième année : livre de l'élève.* (Edition 1984 revue et corrigée). Neuchâtel : COROME.

Choquet-Pineau, C. (2014). *Une caractérisation des pratiques de professeurs des écoles lors de séances de mathématiques dédiées à l'étude de problèmes ouverts au cycle 3* [Thèse de doctorat en didactique des mathématiques]. Nantes.

Conférence Intercantonale de l'Instruction Publique de la Suisse romande et du Tessin (CIIP). (2010a). Commentaires généraux du domaine Mathématiques et Sciences de la nature (premier cycle). In *Plan d'études romand* (p. 5-11). CIIP. http://www.plandetudes.ch/documents/10273/36537/PER_print_MSN_CG.pdf

Conférence Intercantonale de l'Instruction Publique de la Suisse romande et du Tessin (CIIP). (2010b). *Plan d'études romand, Mathématiques et Sciences de la Nature*. Secrétariat général de la CIIP. http://www.plandetudes.ch

Conférence Intercantonale de l'Instruction Publique de la Suisse romande et du Tessin (CIIP) (2019). *Aide-mémoire.* LEP.

Conférence Intercantonale de l'Instruction Publique de la Suisse Romande et du Tessin (CIIP). (s. d.). *La résolution de problèmes et les moyens d'enseignement de 1re à 8e.* https://www.ciip-esper.ch/#/discipline/5/5/?sidepanel={%22contentType%22:%22LA_RESOLUTION_DE_PROBLEMES_ET_LES_MOYENS_DENSEIGNEMENT_DE_1_SUP_RE_SUP_A_8_SUP_E_SUP%22,%22fullscreen%22:false}#1

Coppé, S. & Dorier, J.-L. (2024). Introduction. In S. Coppé & J.-L. Dorier (Ed.), *La résolution de problèmes en mathématiques : Enjeux pour l'enseignement et l'apprentissage* (pp. 13-26). EDP sciences UGA éditions.

Dionne, J. & Voyer, D. (2009). Conférence d'ouverture : 50 ans d'enseignement des mathématiques au Québec. *Bulletin AMQ*, *49*(3), 6-26.

Fagnant, A. & Vlassis, J. (2010). Le rôle de la résolution de problèmes dans les apprentissages mathématiques : Questions et réflexions. *Education Canada*, *50*(1), 50-52.

Hersant, M. (2010). *Empirisme et rationalité au cycle 3, vers la preuve en mathématiques* [Mémoire complémentaire pour l'Habilitation à diriger des recherches].

Houdement, C. (2003). La résolution de problèmes en question. *Grand N*, *71*, 7-23.

Houdement, C. (2009). Une place pour les problèmes pour chercher. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, *14*, 31-59.

Lajoie, C. & Bednarz, N. (2016). La notion de situation-problème en mathématiques au début du XXIe siècle au Québec : Rupture ou continuité ? *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, *16*(1), 1-27.

Margolinas, C. & Laparra, M. (2011). Des savoirs transparents dans le travail des professeurs à l'école primaire. In J.-Y. Rochex & Y. Crinon (Éds.), *La construction des inégalités scolaires*, (pp. 19-32) Presses universitaires de Rennes.

Monaghan, J., Pool, P., Roper, T., & Threlfall, J. (2009). Open-start mathematics problems: An approach to assessing problem solving. *Teaching Mathematics and Its Application*, *28*, 21-31.

Newell, A., & Simon, H. A. (1972). *Human Problem Solving*. Englewood Cliffs, Prentice-Hall.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press Inc.

ANNEXE 1 : TABLEAU RÉCAPITULATIF DES PROBLÈMES PROPOSÉS À L'ÉCHELLE D'UNE ANNÉE SCOLAIRE

Florian (5H)				
	Titre et origine du problème	**Lien ARP**	**Objectif visé par l'enseignant·e**	**Ce que les élèves devraient avoir retenu selon l'enseignant·e**
Observation 1 (8.02.2024)	Carrés dans tous les sens (ESPER)	Lire des tableaux, des illustrations présents dans un énoncé	« *J'aimerais surtout voir que les élèves sont capables de reconnaitre des carrés. Alors ils vont même pouvoir les constituer eux-mêmes, mais c'est d'être sûr qu'ils soient capables de les constituer et de les reconnaitre.* »	« *C'est vrai que je suis un peu embêté parce que […] ben en fait j'ai fait la mise en commun et je n'ai pas fait forcément une institutionnalisation à la fin pour leur dire il faut retenir ça. Mais moi j'aimerais… j'espère qu'ils ont retenu que vu qu'on jouait dans un jeu il fallait faire des carrés et qu'ils ont bien vu qu'un carré il pouvait être droit et un peu tordu, qu'ils ont bien retenu qu'un carré qu'il soit droit ou tordu ça reste un carré, tant qu'il respecte 4 côtés de la même longueur et 4 angles droits. […] Et ce que j'espère qu'ils ont aussi un petit peu retenu mais c'est plus… comment dire… c'est plus au niveau de la stratégie de jeu.* »
Observation 2 (28.05.2024)	Quelle bille est l'intruse ? (ESPER) *(en ½ groupe)*	Utiliser un tableau, un dessin, un croquis, une liste, un schéma pour modéliser un problème Communiquer le résultat de sa recherche	« *J'aimerais surtout travailler, bon, disons 2 choses ; c'est l'élaboration d'une stratégie pour résoudre un problème et puis aussi la façon de le poser, de le présenter dans son cahier. Alors pas forcément que ce soit joli mais au moins trouver une bonne façon de présenter une stratégie de résolution pour que quelqu'un d'autre le comprenne.* »	« *J'aimerais qu'ils aient retenu que pour résoudre un problème il y a des façons qui sont… il y a plusieurs façons de le résoudre mais il y a des façons plus efficaces que d'autres.* »
Observation 3 (18.06.2024)	Écris-le avec des hiéroglyphes ! (ESPER) *(en ½ groupe)*	Utiliser la stratégie « Ajustements d'essais successifs » Vérifier la vraisemblance de la réponse par rapport au contexte et aux informations de l'énoncé Communiquer le résultat de sa recherche	« *Je pense vouloir réinvestir un peu l'idée… le travail autour des centaines, unités, dizaines. Et là en l'occurrence on travaille sur un système de numération qui est un peu différent du nôtre, où ça ne sera pas une base 10, ce sera du coup des hiéroglyphes.* »	« *J'aimerais que ça reste dans un coin de leur tête la notion de chiffres et de nombres qui n'est pas évidente. […] Donc ça j'aimerais bien […] qu'ils se disent ah ouais [Florian] il nous a expliqué ça et puis je sais qu'il y a une différence entre chiffres et nombres. Après moi ce que j'aimerais qu'ils retiennent aussi c'est le fait qu'il y a une façon de trouver des stratégies qui ne demandent pas de faire une liste entière. […] C'est assez large comme apprentissage, ce n'est pas une notion de mathématiques, c'est plus quel chemin utiliser pour résoudre un problème. […] Mais c'est vrai que pour revenir un peu sur ce que j'aurais pu améliorer, dans la mise en commun, sur la fin, j'aurais pu un peu plus expliciter pourquoi il y a certains nombres qu'on pouvait tout de suite enlever quoi.* »

Amélie (5-6H)				
Observation 1 (15.02.2024)	À la recherche des tétrabolos (ESPER) *(en ½ groupe[1])*	Non	*« L'objectif que je vise c'est qu'ils apprennent justement à créer des formes qui se superposent exactement, et puis qu'après ils voient justement qu'il y a des formes qui peuvent avoir la même… la même représentation, mais en miroir en fait. D'arriver petit à petit sur la symétrie. »*	*« J'espère qu'ils ont retenu justement ce que c'était une superposition, que c'était la même taille, le même sens, et puis le retournement justement qui ressemble un peu à la crêpe pour amener après sur la symétrie. »*
Steve (7-8H)				
Observation 1 (13.11.2023)	Puzzle de rectangles (MER COROME) *(en ½ groupe[2])*	-	*« L'objectif de résolution de problèmes principalement. Mais de mettre un peu en… d'utiliser des techniques un peu là qu'ils connaissent sur la recherche de diviseurs par exemple. »*	*« J'espère que tous les termes d'une multiplication sont les diviseurs du résultat, et que faire des listes de diviseurs ce n'est pas uniquement pour faire des listes de diviseurs mais ça peut être utile pour la résolution d'un problème. »*
Observation 2 (2.05.2024)	À partir de l'aire et du périmètre (ESPER) *(en ½ groupe[3])*	Utiliser la stratégie « Ajustements d'essais successifs » Utiliser la stratégie « Recherche de toutes les solutions »	*« Outre la partie recherche il y a déjà ben… enfin vérifier qu'ils fassent bien la différence entre aire et périmètre et puis les différentes méthodes de calcul de ces deux missions. Et puis ensuite ben c'était un peu de voir s'ils arriver à faire une liste. S'ils ne s'organisent pas, s'ils cherchent un peu au hasard ça risque d'être compliqué de… enfin ils trouveront peut-être une solution mais de manière plus compliquée. »*	*« Alors on ne l'a pas spécialement mis en avant mais qu'on a des rectangles de périmètre identique qui ont des aires différentes ou éventuellement d'aire identique qui pourraient avoir des périmètres différents. […] Consolider les notions d'aire et de périmètre […] et après c'est voilà la manière de rechercher et puis peut-être l'importance de chercher de manière organisée. »*

[1] Seul.es les élèves de 5H étaient présent·es pour la leçon.

[2] Seul.es les élèves de 8H ont réalisé l'activité, les élèves de 7H travaillaient en autonomie dans la classe.

[3] Seul.es les élèves de 8H étaient présent·es pour la leçon.

Lucie (8H)				
Observation 1 (20.11.2023)	Tours de cubes & Photo de groupe (ESPER) *(en ½ groupe)*	Activité ARP (Chapitre 1 : S'approprier un problème mathématique)	« *Ben là moi je veux vraiment chercher, comment dire, l'utilisation de diverses stratégies avant d'arriver à une stratégie finale.* »	« *Pour moi ce qu'ils devraient avoir retenu c'est qu'on n'est pas obligé de trouver toutes les réponses pour pouvoir donner… enfin on peut faire une partie de résolution pour pouvoir donner une réponse finale. Et ça je trouve qu'ils l'ont hyper bien compris, je ne l'ai pas reverbalisé à la fin, mais je trouve qu'ils ont dans l'ensemble tous très bien compris.* »
Observation 2 (29.01.2024)	Classes d'élèves (ESPER) *(en ½ groupe)*	Activité ARP (Chapitre 1 : S'approprier un problème mathématique)	« *Dans l'idée, c'était de découvrir une nouvelle manière de les aider dans la résolution de problèmes. On a fait plusieurs problèmes là ces derniers temps, et puis c'est vrai qu'ils manquent souvent de ressources, d'une technique qu'ils peuvent réappliquer. […] Au niveau de l'objectif, c'est qu'ils continuent de travailler avec cette histoire de diagrammes de Venn, de tableaux, etc.* »	« *C'est de se rendre compte que la stratégie entre guillemets experte peut être plus simple à réalis… plus rapide à réaliser ou plus simple à réaliser que de passer par un tableau et un diagramme de Venn. Et en fait moi ce que je veux qu'ils retiennent c'est que le tableau, le diagramme ou l'arbre qu'on a eu fait, c'est des moyens de les aider s'ils bloquent sur quelque chose, mais que c'est pas forcément la stratégie qui sera la plus efficace.* »
Observation 3 (26.04.2024)	Questions de multiples & Le dernier nombre (ESPER)	Utiliser la stratégie « Ajustements d'essais successifs »	« *De savoir comment est-ce que… enfin de rechercher, de savoir rechercher le plus grand multiple et le plus petit multiple d'un nombre.* »	« *La possibilité en fait de passer… de travailler sur les multiples sans passer par une liste de multiples. Donc de passer par en fait la multiplication pure et simple.* »

Thibault (8H)				
Observation 1 (27.02.2024)	Rien ne sert de courir (ESPER)	Non	« *Ben déjà introduire cette idée de… enfin voilà de proportion avec tous les… enfin produire aussi peut-être les tableaux, parce que je pense que c'est une des stratégies qui va être mise en place par certains élèves.* »	« *Que les bonds du lièvre et les pas de la tortue étaient liés. Quand le lièvre il fait 7 bonds, donc du coup la tortue elle aura fait 7*3 pas. Du coup on fait… enfin vu que le bond est égal à 10, on fait 7*10, on fait le 7*3. Ouais, enfin si le lièvre il avait fait 5 bonds, on multiplie par 5 le nombre de pas que ça représente par rapport à un bond. Et puis la tortue on multiplie par 5 son avancée sur ce temps-là.* »
Thierry (8H)				
Observation 1 (22.01.2024)	À la recherche de 25/7 (MER COROME)	-	« *Alors il y a deux choses : il y a d'une part toute l'exploitation de la droite graduée, pour placer, repérer des nombres, etc. et l'utiliser, et puis après…* Ça c'est quelque chose de connu ? *C'est quelque chose qui théoriquement est connu de l'année passée. Théoriquement. Et puis après ben c'est de pouvoir un peu si tu veux encadrer un nombre. J'aime bien cette histoire d'encadrer un peu mentalement un nombre, en allant de plus en plus profond dans les nombres décimaux justement pour situer, encadrer, classer, redonner des… ben des dixièmes… un nombre au dixième, au centième, au millième etc.* »	« *Ben qu'il existe des nombres très petits et qu'on peut aller jusqu'à l'infiniment petit.* »
Observation 2 (30.05.2024)	Avec des carrés (MER COROME)	-	« *Alors si on parle en tant qu'objectif spécifique, dans* Espace *il y a la mobilisation des propriétés du carré et la décomposition/recomposition des formes avec ben voilà plusieurs carrés qui forment le rectangle là. Et puis ensuite dans les* Grandeurs et mesures *il y a le fait de comparer des grandeurs, après ils associent plusieurs longueurs pour en faire une seule et qui fait le côté d'un carré.* […] *Les calculs de l'aire et périmètre et puis en dernier l'utilisation des centimètres, parce qu'ils parlent de centimètres.* »	« *J'aimerais qu'ils aient retenu les centimètres - centimètres carrés et puis les calculs de formule d'aire et de périmètre.* »

Annexe 2 : énoncés des problèmes

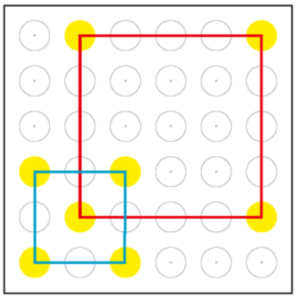
Carrés dans tous les sens

Matériel : plan de jeu FCC 4 - Carrés dans tous les sens,
environ soixante jetons répartis en trois couleurs
(jaune, rouge et bleu par exemple)

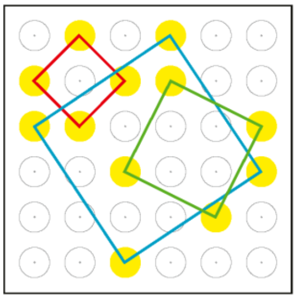
Règle du jeu pour 2 joueurs

- Un joueur prend les jetons rouges, l'autre joueur prend les jetons bleus. Les jetons jaunes constituent une réserve commune.
- À tour de rôle, chaque joueur prend un jeton jaune dans la réserve et le pose sur un emplacement libre du plan de jeu.
- En posant son jeton jaune, le joueur essaie de former un carré dont les sommets sont 4 jetons jaunes. S'il y parvient, il remet ces 4 jetons dans la réserve et les remplace par des jetons de sa couleur.

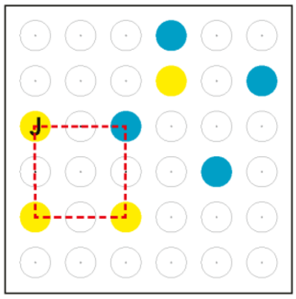
But du jeu : avoir le plus de jetons de sa couleur sur le plan de jeu quand il n'y a plus d'emplacements libres.



Les carrés peuvent avoir diverses grandeurs.



Les carrés peuvent être placés dans diverses positions.



On ne peut utiliser que les jetons jaunes pour former un nouveau carré. Donc, le carré formé en jouant le jeton **J** ne compte pas.

Quelle bille est l'intruse ?

Tu as reçu 6 billes.
Toutes les billes ont la même masse sauf une qui est plus lourde.

Tu disposes d'une balance à deux plateaux.

Comment vas-tu faire pour trouver à coup sûr la bille la plus lourde en faisant le moins de pesées possible ?

Écris-le avec des hiéroglyphes !

Nous écrivons le nombre « treize » avec deux chiffres : 13.
Les Égyptiens écrivaient le nombre « treize » avec quatre hiéroglyphes :

Pour le nombre « treize », les Égyptiens écrivaient plus de signes que nous.

Nous écrivons le nombre « cent-vingt » avec trois chiffres : 120.
Les Égyptiens écrivaient le nombre « cent-vingt » avec trois hiéroglyphes :

Pour le nombre « cent-vingt », les Égyptiens écrivaient autant de signes que nous.

Rappel

Notre numérotation	1	10	100
Hiéroglyphes			

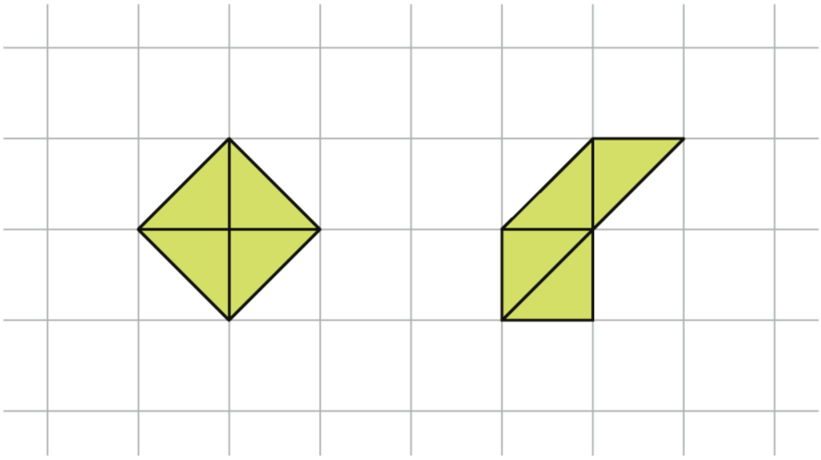
Trouve tous les nombres plus petits que 300 qui s'écrivent avec moins de hiéroglyphes que de chiffres.

À la recherche des tétrabolos

Matériel : quatre triangles FCE 4 – À la recherche des tétrabolos

Les tétrabolos sont des figures formées avec les 4 triangles.
Les triangles doivent avoir au moins un côté commun.

Voici deux exemples de tétrabolos :



Dessine d'autres tétrabolos sur des feuilles quadrillées.
Les sommets des triangles doivent se trouver sur des croisements du quadrillage.

Puzzle de rectangles

Louis dessine un rectangle sur une feuille quadrillée et le partage en trois rectangles plus petits :

- un rectangle qui contient exactement 30 carrés du quadrillage ;

- un rectangle qui en contient 32 ;

- un rectangle qui en contient 50.

Giulia dessine un rectangle, différent de celui de Louis, mais elle arrive aussi à le partager en 3 rectangles plus petits de 30 carrés, 32 carrés et 50 carrés.

Combien peux-tu dessiner de rectangles différents, qui se partagent en trois rectangles plus petits de 30, 32 et 50 carrés ?

À partir de l'aire et du périmètre

Construis :

- un rectangle ABCD dont l'aire est égale à 60 cm^2 et le périmètre égal à 38 cm ;
- un rectangle EFGH dont l'aire est égale à 48 cm^2 et le périmètre égal à 38 cm.

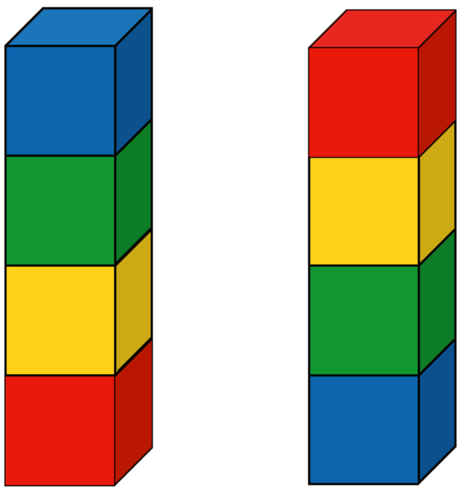
Les longueurs de leurs côtés sont des nombres entiers de centimètres.

Prolongement proposé par l'enseignant : Quel est le plus grand rectangle qui a un périmètre de 38 cm ?

Tours de cubes & Photo de groupe

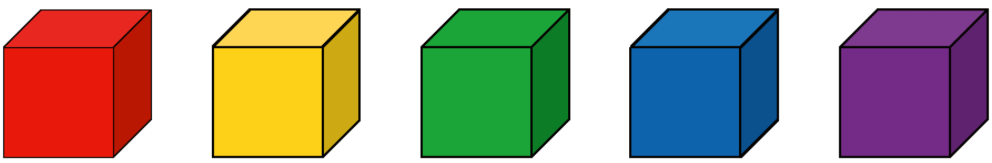
A. Mila dispose de quatre cubes de couleur, un bleu, un vert, un jaune et un rouge qu'elle empile les uns sur les autres.

Voici, par exemple, deux tours différentes qu'elle peut construire.



Combien de tours différentes peut-elle construire avec ses quatre cubes ?

B. Marlon a cinq cubes de couleur, un rouge, un jaune, un vert, un bleu et un violet.



Combien de tours différentes de 3 cubes peut-il réaliser ?

Ben, Eva, Léo, Mia et Zoé ont décidé de se prendre en photo les uns à côté des autres.

a) De combien de manières différentes peuvent se placer ces enfants ?

b) De combien de manières différentes peuvent se placer ces enfants sans qu'il y ait deux filles l'une à côté de l'autre ?
(Eva, Mia et Zoé sont des filles alors que Ben et Léo sont des garçons.)

c) De combien de manières différentes peuvent se placer ces enfants si Eva et Mia veulent être l'une à côté de l'autre ?

Classes d'élèves

A. Vélo ou ordinateur

Parmi les élèves d'une classe,

17 possèdent un vélo ;
21 ont un ordinateur ;
16 ont un vélo et un ordinateur ;
2 n'ont ni vélo, ni ordinateur.

Combien y a-t-il d'élèves dans cette classe ?

B. Sport ou musique

Dans une classe de 25 élèves,

15 élèves prennent des cours de sport ;
13 élèves prennent des cours de musique ;
6 élèves prennent des cours de sport et de musique.

Combien d'élèves ne prennent ni cours de sport ni cours de musique ?

C. Club d'échecs

Dans une école, il y a trois classes de 8e année.
Dans ces trois classes, il y a 71 élèves.

41 élèves sont des filles ;
32 élèves jouent aux échecs dans un club ;
19 filles sont inscrites dans un club d'échecs.

Combien y a-t-il de garçons qui ne jouent pas aux échecs dans un club ?

Questions de multiples & Le dernier nombre

a) Quel est le plus grand multiple de 7 inférieur à 1000 ?

b) Quel est le plus petit multiple de 11 supérieur à 1000 ?

c) Quel est le nombre compris entre 455 et 465 qui est à la fois multiple de 6 et multiple de 7 ?

Loïse écrit la suite des nombres naturels : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7…

Elle s'arrête à un certain moment et constate qu'elle a déjà écrit :

- 8 diviseurs de 30
- 5 diviseurs de 44
- 9 diviseurs de 80
- 2 diviseurs de 82
- 4 diviseurs de 39
- et encore des diviseurs d'autres nombres.

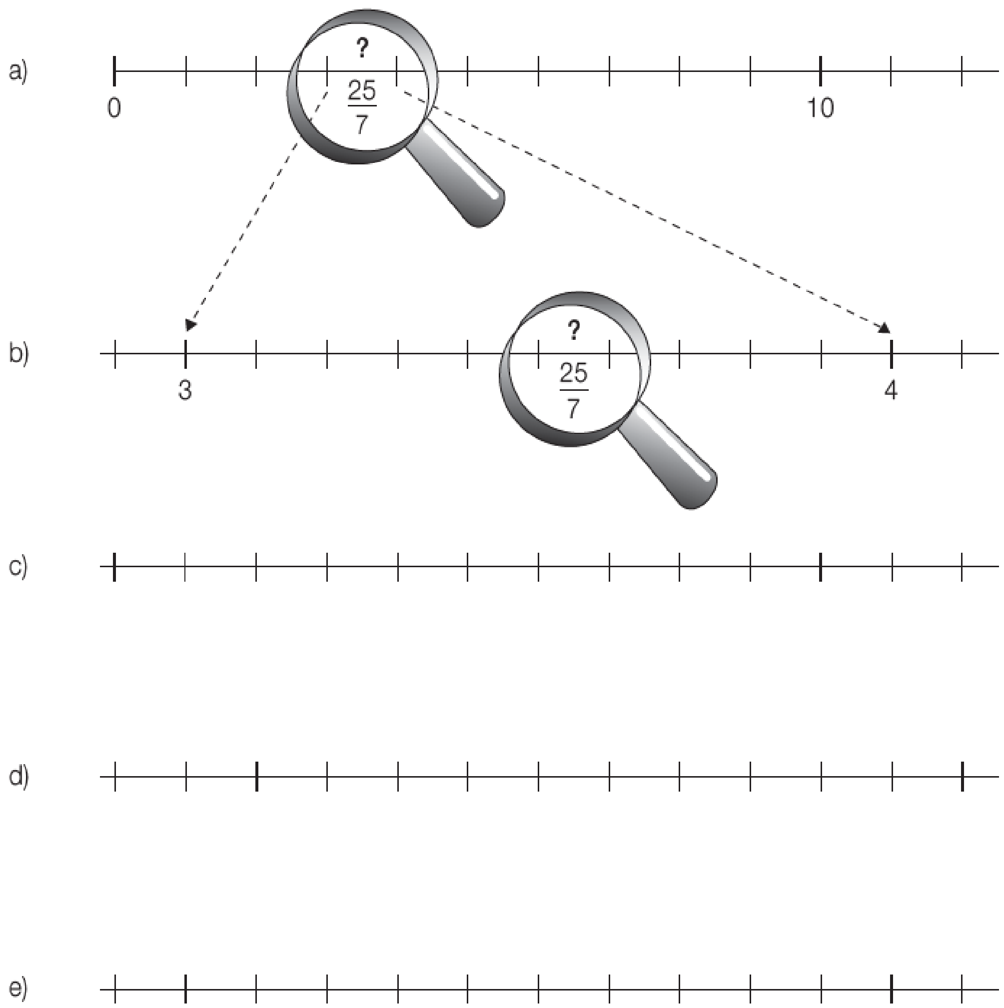
Quel est le dernier nombre que Loïse a écrit ?

À la recherche de 25/7

L'inspecteur Holmes est à la recherche du quotient de 25 par 7.

Il commence par le chercher, sur un axe gradué, entre 3 et 4.

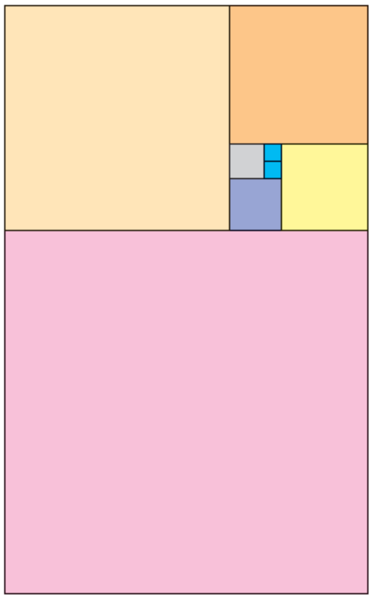
Continue les recherches, selon la méthode de Sherlock.



Avec des carrés

Ce motif est formé de 8 carrés dont les deux plus petits mesurent 1 cm de côté chacun.

Quelle est l'aire et le périmètre du grand rectangle ?



Rien ne sert de courir

Le lièvre et la tortue font la course.
Pendant que le lièvre avance d'un bond, la tortue avance de 3 pas.
Un bond du lièvre est égal à 10 pas de tortue.
La tortue est à 20 pas de l'arrivée, mais le lièvre n'est plus qu'à 5 bonds de la tortue.

La tortue gagnera-t-elle la course, comme dans la fable ?

L'EVALUATION DE LA RESOLUTION DE PROBLEMES SUR SUPPORT INFORMATISE : PROCESSUS DE CATEGORISATION AUTOMATISEE DES PROCEDURES DES ELEVES

Géraldine Hoffer, Isaline Ruf

Institut de recherche et de documentation pédagogique (IRDP)

Cet article traite d'une expérimentation entreprise par l'IRDP dans le cadre des travaux menés pour le projet *EpRoCom-Banque d'items*. Il s'agit d'évaluer les compétences des élèves en résolution de problèmes mathématiques par le biais d'un support informatisé, à des fins diagnostiques. Nous présentons comment nous avons traité les données d'un problème testé sur tablette et déterminé des indicateurs pour les différentes procédures identifiées, en vue d'une catégorisation automatisée.

Mots clés : évaluation de compétences, support numérique, résolution de problèmes mathématiques, élèves de 8H

INTRODUCTION

Depuis 2021, des exemples de tâches évaluatives de résolution de problèmes mathématiques destinés à des élèves de 8H (élèves âgés de 11-12 ans) sont mis à disposition des enseignantes et enseignants romands via le site *Pistes pour l'évaluation*[1] (*PistEval*), dans le but de les soutenir dans cette tâche (qu'il s'agisse d'une évaluation diagnostique, formative ou certificative). Ces pages Internet sont l'une des concrétisations d'un projet plus large mené en Suisse romande par l'Institut de Recherche et de Documentation Pédagogique (IRDP), à savoir le projet *EpRoCom-Banque d'items*. Ce projet découle de la Convention scolaire romande (CSR) de 2007[2] qui visait, au départ, la création d'épreuves romandes communes dans le but de vérifier l'atteinte des objectifs du Plan d'études romand (PER) par les élèves de la partie francophone de la Suisse. En 2015, il a toutefois été réorienté par l'Assemblée plénière de la Conférence intercantonale de l'instruction publique de la Suisse romande et du Tessin (CIIP) vers le développement d'une *Banque romande d'items* (ci-après *Banque*) dans laquelle sont stockées des tâches évaluatives, dont une partie alimente les *PistEval*.

Avant d'intégrer la *Banque*, les problèmes évaluatifs de mathématiques, issus d'épreuves externes de différents cantons romands, sont soumis à un processus de validation afin d'en garantir la qualité et l'adéquation intercantonale. Ces tâches sont notamment éprouvées auprès d'élèves de fin de 8H de l'ensemble de la Romandie à l'occasion de tests pilotes. Celui réalisé au printemps 2023 comprenait, outre une passation papier-crayon, une partie exploratoire qui consistait à proposer aux élèves cinq problèmes sur tablette. L'objectif était d'une part d'expérimenter si le support informatisé se prête à l'évaluation de tâches de résolution de problèmes et d'autre part d'en tester certaines fonctionnalités et potentialités. Contrairement au format papier-crayon, le numérique présente notamment l'avantage de pouvoir recueillir l'ensemble des actions[3] réalisées par les élèves. Les *data process*, au service de l'analyse des résultats (Greiff,

---

[1] Ce site est accessible au moyen d'un identifiant par le biais de la plateforme PER-MER.

[2] CSR, article 15 :

> [1] La CIIP organise des épreuves romandes communes à l'Espace romand de la formation, en vue de vérifier l'atteinte des objectifs du plan d'études.

[3] Une action correspond à toute interaction de l'élève avec le support : lancement de l'écoute de l'énoncé, calculs réalisés et/ou effacés, éléments (dé)sélectionnés, etc.

Wüstenberg & Avvisati, 2015 ; Wyatt-Smith, Lingard & Heck, 2019), s'avèrent dès lors d'une grande richesse. Ces possibilités offertes par l'outil numérique sont donc particulièrement intéressantes dans la mesure où, en résolution de problèmes, la seule réponse fournie par l'élève est insuffisante pour renseigner son niveau de maitrise de compétences.

Dans cet article, nous présentons l'expérimentation menée lors du test pilote de 2023, en nous appuyant sur l'exemple d'un problème mathématique testé sur support numérique. Nous commençons par expliciter nos choix quant au type de tâches retenues pour une mise à l'épreuve sur tablette. Nous décrivons ensuite le problème intitulé *Taxi*, ainsi que la méthodologie utilisée. Nous détaillons en particulier les étapes poursuivies pour analyser les productions des élèves à partir de leurs actions enregistrées par l'outil numérique, en spécifiant les procédures répertoriées ainsi que les indicateurs déterminés pour chacune d'elles dans une visée de catégorisation automatisée. Enfin, nous rendons compte des résultats obtenus.

DU SUPPORT PAPIER-CRAYON AU SUPPORT INFORMATISÉ

Évaluer des élèves sur support informatisé n'est pas un processus nouveau (Marc, Wirthner & Uldry, 2013 ; Salles, Dos Santos & Kespaik, 2020 ; Wyatt-Smith, Lingard & Heck, 2019) et présente plusieurs avantages. Différentes études en ont mis certains en évidence, comme celle de Blumenthal et Blumenthal (2020). Ces auteurs ont souligné plusieurs bénéfices du support numérique lors d'évaluations réalisées en contexte de classe. Ce support apporte par exemple un gain de temps considérable pour l'enseignant·e en termes de récolte, de correction et de restitution des données, ce processus pouvant être automatisé grâce à des algorithmes. Ils ont également mis en évidence la meilleure motivation des élèves face au support numérique, en comparaison avec celui papier-crayon, ainsi que l'impression, pour l'élève, que la tâche est plus facile lorsqu'elle est réalisée à l'aide d'une tablette. La possibilité de concevoir des évaluations adaptatives, différenciées, avec des retours (feedbacks ou rétroactions) personnalisés et des tâches s'adaptant au niveau de maitrise des compétences de chaque élève est également un avantage de ce type de support (Hakem, Sander & Labat, 2005 ; Jean-Daubias, 2002). En outre, dans un contexte de plus en plus connecté et suite à l'inscription de l'Éducation Numérique dans le PER depuis 2021, l'exploitation d'autres modes d'évaluation dans les classes romandes semble incontournable. D'ailleurs, le référentiel de compétences pour la formation initiale et continue des enseignant·es dans le domaine de l'éducation numérique, publié en 2021 par la CIIP, évoque l'évaluation sur support numérique :

> En utilisant les technologies numériques dans l'enseignement et l'apprentissage, il est important de connaître leur potentiel pour améliorer les stratégies d'évaluation existantes, mais également pour créer ou encourager des approches innovantes en matière d'évaluation. […] Par ailleurs, l'utilisation des technologies numériques dans l'éducation, que ce soit à des fins d'évaluation, d'apprentissage, d'administration ou autres, conduit à la récolte d'un large éventail de données, notamment sur le comportement d'apprentissage de chaque apprenant.e. L'analyse et l'interprétation de ces données ainsi que leur utilisation dans la prise de décision deviennent de plus en plus importantes et complètent l'analyse des données conventionnelles sur l'apprentissage. (CIIP, 2021, p. 5)

Toutefois, à l'heure actuelle, les élèves ont encore l'habitude d'être évalués dans un environnement de type papier-crayon. Placer les élèves en situation d'évaluation sur un format informatisé présente des changements importants et il est donc important de minimiser autant que possible les impacts générés par l'interface numérique. En effet, malgré toute l'attention portée au transfert de support, les deux environnements ne sont jamais parfaitement identiques. Le passage d'un environnement papier-crayon à un environnement informatisé a été beaucoup étudié ces dernières années, mais les différentes recherches publiées à ce sujet n'arrivent pas à un consensus clair en ce qui concerne l'influence du type de support sur les performances des élèves (Bessonneau, Arzoumanian & Pastor, 2015 ; Blumenthal & Blumenthal, 2020 ; Grapin & Sayac, 2022). Si certaines études ont montré que les élèves réussissent mieux une tâche donnée sur support papier-crayon, d'autres ont observé un meilleur taux de réussite sur support informatisé. Cependant, il semble se dessiner l'idée que les performances des élèves seraient liées aux caractéristiques intrinsèques de la tâche plutôt qu'au type de support sur lequel elle est réalisée.

De nombreuses applications ont été développées pour entrainer les élèves en mathématiques sur support numérique. Ces logiciels proposent généralement des tâches d'application, pour lesquelles seule la réponse (correcte/incorrecte) est prise en compte. Dans notre expérimentation, nous avons choisi de soumettre aux élèves des activités de résolution de problèmes. Est entendu par résolution de problèmes une tâche pour laquelle l'élève ne dispose pas d'une procédure automatisée, connue d'emblée, au regard de son âge et des apprentissages réalisés et qui nécessite de convoquer de manière autonome puis d'utiliser adéquatement un ou plusieurs outils mathématiques (Monaghan, Pool, Roper & Threlfall, 2009 ; Newell & Simon, 1972 ; Schoenfeld, 1985). La sélection des problèmes, initialement destinés à un usage papier-crayon et transposés sur support informatisé, a été opérée avec soin, toute tâche n'étant pas adaptée au format numérique. Au regard des contraintes liées aux fonctionnalités disponibles, les problèmes nécessitant le recours à un dessin ou à la qualification de résultats intermédiaires (car comportant plusieurs étapes dans leur résolution) ont par exemple été écartés. Par ailleurs, toute tâche n'est pas forcément plus pertinente une fois informatisée et le recours au numérique doit représenter une véritable plus-value : les informations récoltées pour les tâches retenues devaient ainsi se révéler plus riches qu'en format papier-crayon pour que la transposition numérique présente un réel intérêt. À titre d'illustration, les tâches avec calculatrice intégrée permettent de garder trace de l'ensemble des calculs effectués par l'élève, calculs qu'il ou elle n'aurait pas forcément transcrits si la tâche avait été proposée en format papier-crayon.

Si le support informatisé offre de nombreux avantages, des limites sont également à signaler, à l'image de l'impossibilité pour l'élève de schématiser la situation, étant donné que l'application développée ne permettait pas de le faire et qu'aucune feuille de brouillon ou autre support n'était à disposition pour résoudre les tâches[4]. D'autres limites peuvent également être relevées, comme les contraintes quant au format des tâches, ainsi que la guidance quant à la procédure pouvant être mise en œuvre à l'aide de ce support. En effet, des restrictions techniques liées au choix des outils numériques développés pour le test pilote de 2023 empêchent certaines procédures lorsque les tâches sont informatisées. La réalisation d'un arbre de classement en est un exemple. Se pose alors la question du statut de la tâche lorsque l'environnement numérique prend (trop) en charge une partie du cadrage : jusqu'où s'agit-il toujours d'une résolution de problèmes dans la mesure où une partie de la mobilisation des outils n'est plus à la charge de l'élève ? Lors de la sélection des tâches, nous avons été particulièrement attentives à ce que la transposition de la tâche sur support numérique ne la dénature pas de son statut de résolution de problèmes, quand bien même ce support ne permet pas la mise en œuvre de toutes les procédures pouvant être restituées en format papier-crayon. Au final, ce sont cinq tâches de résolution de problèmes qui ont été expérimentées lors du test pilote de 2023.

Expérimentation de l'évaluation de la résolution de problèmes sur support informatisé

Les cinq problèmes de mathématiques transférés sur tablette ont été soumis à plus de 1000 élèves romands, répartis dans 56 classes (8 par cantons). Comme l'utilisation de fonctionnalités intégrées, basiques mais potentiellement non connues des élèves, était nécessaire pour résoudre les problèmes, le test informatisé débutait par une courte prise en main de l'outil numérique. Cette partie introductive permettait aux élèves de se familiariser avec ces fonctionnalités, par exemple effectuer un calcul sur une calculatrice intégrée. Elle visait également à s'assurer de la bonne maitrise de ces fonctionnalités par les élèves. L'analyse interne de nos résultats a montré que l'utilisation d'outils numériques simples ne pose pas de difficultés particulières aux élèves de 8H de Suisse romande.

[4] Le choix de ne pas donner de feuille de brouillon aux élèves s'explique par le fait que, pour les besoins de nos analyses, toutes les traces devaient être enregistrées par le support numérique. Par ailleurs, cela aurait rendu la gestion de leur environnement plus complexe (tablette et papier-crayon).

Le problème *Taxi*

Dans cet article, nous nous intéressons à un problème en particulier, intitulé *Taxi*, lequel a fait l'objet d'une analyse approfondie des données numériques récoltées pour les 1077 élèves l'ayant résolu. Ce problème se présente de la manière suivante :

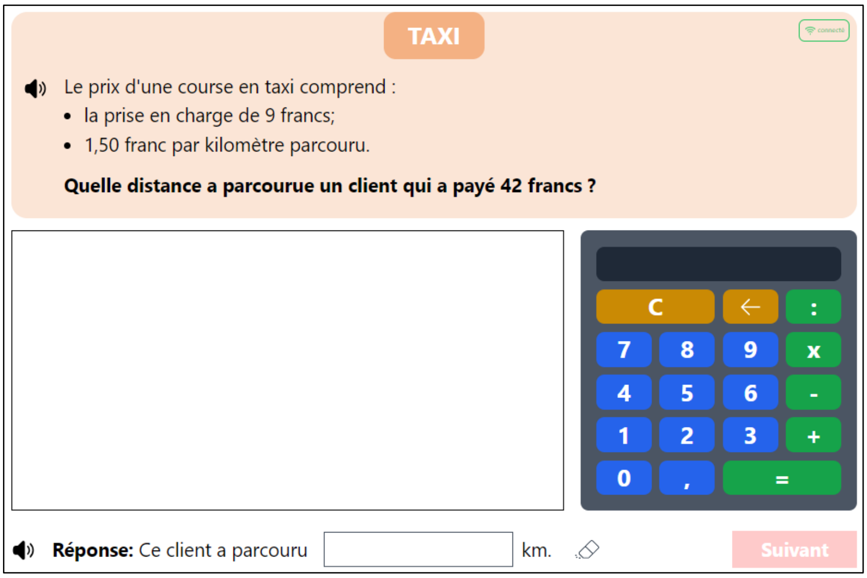


Fig. 1 : Problème *Taxi* soumis aux élèves sur tablette

Ce problème se rattache à l'objectif *MSN23 - Résoudre des problèmes additifs et multiplicatifs* du PER. Il s'agit plus spécifiquement d'une situation pouvant être modélisée par la fonction affine $f(x) = 1{,}50x + 9$ où x correspond au nombre de km parcourus. Cette tâche a été retenue car elle correspond bien à une résolution de problèmes pour des élèves de 8H : *a priori*, sa résolution n'a pas été entrainée spécifiquement (en effet, il ne s'agit pas d'une proportionnalité directe et il est bien plus courant que ce soit le prix à payer pour une distance donnée qui soit recherché) et les élèves ne disposent donc pas d'une procédure automatisée pour le résoudre. Par ailleurs, ce problème nous paraissait tout à fait réalisable sur tablette et se prêter à notre dispositif exploratoire dans la mesure où peu d'étapes sont requises pour pouvoir répondre à la question posée (un résultat intermédiaire ne nécessitant pas, selon nous, une qualification formelle). En outre, bien qu'un schéma en barres ou en ligne soit possible pour représenter la situation, il ne se veut pas indispensable ici dans le processus de résolution du problème.

Pour résoudre ce problème, la fonctionnalité de calculatrice intégrée a été prévue. Si cet outil de calcul permet de soulager l'élève dans la réalisation des opérations (notamment lorsque le diviseur est décimal), quand bien même certaines peuvent être réalisées mentalement, il présente surtout l'avantage de garder trace de l'ensemble des calculs qu'il ou elle a effectués. L'élève a ainsi la possibilité d'inscrire un calcul sur la calculatrice, et en cliquant sur la touche "=", le calcul et son résultat s'affichent dans l'espace de travail à gauche (cf. Fig. 2). À noter que la calculatrice ne permet d'exécuter qu'une seule opération à la fois et n'offre pas la possibilité d'utiliser des parenthèses. Le calcul *(42-9) : 1,5* doit ainsi être réalisé en deux étapes, à savoir *42 : 9 = 33*, puis *33 : 1,5 = 22*. Les calculs s'inscrivent à la suite, dans l'ordre dans lequel ils ont été effectués. L'élève peut également effacer un calcul en cliquant sur la gomme qui apparait à droite de celui-ci. Une fois arrivé à sa réponse, il ou elle l'inscrit dans la case de la phrase-réponse prérédigée.

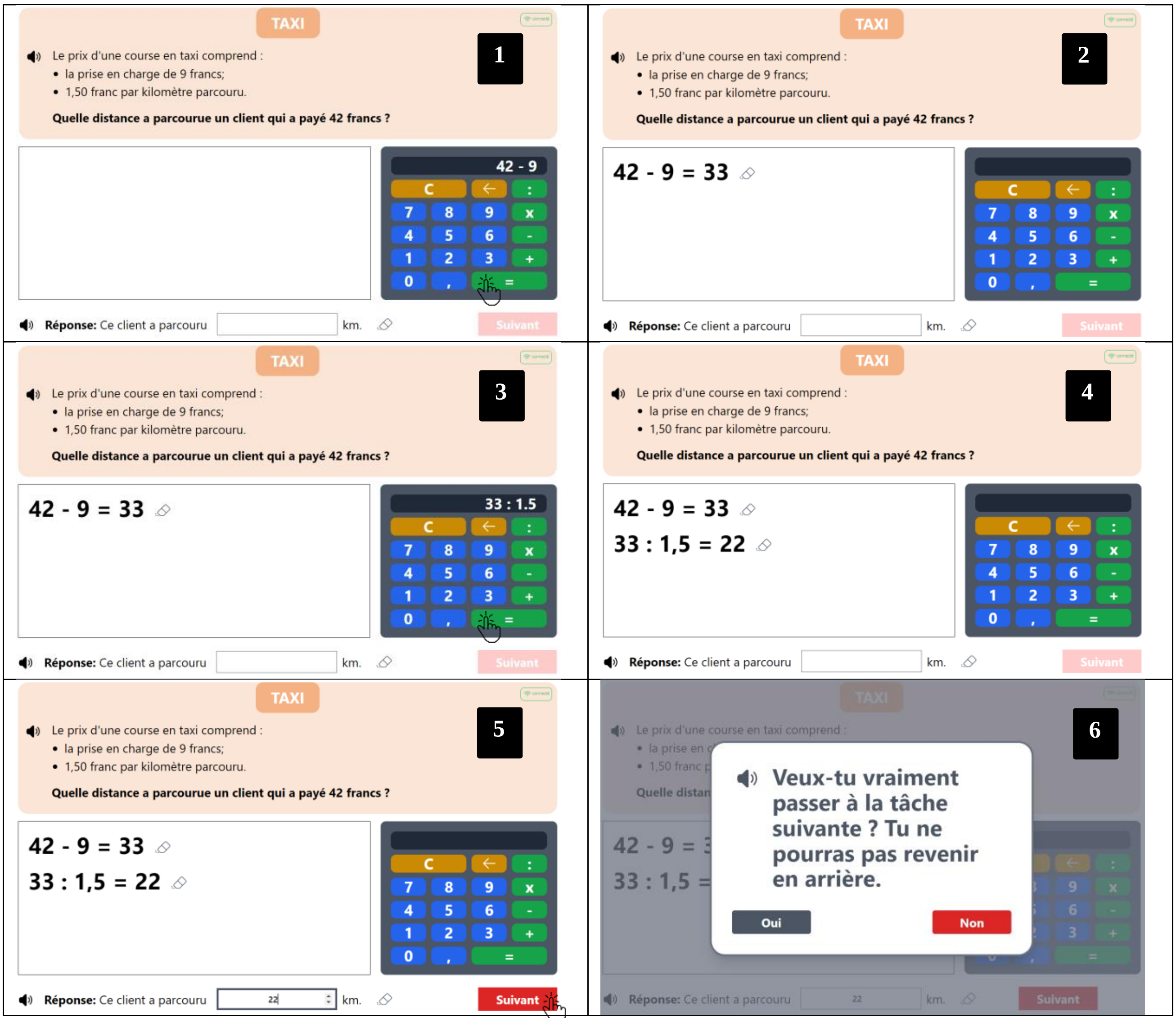


Fig. 2: Interaction du support numérique pour le problème *Taxi*

Analyse des procédures mises en œuvre par les élèves – méthodologie

L'application numérique utilisée lors du test pilote de 2023 a permis de prélever de nombreuses données. Outre la réponse finale, dont la justesse n'était pas le principal élément de notre analyse, l'enregistrement de tous les calculs effectués par les élèves a été rendu possible par l'utilisation de la calculatrice intégrée, permettant de reconstituer leur raisonnement. Les actions "effectuer un calcul" et "effacer un calcul" ont ainsi été enregistrées par l'application, puis traduites sous forme de données brutes, chacune représentant une ligne dans un fichier Excel. À partir de toutes ces actions, il s'agit d'observer si l'élève a reconnu la situation (additive et) multiplicative et d'identifier l'origine des éventuelles difficultés qu'il ou elle a rencontrées. L'analyse des erreurs (identifiables à partir des calculs effectués par l'élève) est ici particulièrement intéressante en termes de "diagnostic" pour identifier les acquis d'apprentissage et/ou les lacunes et, par conséquent, les remédiations nécessaires. Dans cette partie, nous abordons plus en détail la méthodologie utilisée pour traiter et analyser les données, dans le but d'identifier les procédures mises en œuvre par les élèves en vue d'une catégorisation automatisée de ces dernières. Cette analyse s'est réalisée de manière exploratoire, en 3 étapes (cf. Fig. 3) décrites ci-après.

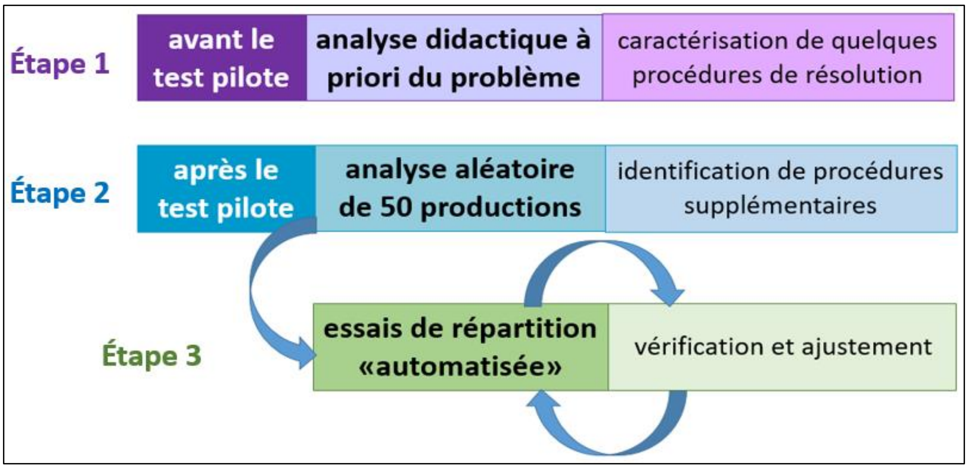


Fig. 3 : Méthodologie suivie pour catégoriser les procédures des élèves à partir de leurs actions (calculs)

Étape 1 - Analyse *a priori*

Dans un premier temps, l'analyse *a priori* de la tâche a permis de caractériser 6 procédures, synthétisées dans la Fig. 4.

Experte ①	42 – 9 = 33 33 : 1,50 = **22**
Correcte ② **Procédure additive**	9 + 1,50 = 10,50 10,50 + 1,50 = 12 12 + 1,50 = 13,50 … 39 + 1,50 = 40,50 40,50 + 1,50 = **42**
Correcte ③ **Ajustement d'essais successifs**	1,50 x 2 = 3 9 + 3 = 12 1,50 x 6 = 9 9 + 9 = 18 1,50 x 10 = 15 9 + 15 = 24 1,50 x 20 = 30 9 + 30 = 39 1,50 x **22** = 33 9 + 33 = 42
Incorrecte ④ **Non considération de la prise en charge**	42 : 1,50 = **28**
Incorrecte ⑤ **Mathématisation erronée de la prise en charge**	9 + 1,50 = 10,50 42 : 10,50 = **4**
Incorrecte ⑥ **Mathématisation incorrecte de la situation**	42 x 1,50 = **63**

Fig. 4 : Procédures caractérisées *a priori*

La procédure experte ① revient à soustraire les frais de prise en charge du montant total (*42 – 9 = 33*) puis à diviser ce résultat par 1,50 (*33 : 1,50 = 22*). Une autre procédure ②, moins directe mais tout aussi valable et sans doute la plus proche de la réalité de la situation consiste à additionner de manière réitérée 1,50 franc aux 9 francs de prise en charge jusqu'à obtenir 42 (*9 + 1,50 + 1,50 + 1,50 + … + 1,50 = 42*), puis à dénombrer le nombre de 1,50 franc additionné pour trouver la distance parcourue en kilomètres. Cette recherche peut aussi être réalisée de manière "raccourcie" par ajustement d'essais successifs (procédure ③) en ayant recours à la multiplication, par exemple :

Pour 2 km : *1,50 x 2 = 3*
9 + 3 = 12
Pour 6 km : *1,50 x 6 = 9*
9 + 9 = 18
Pour 10 km : *1,50 x 10 = 15*
9 + 15 = 24
Pour 20 km : *1,50 x 20 = 30*
9 + 30 = 39
Pour 22 km : *1,50 x 22 = 33*
9 + 33 = 42

Au niveau des procédures incorrectes du point de vue du raisonnement mathématique, nous pouvons par exemple relever l'élève (procédure ④) qui omet de prendre en compte les 9 francs de prise en charge et qui divise le montant total de la course par le cout kilométrique (*42 : 1,50 = 28*), celui ou celle (procédure ⑤) qui ne considère pas la prise en charge de 9 francs comme une constante indépendante de la distance parcourue et effectue le calcul *42 : (9 +1,50) = 4* ou encore l'élève (procédure ⑥) qui multiplie le prix payé par le cout kilométrique (*42 x 1,50 = 63*).

À ces 6 procédures peuvent venir s'ajouter une ou plusieurs erreurs, à l'image d'erreurs de saisie sur la calculatrice ou de report de la réponse, lesquelles ont forcément un impact sur le résultat donné.

Étape 2 - Analyse aléatoire de 50 productions d'élèves

Durant cette deuxième phase, une cinquantaine de productions d'élèves, choisies aléatoirement, ont été analysées manuellement, c'est-à-dire que la procédure de résolution a été retracée, étape par étape, sur la base de la séquence de calculs et d'actions renseignés dans le fichier Excel. L'analyse de ces productions a d'une part permis de retrouver les 6 procédures identifiées lors de l'étape 1, et d'autre part de mettre en évidence une grande diversité d'autres procédures et erreurs (de raisonnement ou autres, Verschaffel & De Corte, 2008), parfois surprenantes, qui n'avaient pas été anticipées. À noter que certaines procédures incorrectes cumulent plusieurs erreurs, comme l'omission d'une contrainte de l'énoncé (prise en charge de 9 francs), une mathématisation (CIIP, 2010[5]) erronée (autrement dit une traduction incorrecte de la situation en langage mathématique, à l'image de l'élève qui multiplie le cout kilométrique par le prix payé par le client) ou encore une erreur de saisie sur la calculatrice (l'élève inscrit 150 au lieu de 1,50 franc). Ce travail nous a permis de compléter le panorama des 6 procédures établi lors de l'analyse *a priori* (étape 1), afin qu'il soit aussi exhaustif que possible.

Pour illustrer cette deuxième étape, 12 exemples de procédures fréquemment identifiées dans les productions d'élèves sont présentés dans le tableau de la Fig. 5. Les 6 premiers correspondent aux procédures caractérisées *a priori*, et les suivants à celles nouvellement identifiées. Précisons que tous les exemples de procédures présentés dans cet article proviennent de réelles productions d'élèves.

[5] Nous faisons référence ici à la progression des apprentissages du PER, pour l'objectif MSN23 : " Résolution de problèmes numériques en lien avec les ensembles de nombres travaillés, l'écriture de ces nombres et les opérations étudiées, notamment : […] traduction des données d'un problème en opérations arithmétiques, en utilisant au besoin des parenthèses : additions, soustractions, multiplications et divisions" (CIIP, 2010).

Exemples de procédures identifiées lors de l'analyse *a priori*					
Experte 1	**Correcte 2** Procédure additive	**Correcte 3** Ajustement d'essais successifs	**Incorrecte 4** Non considération de la prise en charge	**Incorrecte 5** Mathématisation incorrecte de la prise en charge	**Incorrecte 6** Mathématisation incorrecte de la situation
L'élève calcule le prix payé pour la distance parcourue hors prise en charge, puis le nombre de km parcourus.	L'élève ajoute aux frais de prise en charge le montant à payer pour 1 à 4 km parcourus, jusqu'à arriver au montant donné.	Par ajustement d'essais successifs, l'élève recherche le nombre de km correspondant au montant payé, hors frais de prise en charge.	L'élève divise le montant payé par le cout kilométrique et omet de prendre en compte les frais de prise en charge (9 francs).	L'élève additionne les frais de prise en charge, au cout kilométrique, et divise le montant payé par le résultat obtenu.	L'élève multiplie le prix payé par le cout kilométrique et ne prend pas en compte les frais de prise en charge de 9 francs.
42-9=33	9+1,50=10,5	1,50*30=45	42/1,50=28	42/1,0=42	42/1,5=28
33/1,50=22	10,5+1,50=12	~~1,50*30=45~~	~~42/1,50=28~~	~~42/1,0=42~~	9/1,50=6
22	12+1,50=13,5	1,50*21=31,5	1,50/42=0,035…	42/1,50=28	6*1,5=9
	13,5+1,50=15	~~1,50*21=31,5~~	~~1,50/42=0,035…~~	~~42/1,50=28~~	42*1,5=63
	15+1,50=16,5	1,50*25=37,5	42/1,50=28	9+1,50=10,5	~~6~~
	16,5+1,50=18	~~1,50*25=37,5~~	**28**	42/10,50=4	**63**
	18+3=21	1,50*26=39		**4**	
	21+3=24	~~1,50*26=39~~			
	24+6=30	42-9=33			
	30+6=36	1,50*20=30			
	36+6=42	1,50*21=31,5			
	22	~~1,50*21=31,5~~			
		1,50*22=33			
		22			

Exemples de procédures supplémentaires identifiées lors de l'analyse des productions					
Incorrecte 7 Mathématisation incorrecte de la prise en charge	**Incorrecte 8** Mathématisation incorrecte de la situation	**Incorrecte 9** Mathématisation incorrecte de la situation	**Incorrecte 10** Mathématisation incorrecte de la situation	**Incorrecte 11** Mathématisation incorrecte de la situation	**Non catégorisée 12**
L'élève soustrait les 9 francs de prise en charge au résultat obtenu après avoir divisé le montant payé par le cout kilométrique.	L'élève multiplie les frais de prise en charge par le cout kilométrique.	L'élève divise les frais de prise en charge par le cout kilométrique.	L'élève divise le cout kilométrique par le montant payé.	L'élève soustrait les 9 francs de prise en charge au montant payé, sans diviser le résultat par le cout kilométrique.	L'élève ne parvient vraisemblablement pas à se représenter la situation et effectue des opérations non pertinentes.
42/1,50=28	9*1,50=13,5	5/6=0,833…	9/1,5=6	1,50*1000=1500	1,50*9=13,5
1,50*28=42	~~9*1,50=13,5~~	~~5/6=0,833…~~	~~9/1,5=6~~	~~1,50*1000=1500~~	~~1,50*9=13,5~~
~~28~~	9*1,50=13,5	9/1,50=6	9+1,50=10,5	42/1,5=28	9*1,50=13,5
28-9=19	13,5*3=40,5	**6**	1,5/42=0,035	28*1000=28000	~~9*1,50=13,5~~
19+9=28	40,5+1,50=42		**0,035**	42-9=33	1,50/9=0,166…
28*1,50=42	~~13~~			**33**	~~1,50/9=0,166…~~
19	**13,5**				0,166*9=1,494
					1,494

Fig. 5 : Exemples de procédures fréquemment retrouvées dans les productions d'élèves du test pilote de 2023. Les nombres en gras correspondent aux réponses validées. Les calculs ou réponses barrés ont été effacés par l'élève.

Étape 3 – Répartition automatisée des productions dans les catégories de procédures

Cette troisième étape visait à trouver un moyen de répartir automatiquement les procédures mises en œuvre par chacun·e des 1077 élèves, à partir de l'identification des calculs enregistrés dans le fichier Excel. En d'autres termes, il s'agissait de déterminer des indicateurs permettant de relier un ou plusieurs calculs à chacune des procédures.

Bien que nous nous intéressions prioritairement à la procédure mise en œuvre par l'élève, il nous a été nécessaire de partir de la réponse soumise pour faire un premier tri parmi l'ensemble des données récoltées. Ce choix s'explique par le fait que, souvent (mais pas systématiquement), pour ce type de problèmes, la réponse donnée par l'élève correspond à une procédure en particulier. Il s'agissait ensuite de nous intéresser aux calculs ayant permis à l'élève d'arriver à cette réponse pour nous assurer que la procédure correspondait bien à la réponse fournie.

Pour entamer ce travail, nous avons recherché les réponses les plus fréquentes, à savoir celles soumises par au moins 15 élèves (cf. Fig. 6). Sans grande surprise, les deux réponses les plus représentées correspondent à la réponse correcte (*22*), soumise par 296 élèves, et à celle caractéristique d'une procédure où la prise en charge de 9 francs n'est pas considérée (*28*), soumise par 343 élèves.

Réponse enregistrée	Nombre d'élèves
28	343
22	296
63	98
33	37
4	28
19	25
6	22
37	18
13,5	16
Sous-total	883
Autres réponses	194
Total	1077

Fig. 6 : Fréquence des réponses soumises par les élèves ayant pris part au test pilote

Pour chacune des 9 réponses possibles présentées dans la Fig. 6, nous avons analysé les successions de calculs effectués par les élèves, afin d'identifier toutes les procédures permettant d'obtenir la réponse concernée. Par exemple, pour la réponse "28", les calculs réalisés par l'élève permettaient de vérifier qu'il ou elle avait bien mis en œuvre la procédure qui consiste à diviser le montant payé par le cout kilométrique (omission de la prise en charge) et pour la réponse "22", les actions de l'élève visaient à différencier le type de procédure mise en œuvre parmi les différentes possibles. Nous avons donc, pour chaque procédure (couplée à une réponse), déterminé des indicateurs à identifier dans les calculs des élèves. Dans la plupart des cas il s'agit de la réponse associée à un ou plusieurs calculs (cf. Annexe 1). Nous avons ensuite vérifié que nos indicateurs permettaient de répartir de manière fiable les productions des élèves dans les catégories procédurales correspondantes. Nous les avons donc mises à l'épreuve avec nos données pour nous assurer d'une part que les productions se retrouvent bien dans la bonne catégorie et d'autre part que celles des élèves ayant mis en œuvre une certaine procédure soient toutes bien associés à la catégorie adéquate. En suivant cette méthode, nous avons constaté que dans certains cas, pour une réponse donnée, les élèves avaient mis en œuvre d'autres procédures que celle(s) attendue(s), et il s'est parfois révélé nécessaire de considérer des indicateurs supplémentaires. Pour la réponse "*22*" par exemple, nous avions défini l'indicateur "présence du calcul *33 : 1,5 = 22*" (le calcul *42 – 9 = 33* pouvant être réalisé mentalement), et il s'est avéré que certain·es élèves n'avaient effectué aucun calcul sur la calculatrice. L'indicateur déterminé ne s'appliquait donc pas pour toutes les situations et nous avons dû en ajouter un, à savoir "réponse *22* et aucun calcul" (cf. Annexe 1, exemple **A**). Nous avons également identifié que la réponse "*33*" ne découle pas uniquement du calcul *42 – 9*. En effet, certain·es élèves procédant par ajustement d'essais successifs

(*1,50 x ? = 33*) arrivent également à ce résultat par erreur de report de la réponse (cf. Annexe 1, exemple **C**). Il ne s'agit donc pas d'une procédure incorrecte, mais d'une procédure correcte comprenant une erreur.

Nous avons aussi relevé des calculs "inattendus", par exemple des élèves qui multiplient le diviseur et le dividende par 10 ou 100 (certainement selon une méthode apprise en classe pour diviser avec des nombres entiers) et entrent le calcul *420 : 15* ou *4200 : 150* sur leur calculatrice pour aboutir à la réponse "*28*" (cf. Annexe 1, exemple **E**). De manière similaire, pour la réponse "*63*", nous avons été amenées à compléter nos indicateurs pour prendre en compte les productions comprenant le calcul *42 x 15* ou *42 x 150*, même pour les élèves ayant répondu 630 ou 6300, car le raisonnement reste le même (cf. Annexe 1, exemple **F**). Au fur et à mesure des révisions, des indicateurs ont ainsi dû être ajoutés pour caractériser de nouvelles procédures.

Cette vérification nous a donc conduites à ajuster ou préciser nos indicateurs, avant de les remettre à l'épreuve de nos données. Ce travail d'ajustement/vérification a été réalisé plusieurs fois, de manière cyclique, et nous a permis d'arriver à un nouveau panorama des procédures mises en œuvre par les élèves, présenté dans la Fig. 7 :

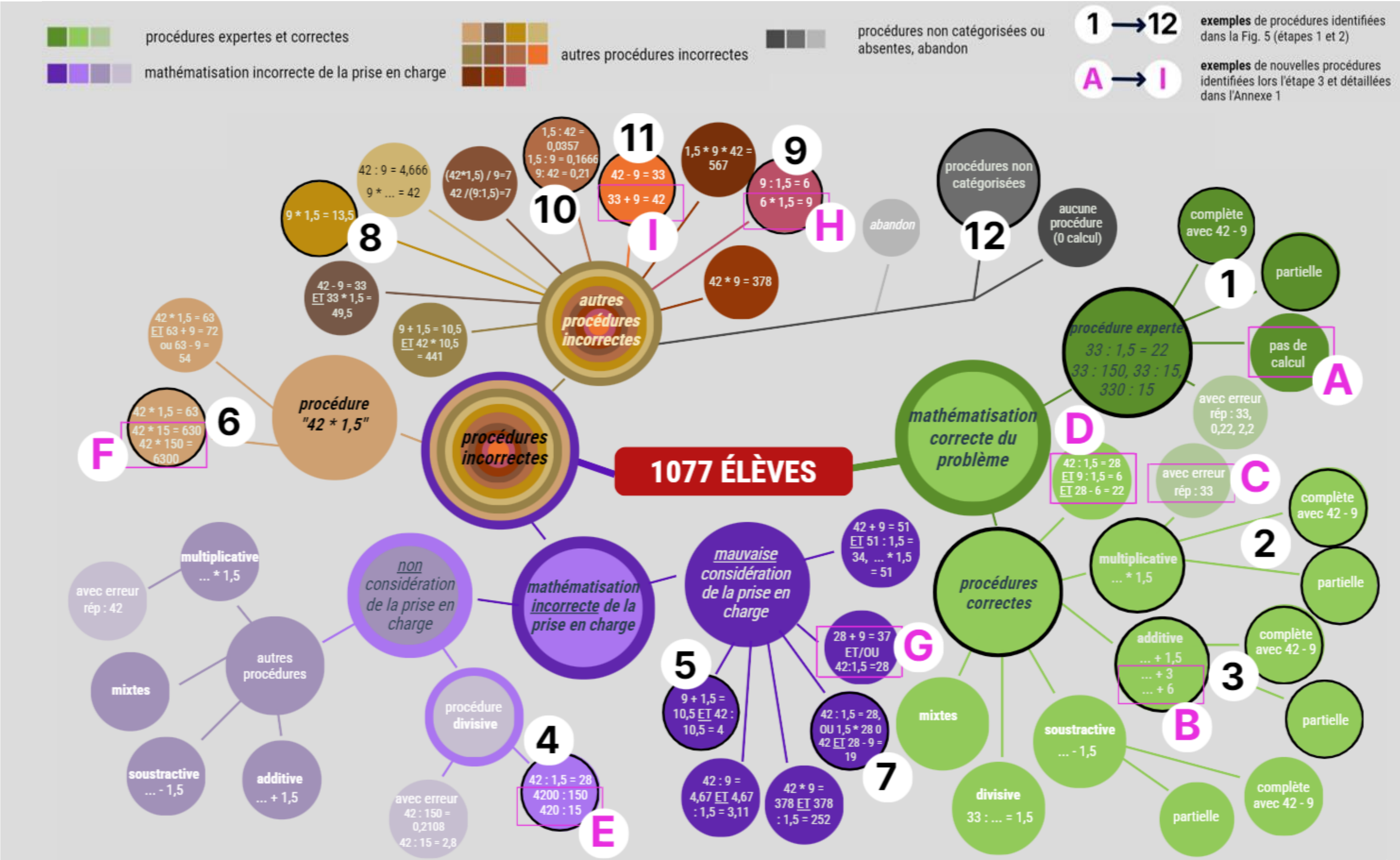


Fig. 7 : Carte mentale présentant toutes les procédures identifiées *a priori* et à partir des résultats du test pilote de 2023. *Les nombres en noir dans les ronds blancs correspondent au numéro de la procédure de la Fig. 5. Les lettres en rose dans les ronds blancs correspondent aux procédures identifiées dans un deuxième temps, lors de l'étape 3.*

La Fig. 7 permet de se rendre compte de la diversité des procédures, menant à une réponse correcte ou non, que les élèves ont mis en œuvre pour résoudre le problème de proportionnalité des écarts intitulé *Taxi*. Sur un échantillon de plus d'un millier d'élèves romands, une quarantaine de procédures différentes ont pu être répertoriées.

Résultats et discussion

Une fois l'éventail des procédures mises en œuvre et les indicateurs pour les caractériser stabilisés, nous les avons utilisés pour rattacher, de manière automatisée, chaque production à une catégorie établie. Pour ce faire, l'équipe de statistiques de l'IRDP a agrégé les données sur la base des indicateurs déterminés grâce à l'analyse des productions des élèves. Sur cette base, elle a pu identifier le type de procédures mises en œuvre et déterminer leur fréquence pour la majorité des productions d'élèves. Pour les productions restantes, soit pour les catégories plus fines, les données ont été traitées dans un deuxième temps, manuellement, à l'aide d'Excel, en utilisant des filtres et en croisant les différents indicateurs concernés.

Ce travail a permis d'obtenir automatiquement les fréquences de mise en œuvre de chacune des procédures. Elles sont indiquées en marron clair dans la Fig. 8 (cf. page suivante). Les résultats mettent en avant que 27% des élèves résolvent le problème de manière correcte (secteur vert), 34% ont mis en œuvre diverses procédures incorrectes surtout liées à la représentation du problème (au sens de Julo, 1995)[1] et 39% ont rencontré des difficultés avec le cout de prise en charge (secteur violet). Autrement dit, ces élèves ont soit omis de considérer ces 9 francs (32%), soit elles ou ils les ont mal mathématisés (7%), en en tenant compte de manière erronée dans leur procédure. Ce taux élevé nous amène à nous questionner sur la "qualité contextuelle" du problème. Notre hypothèse est que la situation est peu familière aux élèves suisses âgés de 11 à 12 ans. Rares sont, selon nous, celles et ceux qui ont l'habitude de prendre un taxi, ce qui expliquerait que beaucoup d'élèves n'ont pas réussi à se représenter correctement la situation. L'habillage de ce problème serait donc à revoir et pourrait être recontextualisé comme suit (sans en modifier la structure mathématique) : *Alix a planté un arbre de 150 cm. Il pousse de 30 cm chaque année. Après combien d'années l'arbre mesurera-t-il 420 cm ?*

Relevons toutefois que la catégorisation automatisée des productions des élèves a révélé certaines limites. Nous avons par exemple identifié quelques élèves ayant réalisé successivement plusieurs procédures et les indicateurs répondaient ainsi à plusieurs catégories définies (cf. Fig. 9).

42-9=33	**Procédure experte ①**
33/1,5=22	
~~33/1,5=22~~	
1,5*20=30	**Procédures correctes ② et ③**
1,5+1,5=3	
30+3=33	
20+2=22	
22	

Fig. 9 : Exemple de production où l'élève met successivement en œuvre plusieurs procédures

Ici, l'élève a commencé par la procédure experte, mais visiblement il ou elle n'était pas sûr·e de sa réponse et a préféré vérifier son résultat avec une procédure correcte, par étapes, plus proche de sa compréhension de la situation. Par ailleurs, 173 productions n'ont pas pu être catégorisées. Il s'agit de réponses avec une fréquence très faible, et dont les actions ne correspondent à aucun indicateur déterminé. C'est par exemple le cas de l'élève qui a réalisé le calcul *49 : 1,50 = 32,666…*. Ce calcul correspond à la procédure incorrecte ④ (cf. Fig. 5), couplée à une erreur de saisie. Les indicateurs définis ne permettant pas d'identifier de telles

[1] Pour Julo (1995), la représentation d'un problème correspond à l'activité mentale qui permet de traiter les informations à disposition pour leur donner du sens et construire une compréhension de la situation.

procédures, une analyse manuelle de ce genre de productions serait indispensable pour le faire. Ainsi, selon le niveau de finesse souhaité pour l'automatisation du traitement des données, le travail de qualification des indicateurs pourrait être poursuivi plus en détail.

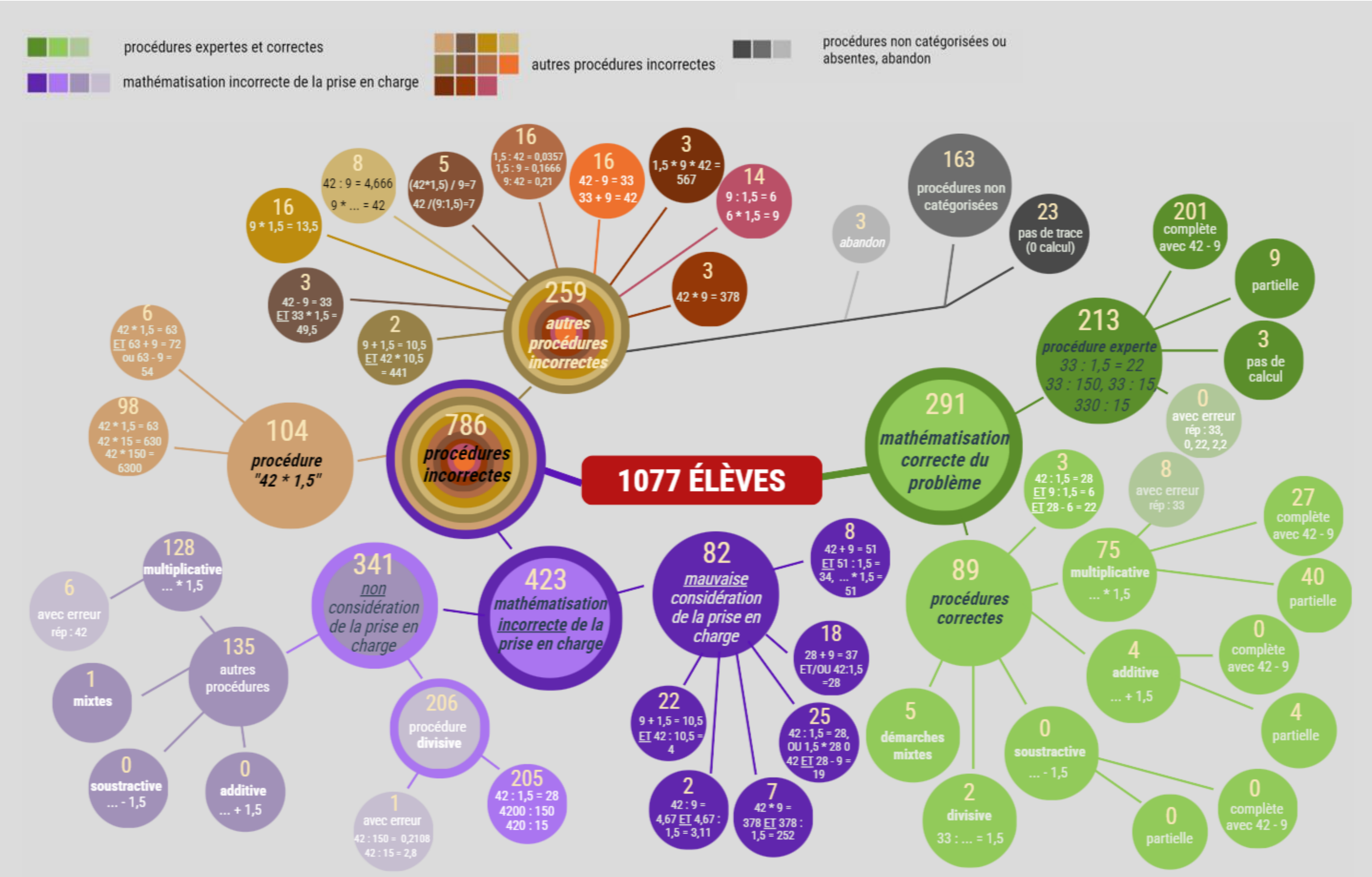


Fig. 8 : Carte mentale présentant les fréquences (en jaune clair) de mise en œuvre de l'ensemble des procédures identifiées *a priori* et à partir des résultats du test pilote de 2023

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

L'expérimentation menée a montré que l'évaluation de la résolution de problèmes sur support numérique est possible et présente des plus-values par rapport au support papier-crayon, notamment grâce aux outils embarqués (par exemple la calculatrice) qui permettent de recueillir de nombreuses données. Une fois agrégées en variables exploitables, ces données fournissent de multiples informations qui n'auraient probablement pas été révélées sur un support papier-crayon. En effet, en analysant les productions papier-crayon issues du test pilote de 2023, nous avons pu observer que la mise à disposition de la calculatrice augmente de manière importante l'absence de traces dans la procédure mise en œuvre par l'élève. À l'inverse, dans notre expérimentation, sur les 1077 élèves ayant résolu le problème *Taxi*, seuls 26 (soit 2,4%) n'ont réalisé aucun calcul sur la calculatrice intégrée.

Ainsi, la calculatrice intégrée offre une plus-value indéniable en termes de recueil de traces. Celles-ci permettent de distinguer différentes procédures de résolution et d'identifier le raisonnement de l'élève. Comme le relève Coen (2022), le traitement de ces traces numériques peut offrir d'énormes avantages en termes de diagnostic, de rapidité et d'efficacité pédagogique dans des contextes d'apprentissage. D'ailleurs, l'objectif final de l'expérimentation menée vise à pouvoir établir un outil de "diagnostic" de la maitrise des compétences testées qui soit aussi précis que possible pour chaque élève. Ainsi, la finalité envisagée pour de telles tâches informatisées serait d'exploiter les plus-values du support numérique afin de soutenir l'enseignant·e en termes d'évaluation formative, dans le but qu'il ou elle puisse proposer des remédiations appropriées aux besoins de chacun·e de ses élèves. L'expérimentation et les analyses menées sur le problème *Taxi* montrent qu'il est toutefois difficile d'automatiser entièrement et de manière reproductible le traitement des données pour des tâches considérées comme complexes. En effet, la définition d'indicateurs précis, qui permettent l'agrégation des données brutes en variables servant à évaluer la ou les compétences en jeu, est souvent intrinsèquement liée à la tâche elle-même et ainsi difficilement transférable à d'autres problèmes (Hakem, Sander & Labat, 2005). Le travail nécessaire à l'automatisation du traitement des données est ainsi chronophage, la détermination des indicateurs permettant la catégorisation automatique des procédures devant être réalisée manuellement à partir d'une analyse didactiquement ancrée. L'expérimentation menée a toutefois montré qu'il en vaut la peine.

Cependant, un tel outil ne prétend pas être un système de diagnostic automatisé, remplaçant l'enseignant·e dans son rôle. Il se veut plutôt au service de ce·tte dernier·ère, en lui offrant une assistance à l'évaluation diagnostique des compétences des élèves, dans le but de le ou la soutenir dans cette tâche, afin qu'elle ou il puisse différencier son enseignement selon la procédure mise en œuvre par l'élève et, conséquemment, les connaissances qu'il ou elle a mobilisées (Delozanne, Prévit, Grugeon-Allys & Chenevotot-Quentin, 2010 ; Hakem, Sander & Labat, 2005 ; Stacey, Steinle, Price & Gvozdenko, 2017). Relevons ici que ce support ne peut être proposé aux élèves sans un entrainement préalable en classe. En effet, les élèves doivent y avoir été habitu·eés dans des situations d'enseignement-apprentissage.

Dans la suite de nos travaux, il s'agira de déterminer le niveau de finesse du retour nécessaire au corps enseignant à des fins d'évaluation formative, en d'autres termes de définir quelles informations lui seront utiles pour venir en soutien aux apprentissages de chaque élève. En effet, l'important travail de catégorisation mené permet, de par sa profondeur, un feedback précis qui se veut adapté aux compétences de chaque élève. Nos réflexions actuelles portent ainsi sur la forme et le contenu des informations à transmettre à l'enseignant·e.

BIBLIOGRAPHIE

Bessonneau, P., Arzoumanian, P. & Pastor, J.-M. (2015). Une évaluation sous forme numérique est-elle comparable à une évaluation de type « papier-crayon » ? *Éducation et formations, 86-87*, 159-180. https://dx.doi.org/10.48464/ef-86-87-08

Blumenthal, S. & Blumenthal, Y. (2020). Tablet or paper and pen? Examining mode effects on german elementary school students' computation skills with curriculum-based measurements. *International Journal of Educational Methodology*, *6*, 669-680.

Coen, P.-F. (2022). Exploiter des traces numériques à l'école. *L'Éducateur, 9*, 5-6.

Conférence intercantonale de l'instruction publique de la Suisse romande et du Tessin (CIIP). (2010). *Plan d'études romand (PER)*. Neuchâtel : CIIP. https://www.plandetudes.ch

Conférence intercantonale de l'instruction publique de la Suisse romande et du Tessin (CIIP). (2021). *Référentiel de compétences pour la formation initiale et continue des enseignant·es dans le domaine de l'éducation numérique*. Neuchâtel : CIIP, Secrétariat général. https://per.ciip.ch/api/files/178

Delozanne, É., Prévit, D., Grugeon-Allys, B. & Chenevotot-Quentin, F. (2010). Vers un modèle de diagnostic de compétence, *Techniques et sciences informatiques*, *29*(8), 899-938.

Grapin, N. & Sayac, N. (2022). From paper-pencil to tablet-based assessment: a comparative study at the end of primary school. In J. Hodgen, E. Geraniou, G. Bolondi & F. Ferretti (Eds.), *Proceedings of Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12), 2-7 February 2022, Bozen-Bolzano, Italy* (pp. 3811-3818). Bozen-Bolzano : Free University.

Greiff, S., Wüstenberg, S. & Avvisati, F. (2015). Computer-generated log-file analyses as a window into students' minds? A showcase study based on the PISA 2012 assessment of problem solving. *Computers & Education 91*, 92-105.

Jean-Daubias, S. (2002). Un système d'assistance au diagnostic des compétences en algèbre élémentaire. *Sciences et Techniques Educatives, 9*(1-2), 171-199.

Julo, J. (1995). *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques. Un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement*. Presses Universitaires de Rennes.

Hakem, K., Sander, E. & Labat, J.-M. (2005). *DIANE (Diagnostic Informatique sur l'Arithmétique au Niveau Élémentaire)*. https://telearn.archives-ouvertes.fr/hal-00005704

Marc, V., Wirthner, M. & Uldry, S. (2013). *Développement d'un modèle d'évaluation adapté au PER*. IRDP, Institut de recherche et de documentation pédagogique. https://www.irdp.ch/data/secure/1184/document/developpement-un-modele-evaluation-adapte-au-per-1184.pdf

Monaghan, J., Pool, P., Roper, T. & Threlfall, J. (2009). Open-start mathematics problems: An approach to assessing problem solving. *Teaching Mathematics and Its Application*, *28*, 21-31.

Newell, A. & Simon, H. A. (1972). *Human Problem Solving*. Englewood Cliffs, Prentice-Hall.

Salles, F., Dos Santos, R. & Kespaik, S. (2020). When didactics meet data science: process data analysis in large-scale mathematics assessment in France. *Large-scale Assessments in Education, 8, 1–20.* https://doi.org/10.1186/s40536-020-00085-y

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press Inc

Stacey, K., Steinle, V., Price, B. & Gvozdenko, E. (2017). Specific Mathematics Assessment that Reveal Thinking: an online tool to build teacher's diagnostic competence and support teaching. In T. Leuders, K. Philipp, & J. Leuders (Eds.), *Diagnostic Competence of Mathematics Teachers: Unpacking a Complex Construct in Teacher Education and Teacher Practice* (1st ed., Vol. 11). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-66327-2_13

Verschaffel, L. & De Corte, E. (2008). *La modélisation et la résolution des problèmes d'application : de l'analyse à l'utilisation efficace*. In M. Crahay, L. Verschaffel, E. De Corte et J. Grégoire (Eds.), *Enseignement et apprentissage des mathématiques. Que disent les recherches psychopédagogiques ?* (p. 153-176). De Boeck Supérieur.

Wyatt-Smith, C., Lingard, B. & Heck, E. (2019). *Évaluations numériques des apprentissages et les mégadonnées : conséquences sur le professionnalisme des enseignants*. Paris : UNESCO (Recherche et prospective en éducation : réflexions thématiques 25).

ANNEXE 1 : Tableau présentant les critères et indicateurs utilisés pour catégoriser les 12 exemples de procédures illustrées par des productions d'élèves du test pilote de 2023. Les calculs ou réponses barrés ont été effacés par l'élève. Les nouvelles procédures et/ou les nouveaux indicateurs, identifiés dans un deuxième temps au cours du travail de vérification/ajustement (étape 3), sont mis en évidence par la couleur rouge et le fond gris. Les numéros (1-12) et les lettres (A-I) associés aux procédures font référence à la figure 7.

	Procédure	Critères	Indicateurs
RÉPONSE = 22	Experte 1	Réponse	• Réponse = 22
		Calcul du prix payé hors prise en charge pour la distance parcourue (facultatif)	• Calcul : 42 - 9 = 33
		Calcul du nombre de kilomètres parcourus	• Calcul : 33 : 1,5 = 22
		Efficacité de la procédure (facultatif)	• Peu ou pas de calculs supplémentaires
		Exemple - 4 indicateurs	1) 42 – 9 = 33 2) 33 : 1,5 = 22 3) 22 4) 0 calcul supplémentaire
		Exemple - 3 indicateurs	1,5*3=4,5 ~~1,5*3=4,5~~ 1,5*8=12 ~~1,5*8=12~~ 1,5*19=28,5 ~~1,5*19=28,5~~ 1,5*30=45 ~~1,5*30=45~~ 1) 42-9=33 2) 33/1,5=22 3) 22
		Exemple - 3 indicateurs	32/1,5=21,333... ~~32/1,5=21,333...~~ 1) 33/1,5=22 2) 22 3) 1 seul calcul supplémentaire
		Exemple identifié après révision (1 indicateur, mais procédure experte) A	• 22 **Indicateur supplémentaire** • Réponse=22 et 0 calcul
	Correcte 2 Procédure additive	Réponse	• Réponse = 22
		Calcul du prix total pour différentes distances, par ajustement d'essais successifs : additionner de manière réitérée 1,50 à 9 jusqu'à obtenir 42	• minimum 2 additions de type … + 1,50
		Exemple (2 indicateurs)	1) 9+1,50=10,5 10,5+1,50=12 12+1,50=13,5 13,5+1,50=15 15+1,50=16,5 16,5+1,50=18 18+3=21 21+3=24 24+6=30 30+6=36 36+6=42 2) 22
		Exemple identifié après révision (1 indicateur, mais procédure correcte ②) B	9+6=15 12+12=24 15+24=39 39+3=42 1) 22 **Indicateurs supplémentaires** • + 3, ou + 6, ou +12

	Procédure	Critères	Indicateurs
RÉPONSE = 22	**Correcte** 3 Multiplications successives	Réponse	• Réponse = 22
		Calcul du prix payé hors prise en charge pour la distance parcourue (facultatif)	• Calcul : 42 - 9 = 33
		Calcul du prix total pour différentes distances, par ajustement d'essais successifs : multiplier différentes distances par 1,5	• minimum 2 multiplications de type … * 1,50
		Exemple – 3 indicateurs	1) 42-9=33 2) 1,50*12=18 1,50*20=30 1,50*32=48 1,50*22=33 3) 22
		Exemple – 2 indicateurs	1) 1,50*15=22,5 1,50*20=30 2) 22
		Exemple identifié après révision (1 indicateur, mais procédure correcte ③, malgré l'erreur de report de réponse) C	1) 1,50*20=30 1,50*35=52,5 ~~1,50*35=52,5~~ 1,50*32=48 ~~1,50*32=48~~ 1,50*31=46,5 ~~1,50*31=46,5~~ 1,50*25=37,5 ~~1,50*25=37,5~~ 1,50*21=31,5 1,50*22=33 33 **Indicateurs supplémentaires** • Minimum 2 multiplications *1,50 et • réponse=33
	Correcte D Identifiée après révision	Réponse	• Réponse = 22
		Division du prix payé par le cout kilométrique	• 42/1,5=28
		Division des frais de prise en charge par le cout kilométrique	• 9/1,5=6
		Soustraction du premier résultat obtenu par le second	• 28-6=22
		Exemple – 4 indicateurs	1,50*42=63 1) 42/1,5=28 2) 9/1,5=6 3) 28-6=22 **Indicateur supplémentaire** • 28-6=22
RÉPONSE = 28	**Incorrecte** 4 Non prise en compte d'une contrainte, mais mobilisation "experte" de la division	Réponse	• Réponse = 28
		Calcul du nombre de km parcourus, sans tenir compte de la prise en charge	• Calcul : 42 / 1,5 = 28
		Exemple – 2 indicateurs	1) 42/1,50=28 2) 28
		Exemple identifié après révision (1 indicateur, mais procédure incorrecte ④) E	4200/150=28 1) 28 **Indicateur supplémentaire** • 4200/150=28 ou 420/15=28

	Procédure	Critères	Indicateurs
RÉPONSE = 4	**Incorrecte** 5 Mathématisation incorrecte de la prise en charge	Réponse	• Réponse = 4
		Addition de la prise en charge au coût par km	• Calcul : 9 + 1,5 = 10,5
		Calcul du nombre de km parcourus	• Calcul : 42 / 10,5 = 4
		Exemple – 3 indicateurs	42/1,0=42 ~~42/1,0=42~~ 42/1,50=28 ~~42/1,50=28~~ 1) 9+1,50=10,5 2) 42/10,50=4 3) 4
RÉPONSE = 63	**Incorrecte** 6 Mauvaise mathématisation de la situation	Réponse	• Réponse = 63
		Multiplication du prix payé par le prix kilométrique, sans considérer la prise en charge de 9 francs	• Calcul : 42 * 1,5 = 63
		Exemple – 2 indicateurs	9*1,50=13,5 ~~9*1,50=13,5~~ 9*1,50=13,5 1) 42*1,50=63 2) 63
		Exemple identifié après révision (0 indicateur, mais procédure incorrecte ⑥) F	42*150=6300 6300 **Indicateurs supplémentaires** • Réponse 630 ou 6300 • 42*15=630 ou 42*150=6300
RÉPONSES = 19 / 37	**Incorrecte** 7 Mathématisation incorrecte de la prise en charge	Réponse	• Réponse = 19
		Calcul du nombre de km parcourus, sans tenir compte de la prise en charge	• Calcul : 42 / 1,5 = 28
		Soustraction de la prise en charge de 9 francs au nombre de kilomètres parcourus	• Calcul : 28 – 9 = 19
		Exemple – 3 indicateurs	1) 42/1,50=28 28+9=37 ~~28+9=37~~ 2) 28-9=19 3) 19
	Incorrecte G Mathématisation incorrecte de la prise en charge	Réponse	• Réponse = 37
		Calcul du nombre de km parcourus, sans tenir compte de la prise en charge	• Calcul : 42 / 1,5 = 28
		Addition de la prise en charge de 9 francs au nombre de kilomètres parcourus	• Calcul : 28 + 9 = 37
		Exemple – 3 indicateurs	1) 42/1,50=28 28/9=3,111… ~~28/9=3,111…~~ 2) 28+9=37 3) 37 **Indicateurs supplémentaires** • Réponse 37 • 28+9=37

	Procédure	Critères	Indicateurs
RÉPONSE = 13,5	**Incorrecte** 8 Mathématisation incorrecte de la situation	Réponse	• Réponse = 13,5
		Mutiplication des frais de prise en charge par le cout kilométrique.	• Calcul : 9 * 1,5 = 13,5
		Exemple – 2 indicateurs	1) 9*1,50=13,5 ~~9*1,50=13,5~~ 9*1,50=13,5 ~~13.3~~ 2) 13.5
RÉPONSE = 6	**Incorrecte** 9 Mathématisation incorrecte de la situation	Réponse	• Réponse = 6
		Division des frais de prise en charge par le cout kilométrique, sans tenir compte du cout total de la course.	• Calcul : 9 / 1,5 = 6
		Exemple – 2 indicateurs	1,50*4=6 ~~1,50*4=6~~ 1,50*2=3 3*3=9 ~~1,50*2=3~~ ~~3*3=9~~ 1) 9/1,50=6 1,50*6=9 ~~1,50*6=9~~ 2) 6
		Exemple identifié après révision (1 indicateur, mais procédure incorrecte ⑨) **H**	9*4=36 ~~9*4=36~~ 9*5=45 ~~9*5=45~~ 1,50*6=9 1) 6 **Indicateur supplémentaire** • 1,50*6=9
DIVERSES RÉPONSES	**Incorrecte** 10 Mathématisation incorrecte de la situation	Réponse	• Réponse = 0,0357 / 0,1666… / 0,21
		Division du cout kilométrique par le montant payé / division du cout kilométrique par la prise en charge / division de la prise en charge par le cout kilométrique	• Calcul : 9 / 42 = 0,0357 ou Calcul : 1,50 / 9 = 0,1666… ou Calcul : 9:42=0,21
		Exemple – 2 indicateurs	9/1,50=6 ~~9/1,50=6~~ 9+1,50=10,50 1) 1,50/42=0,0357 2) 0,0357
RÉPONSE = 33	**Incorrecte** 11 Mathématisation incorrecte de la situation	Réponse	• Réponse = 33
		Soustraction des 9 francs de prise en marche au montant payé, sans prendre en compte le cout kilométrique	• Calcul 42 – 9 = 33
		Exemple – 2 indicateurs	1,50*1000=1500 ~~1,50*1000=1500~~ 42/1,5=28 28*1000=28000 1) 42-9=33 2) 33
		Exemple identifié après révision (1 seul indicateur, mais procédure incorrecte ⑪) **I**	9+33=42 1) 33 **Indicateur supplémentaire** • 9+33=42

DIVERSES RÉPONSES	Procédure	Critères	Indicateurs
	Non catégorisées 12	Pas de critères	• Pas d'indicateurs

Réflexions autour d'aménagements possibles pour l'enseignement des mathématiques pour faciliter l'intégration des élèves allophones

Étienne Biondo, Ana Rita da Silva Gonçalves

Université de Genève

Dans cet article, nous abordons le cas des élèves allophones à Genève, en difficulté face aux ressources scolaires souvent exemptes d'aménagements particuliers. Nous nous intéressons aux aménagements des activités des moyens d'enseignement ESPER[1] que l'on peut proposer en mathématiques pour favoriser l'intégration et l'investissement des élèves allophones. Pour ce faire, nous centrons notre réflexion autour de 4 pôles : le vocabulaire, usuel et spécifique, l'oralité et les modalités sociales.

Mots-clés : Allophonie - mathématiques - intégration – différenciation

Introduction

L'intégration des élèves allophones est une préoccupation croissante pour les systèmes éducatifs à travers le monde. Avec l'augmentation des flux migratoires et la diversification des populations scolaires, les enseignant·es sont confronté·es à la nécessité d'adapter leurs pratiques pédagogiques afin de répondre aux besoins spécifiques de ces élèves.

On peut définir le terme d'allophonie comme étant « le fait de parler une autre langue que la langue de la société dans laquelle on vit » (Gieruc, 2007, p.11). Dans le cas de Genève, sont considéré·es comme allophones les élèves ne maîtrisant pas le français[2]. De ce fait, ces élèves entrent dans la catégorie des élèves à besoins éducatifs particuliers (BEP), car les difficultés et obstacles linguistiques les empêchent d'apprendre par un enseignement classique, dépourvu d'aménagements.

Dans nos classes, les élèves allophones sont nombreux·ses et il est tout à fait ordinaire d'être amené·e à travailler avec ces dernier·ères. En effet, les élèves allophones représentent une part non négligeable du public scolaire que l'on retrouve à Genève, puisque l'on estime qu'ils·elles sont à peu près 40% à être scolarisé·es dans des classes primaires genevoises, soit environ 15'000 élèves. Pourtant, lorsque l'on cherche à leur proposer un enseignement adapté à leurs besoins, on s'aperçoit que les ressources sont limitées et plusieurs auteur·trices, tels que Kersaint et al. (2013) et Tardif-Couture (2016), évoquent par ailleurs l'importance d'enseigner le français aux élèves allophones en priorité, au détriment de toutes les autres disciplines scolaires.

L'allophonie est pourtant une problématique qu'il convient de prendre en compte lorsque l'on enseigne et intervient auprès d'élèves ne maîtrisant pas ou peu la langue d'instruction. L'arrivée massive d'élèves ukrainien·nes a par exemple nécessité des aménagements de la part des enseignant·e·s afin que ces dernier·ères puissent bénéficier d'un enseignement rendant possibles leurs apprentissages, tout en étant intégré·es en classe ordinaire selon le dispositif d'accueil usuel. De fait, les barrières linguistiques créent des difficultés, tant disciplinaires que transversales, dont il ne faut pas négliger l'importance. Il est donc fort probable que certains contenus scolaires soient inaccessibles pour les élèves allophones si aucun

[1] Ressources accessibles au moyen d'un identifiant par le biais de la plateforme ESPER https://www.ciip-esper.ch/#/

[2] Le français est la langue d'instruction officielle à Genève.

aménagement n'a été prévu. De plus, ce que l'on observe souvent quand on intervient en classe, c'est que les élèves allophones sont mis·es à l'écart spatialement dans la salle, mais également socialement, car ils ou elles ne réalisent pas les mêmes tâches que leurs camarades. Dès lors, l'engagement de ces élèves dans leur travail n'est pas favorisé et on ne contribue pas non plus à leur socialisation, pourtant essentielle si l'on désire mettre en place des partenariats ou travaux de groupes entre les élèves de la classe.

Les mathématiques étant une discipline abstraite et universelle, elles peuvent être un domaine privilégié pour contribuer à l'intégration et la socialisation des élèves allophones. En revanche, il est intéressant de notifier que l'apprentissage des mathématiques pour les élèves allophones n'est pas inscrit dans les prescriptions genevoises relatives à l'accueil des élèves allophones à l'école primaire. En effet, les prescriptions cantonales accordent une importance accrue à l'apprentissage du français afin d' « acquérir des compétences communicationnelles permettant d'interagir oralement et par écrit dans les situations du quotidien » (2021, p.8).

Lorsque nous avons entamé les recherches sur l'enseignement des mathématiques, nous sommes rapidement arrivé·es au constat suivant : aucune prescription, aucun moyen, aucune activité n'étaient proposé·es pour les élèves allophones en mathématiques. Nous avons parcouru une multitude de documents qui traitaient de l'apprentissage du français par les élèves allophones, mais un vide planait, et plane toujours, autour des mathématiques, qui sont pourtant une discipline à laquelle les enseignant·es accordent une importance accrue.

Dans cet article, nous essayerons de montrer que l'enseignement des mathématiques, loin d'être en contradiction avec l'intégration des élèves allophones, pourrait favoriser l'intégration de celles·ceux-ci et leur permettre d'approfondir leurs compétences langagières. Au cours de cet article, nous partagerons également une méthodologie permettant aux enseignant·es d'aménager les activités issues des moyens d'enseignements, afin de pouvoir intégrer les élèves allophones.

Les élèves allophones à Genève

Faisons d'abord un état des lieux pour le canton de Genève en lien avec l'enseignement que reçoivent les élèves allophones actuellement. La pratique la plus répandue est de concentrer tous les efforts de l'enseignant·e et de l'élève sur l'apprentissage du français. Le postulat auquel la plupart des membres du corps enseignant adhèrent est le suivant : un·e élève allophone ne peut pas suivre le programme au même titre que ses camarades si ses connaissances et aptitudes en français ne sont pas suffisamment développées. Notons que ce point de vue est partagé par beaucoup puisqu'on le retrouve dans différents articles en lien avec les situations d'enseignement-apprentissage auxquelles les élèves allophones sont confronté·es, notamment dans ceux de Tardif-Couture et Kersaint et al., précédemment cités. De surcroît, c'est ce que semblent encourager les prescriptions cantonales genevoises, qui mettent l'accent sur l'apprentissage du français, faisant fi des autres disciplines.

Secondement, voyons quel dispositif est actuellement en vigueur dans le cadre de l'accueil des élèves allophones à l'école primaire. Lorsque ces dernier·ères arrivent en Suisse entre la 1H et la 4H, ils·elles suivent un enseignement en classe ordinaire à plein temps. Si l'arrivée en Suisse, et donc la scolarisation, se fait entre la 5H et la 8H, l'enseignement prodigué aux élèves allophones est alors divisé en deux modalités : un enseignement en classe ordinaire à mi-temps et un enseignement en classe d'accueil à mi-temps également. Cette différence dans le dispositif d'accueil peut être expliquée par le fait que les élèves ne sont pas lecteur·trices avant la fin de la 4H. De ce fait, un·e élève allophone a potentiellement plus de facilité à suivre des leçons en français jusqu'à la 5H, année à partir de laquelle les élèves doivent être capables de lire (et écrire) de façon plutôt fluide. Le cycle II aborde également des notions disciplinaires plus complexes et le fait de ne pas comprendre les éléments linguistiques, qu'ils soient oraux ou écrits, devient une difficulté majeure. De plus l'entrée en 5H s'accompagne de l'introduction d'une nouvelle langue avec l'allemand.

Reprenant les propos d'une inspectrice académique en mathématiques, Mendonça Dias considère que « des compétences fragiles en français n'entravent pas nécessairement la réussite en mathématiques et quand des difficultés se présentent dans cette discipline, elles sont souvent liées à un manque de connaissances en mathématiques dans la langue d'origine. » (2014, p.9). Cela signifierait qu'il est possible d'intégrer les élèves allophones dans l'enseignement des mathématiques et que la langue n'est pas nécessairement un obstacle pour ces élèves. La difficulté résiderait plutôt dans le fait que le niveau de l'élève n'est pas en adéquation avec le niveau de la classe ordinaire qu'il·elle a rejoint.

En revanche, comme nous n'avons pas trouvé de ressources prévues pour les élèves allophones, nous estimons qu'il était important d'aménager les ressources déjà disponibles pour les élèves francophones. Effectivement, le fait d'aménager les ressources proposées aux élèves francophones peut permettre à l'élève allophone de se sentir appartenir pleinement à la classe, dû au fait qu'il·elle suit le même programme.

Ce que nous proposons dans cet article, c'est donc de changer de paradigme et de considérer que les élèves allophones peuvent suivre le programme scolaire, ce qui favorise leur intégration dans la classe ordinaire et renforce les apprentissages interdisciplinaires. Il va de soi que l'apprentissage du français est primordial, mais il ne devrait pas empêcher les élèves allophones d'avoir accès à d'autres contenus scolaires. Nous avons conscience que le français est la langue d'instruction, ce qui peut nous amener à penser que son apprentissage est une urgence. Or, l'apprentissage d'une langue, quelle qu'elle soit, requiert du temps. Cela étant dit, même si un·e élève allophone travaille uniquement sur des activités de français en classe, sa maîtrise de la langue ne sera que partielle. Dès lors, encourager les élèves allophones à suivre les leçons d'histoire, de sciences ou de mathématiques contribue à renforcer leur apprentissage du français. Évidemment, c'est un processus qui s'étale sur plusieurs mois, mais le simple fait d'être confronté·e quotidiennement au français, au-delà du français purement didactique, participe à la compréhension et à l'apprentissage de la langue d'instruction. De plus, les mathématiques peuvent être une entrée pertinente dans le programme scolaire puisqu'elles reposent sur des symboles et un langage sinon universels, au moins largement répandus dans le monde.

Pistes pour l'aménagement des activités

Nous avons par conséquent réalisé un travail portant sur l'aménagement des activités mathématiques issues de la plate-forme ESPER visant à favoriser l'intégration des élèves allophones. Précisons que nous parlons volontairement d'aménagements et non pas d'adaptations, car les objectifs que l'on vise sont les mêmes pour l'ensemble des élèves, allophones ou non.

Les moyens d'enseignement de la plate-forme ESPER étant abondamment fournis, nous n'avons pas pu aménager l'ensemble des activités mathématiques. Nous avons donc sélectionné un degré, la 4H, et un domaine mathématique, le nombre. À la suite de cela, nous avons retenu quelques activités en réfléchissant aux potentielles difficultés auxquelles les élèves allophones pourraient être confronté·es et les aménagements possibles pour favoriser la compréhension des exercices.

Après avoir observé et analysé les exercices de numération proposés par les moyens d'enseignement pour les 4H, nous avons relevé quatre points que l'on pourrait prendre en compte afin d'aménager les exercices en vue de les rendre accessibles aux élèves allophones : en ce sens, les quatre axes que nous avons relevés doivent être vus comme des éléments de réflexion autour desquels concevoir des aménagements censés réduire les difficultés éprouvées par les élèves allophones. En effet, à la suite de l'étude des moyens d'enseignement, nous avons identifié des difficultés potentielles récurrentes. Pour que les élèves allophones puissent entrer dans la tâche proposée, il nous semble pertinent de penser à des aménagements au regard des quatre points que nous décrivons ci-dessous.

Tout d'abord, nous avons constaté que deux aspects liés à la langue peuvent présenter un problème pour elles·eux. En effet, de manière générale, les élèves allophones peuvent rencontrer des difficultés dans le vocabulaire usuel. Par exemple, dans certaines consignes, certains mots courants peuvent rester méconnus des élèves et donc faire obstacle dans la réalisation de l'exercice. Par exemple, dans l'activité “Où est caché ce nombre ?", si les élèves ne connaissent pas les couleurs, ils·elles ne pourront pas réaliser l'exercice, alors que cet obstacle n'a pas de lien direct avec les connaissances mathématiques des élèves.

Le deuxième obstacle que nous avons identifié reste d'ordre langagier, mais est plus spécifique à la discipline retenue, puisqu'il s'agit du vocabulaire mathématique. Ce dernier est composé de tous les mots ou expressions spécifiques propres au domaine des mathématiques. Par exemple, l'expression "ensemble de nombres" peut poser problème à des élèves allophones, car il est possible de comprendre les mots utilisés, sans comprendre la notion mathématique associée. Par conséquent, la non-compréhension des termes mathématiques va forcément freiner les élèves allophones dans leur réussite.

Le troisième obstacle que nous avons relevé est la nécessité d'échanger verbalement avec ses pairs. Cela relève de l'aspect social de l'intégration des élèves allophones dans la classe. Nous avons constaté qu'il pouvait être compliqué pour un·e élève allophone de travailler avec ses camarades de classe. En effet, la barrière de la langue limitant énormément les échanges, cela peut être une barrière considérable dans l'engagement des élèves allophones dans une tâche collective.

Finalement, la dernière difficulté que peuvent rencontrer les élèves allophones est l'oralité. Nous avons pu observer lors de différents stages suivis effectués durant notre formation que, lorsqu'un exercice est fait de manière orale, les élèves allophones ne se sentent pas concerné·es par la leçon. Il est important de noter que le fait d'écouter pendant toute une journée une langue que nous ne connaissons pas suffisamment est vraiment fatigant et cause une charge mentale très importante.

Pour toutes ces raisons, nous avons décidé d'articuler notre réflexion et nos aménagements autour de ces quatre pôles. Nous tenons à préciser que nos axes et aménagements ont en priorité été pensés pour les élèves allophones, mais il est probable que cela soit transférable à des élèves francophones éprouvant des difficultés en mathématiques. En effet, le fait de rendre certaines consignes plus visuelles, d'expliciter les tâches ou encore de permettre aux élèves de manipuler du matériel peut être bénéfique pour l'intégralité des élèves, car on répond potentiellement à plusieurs besoins éducatifs particuliers.

Un exemple d'aménagement

Pour illustrer nos propos, nous vous proposons un aménagement fait de l'exercice "30 c'est gagné" dont la consigne et les commentaires didactiques sont présentés en annexe. C'est une activité de tuilage pour la classe de 4H, avec pour apprentissage visé la mémorisation de la suite des nombres de 0 à 200. Dans cette tâche, un groupe d'élèves doit énoncer la comptine numérique jusqu'à 30 sans se tromper.

A la lecture du descriptif de cette activité, nous pensons directement à deux éléments qui pourraient poser des difficultés aux élèves allophones.

Premièrement, s'agissant d'une activité de groupes de 8 à 12 élèves, la socialisation peut être complexe chez certain·es élèves. Effectivement, selon nos observations, nous avons remarqué que les élèves allophones sont souvent réservé·es et sont rarement intégré·es aux leçons par leur enseignant·e.

Deuxièmement, nous pensons que la modalité orale peut également être un obstacle pour ces élèves. En effet, la charge mentale est très importante lorsque les élèves allophones doivent se concentrer sur ce que disent leurs camarades, sans être encore familier·ères avec la langue d'instruction. Nous jugeons qu'il doit être difficile pour les élèves allophones de suivre ce que disent leurs camarades sans repère visuel.

Concernant les deux autres pôles, nous ne pensons pas qu'ils susciteront des difficultés particulières dans cette tâche.

Nous avons mis en place des aménagements qui devraient leur permettre de participer à l'activité au même titre que les autres élèves.

Comme nous l'avons mentionné, l'oralité et la socialisation étant les principales difficultés que les élèves allophones pourraient rencontrer, nous pensons que nous pourrions décharger les élèves de certains éléments. Nous avons donc pensé que les élèves allophones pourraient participer à l'activité comme leurs camarades, mais plutôt que d'énoncer le nombre à haute voix, ils·elles pourraient l'écrire sur une feuille de brouillon. De plus, afin que les élèves allophones puissent suivre ce que disent les autres élèves, nous proposons également de leur fournir une bande numérique. Le but de cette dernière est de faire en sorte que les élèves allophones puissent associer le nombre écrit avec le nombre oral. De surcroît, après vérification par ses pair·es, celles·ceux-ci pourraient également dire le nombre que les élèves allophones auront noté sur la feuille afin que ces dernier·ères puissent le répéter et se familiariser avec l'oralité. Les enseignant·es devraient aussi veiller à établir un climat de classe favorable aux apprentissages, dans lequel les élèves allophones osent parler sans se sentir jugé·es par leurs camarades.

Conclusion

Au cours de cet article, nous avons tenté de mettre en avant des outils permettant de favoriser l'intégration des élèves allophones dans les classes ordinaires. Il convient donc de veiller au vocabulaire usuel et spécifique utilisé dans les consignes, d'expliciter les termes potentiellement compliqués à comprendre et de créer des espaces de travail dans lesquels les élèves allophones peuvent s'exprimer ou participer d'une autre manière. Notre but était de montrer qu'à raison de quelques aménagements, comme illustrés dans l'exemple ci-devant, nous pouvons avoir une certaine influence sur l'accès à des tâches mathématiques issues des moyens d'enseignement de la plateforme ESPER pour les élèves allophones.

Il est important de préciser que cet article théorique ne vaut rien sans une mise en pratique dans les classes. Il ne nous a malheureusement pas été possible d'observer les effets de tels aménagements avant la rédaction de ce texte. Cependant, ce dernier invite les enseignant·es à mener une réflexion autour des modalités d'enseignement et d'intégration proposées aux élèves allophones. Si des observations ont pu être faites, peut-être pourraient-elles être partagées brièvement.

Bibliographie

Gieruc, G. (2007). *Quelle place pour l'allophonie et la diversité culturelle à l'école ? : suivi d'un projet d'établissement.* Lausanne : URSP.

Kersaint, G., Thompson, D. R. & Petkova, M. (2013). *Teaching mathematics to English Language Learners.* Routledge.

Mendonça Dias, C. (2015). Enseigner les mathématiques avec des écoliers non ou peu francophones. Dans *Actes du 41ème Colloque de la COPIRELEM.* ARPEME.

Tardif-Couture, R. (2016). *Résolution de problèmes en mathématiques chez les élèves allophones du primaire* [Thèse de doctorat]. Université Laval, Canada.

Pages web consultées :

Prescriptions cantonales. Accueil des élèves allophones à l'école primaire (2021) [PDF]. Genève. Repéré à https://edu.ge.ch/enseignement/sites/default/files/2021-08/clac-ep_prescriptions-cantonales_2021.pdf

Entrées n° 9, Aborder les mathématiques, Centre Michel Delay, janvier 2006 [en ligne]. Disponible sur : http://www.ac-lyon.fr/entrees.57271.fr.html

ANNEXE

30 c'est gagné

Tuilage Année(s) 4e

Nombre d'élèves

8 à 12 élèves ou une ½ classe (éviter les groupes de 10 élèves pour que le passage à la dizaine ne se fasse pas toujours avec le même élève)
Puis individuel

Durée de l'activité / Fréquence

À reprendre plusieurs fois durant la semaine pendant quelques minutes (pour le 1er temps)

Matériel

La fiche N-F54 c'est gagné

Consigne (ou règle)

1er temps

« À tour de rôle, chacun dit un nombre en respectant la suite numérique. Le groupe gagne s'il arrive à trente sans se tromper. »

2e temps

N-F54 30 c'est gagné
« Complète. Relie les nombres de 1 à 30. »

Gestion de l'activité

1er temps (8 à 12 élèves)

Pour cette activité le groupe d'élèves se met en cercle et, à tour de rôle, chacun dit le nombre qui suit. On commence par le 1.
L'écoute est importante pour continuer la suite des nombres. Cette activité sera donc reprise plusieurs fois à des moments différents pour éviter une surcharge cognitive.
L'exercice est repris en commençant par un nombre différent de 1. Par exemple 3 ou 5 ou…

2e temps (individuel)

N-F54 30 c'est gagné

Éléments de différenciation

Si dans le groupe, un ou plusieurs élèves ont des difficultés à réciter la suite, tout le groupe est pénalisé et n'arrivera pas jusqu'à trente.
Pour éviter une discrimination de ces élèves, l'enseignant peut proposer la règle des jokers : pour une partie, trois jokers sont à disposition. Ils permettent à n'importe quel élève du groupe de corriger une réponse. Il suffit de dire « Joker » et d'annoncer la correction. Si c'est juste, la suite des nombres peut continuer.

Erreurs / Blocages

Les erreurs les plus fréquentes proviennent d'une méconnaissance de la suite numérique. En réalisant plusieurs fois cette activité, ces erreurs disparaîtront progressivement.

Apprentissage visé de l'année précédente

Nombre 3e, chapitre 1, apprentissage visé 1

Mémoriser et communiquer la suite des nombres de 0 à 50 (suite des mots-nombres et écriture chiffrée)

Prolongements

Quand l'activité s'est déroulée plusieurs fois, elle peut être reprise avec différentes variantes :

- Atteindre le cinquante
- Compter à rebours en partant de trente ou de vingt
- …

30 c'est gagné

30 C'EST GAGNÉ

Tuilage Année(s) 4e

Nombre d'élèves

8 à 12 élèves ou une ½ classe (éviter les groupes de 10 élèves pour que le passage à la dizaine ne se fasse pas toujours avec le même élève)

Puis individuel

Durée de l'activité / Fréquence

À reprendre plusieurs fois durant la semaine pendant quelques minutes (pour le 1er temps)

Matériel

2e temps

- ***N-F54 30 c'est gagné***

Consigne (ou règle)

1er temps

« À tour de rôle, chacun dit un nombre en respectant la suite numérique. Le groupe gagne s'il arrive à trente sans se tromper. »

2e temps

N-F54 30 c'est gagné

« Complète. Relie les nombres de 1 à 30. »

Gestion de l'activité

1^er^ temps (8 à 12 élèves)

Pour cette activité le groupe d'élèves se met en cercle et, à tour de rôle, chacun dit le nombre qui suit. On commence par le 1.

L'écoute est importante pour continuer la suite des nombres. Cette activité sera donc reprise plusieurs fois à des moments différents pour éviter une surcharge cognitive.

L'exercice est repris en commençant par un nombre différent de 1. Par exemple 3 ou 5 ou…

2^e^ temps (individuel)

N-F54 30 c'est gagné

Éléments de différenciation

Si dans le groupe, un ou plusieurs élèves ont des difficultés à réciter la suite, tout le groupe est pénalisé et n'arrivera pas jusqu'à trente.

Pour éviter une discrimination de ces élèves, l'enseignant peut proposer la règle des jokers : pour une partie, trois jokers sont à disposition. Ils permettent à n'importe quel élève du groupe de corriger une réponse. Il suffit de dire « *Joker* » et d'annoncer la correction. Si c'est juste, la suite des nombres peut continuer.

Erreurs / Blocages

Les erreurs les plus fréquentes proviennent d'une méconnaissance de la suite numérique. En réalisant plusieurs fois cette activité ces erreurs disparaîtront progressivement.

Apprentissage visé de l'année précédente

Nombre 3^e^, chapitre 1, apprentissage visé 1

Mémoriser et communiquer la suite des nombres de 0 à 50 (suite des mots-nombres et écriture chiffrée)

Prolongements

Quand l'activité s'est déroulée plusieurs fois, elle peut être reprise avec différentes variantes :

- Atteindre le cinquante
- Compter à rebours en partant de trente ou de vingt

RMÉ
POUR CELLES EST CEUX
QUI S'INTÉRESSENT À L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES !

Vous êtes invité à proposer des contributions en rapport avec l'enseignement des mathématiques ou des sciences (articles, narrations, expériences, comptes rendus, réflexions).

Les articles doivent parvenir en version électronique à la rédaction (voir www.rme.swiss, consignes aux auteurs). Chaque article est examiné par le rédacteur responsable et envoyé anonymisé à deux relecteurs pour avis.

Les auteurs sont informés des décisions de la rédaction à propos de leurs contributions, qui peut les accepter avec ou sans demande(s) de modifications ou les refuser.

Contact : contact@rme.swiss

Site internet : www.rme.swiss